Avvertenze di carattere generale

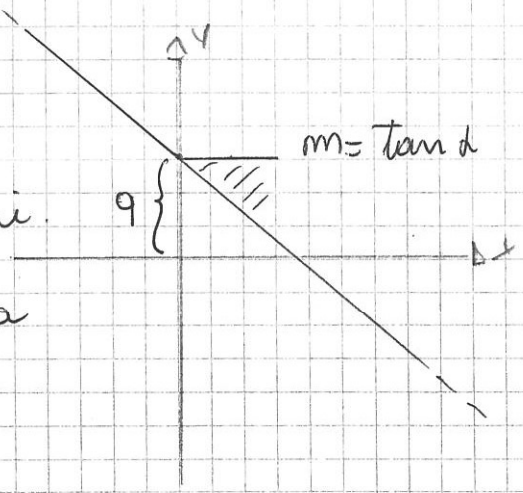
- $\log x = \log_e x = \ln x$
- gli angoli sono misurati sempre in radianti:

$90° \simeq \pi/2$, $45° \simeq \pi/4$

Grafici delle funzioni elementari $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

* come disegnare una retta $\underline{y = mx + q}$

q mi indica l'altezza con cui la retta interseca l'asse delle y ed $\underline{m}$ mi indica la pendenza.



- in questo modo disegno tutte le rette, tranne quelle verticali che non sono funzioni.

(per ogni punto del piano passa una e una sola retta)

Ricordiamo che...

Se $a \in \mathbb{R}$, $a \geq 0$, $\sqrt{a}$ è la radice quadrata positiva di a

- se $a \in \mathbb{R}$, b intero positivo, allora $a^b = a \cdot \ldots \cdot a$ b volte
- se $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, b intero positivo non nullo $a^{-b} = 1/a^b$
- se $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, $a^0 = 1$
- se $a \geq 0$, $b > 0$, $b = p/q$ $\quad a^b = \sqrt[q]{a^b}$
- se $a > 0$, $b \leq 0$, $b = p/q$ $\quad a^b = \sqrt[q]{a^p}$

* Funzione potenza x^a

$y = x^a$

Se $a > 0$ con a intero, l'insieme di definizione è tutto $\mathbb{R}$.

Insieme di definizione di f = per quali $x \in \mathbb{R}$, l'espressione x^a ha significato → l'insieme di definizione è un sottoinsieme di $\mathbb{R}$

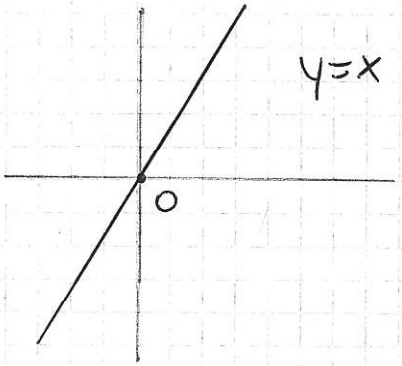
$a > 0$ intero ha insieme di def. $\mathbb{R}$ $(y = x^2)$

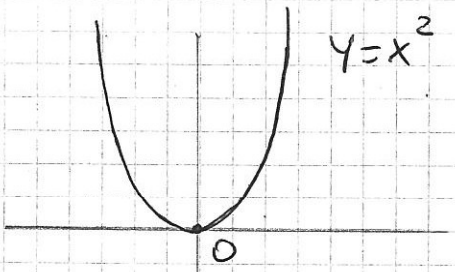
$a \leq 0$ intero ha insieme di def. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ $(y = 1/x^2)$

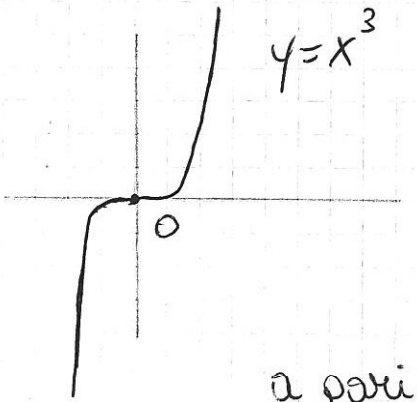
$a > 0$, a non intero, $x \geq 0$ ↳ $\mathbb{R}^+$ o $[0, +\infty)$ $(x^{1/2} \to \sqrt{x})$

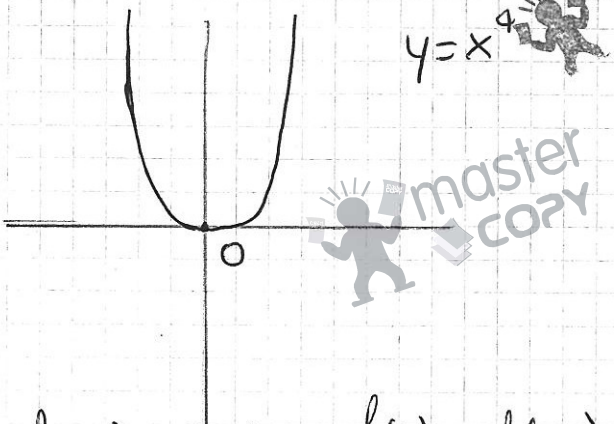
$a < 0$, a non intero, $x > 0 \to (0, +\infty)$ $(1/\sqrt{x})$

$a \geq 1$







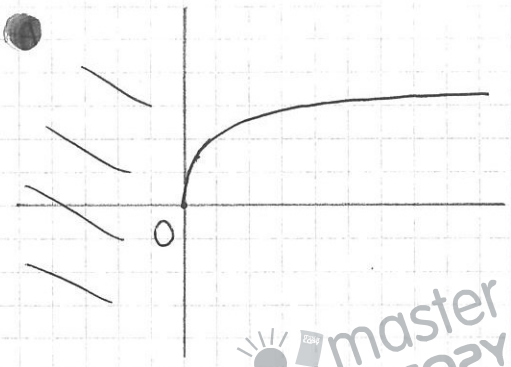


a pari → funz. pari $f(x) = f(-x)$

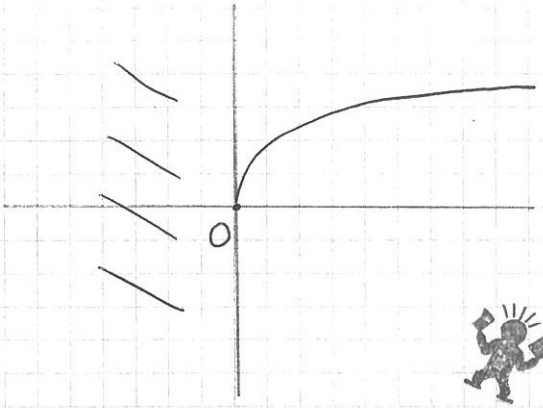
a dispari → funz. dispari $f(-x) = -f(x)$

$0 < a < 1$

$y = x^{1/2} = \sqrt{x}$



$y = x^{1/3}$

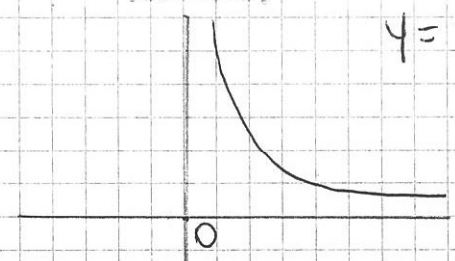


$y = x^0 = 1$ $\quad f: \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R}$

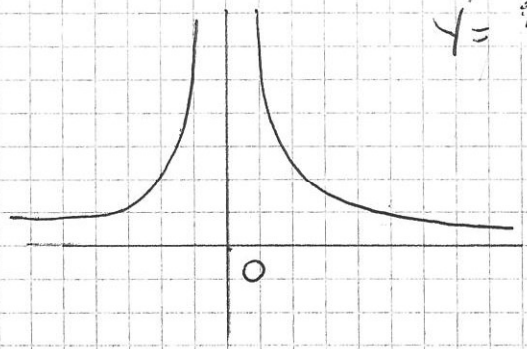
$x \to x^0 = 1$

$a < 0$

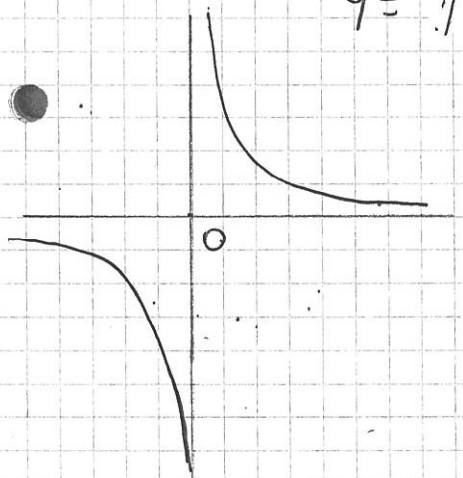
$y = 1/\sqrt{x}$



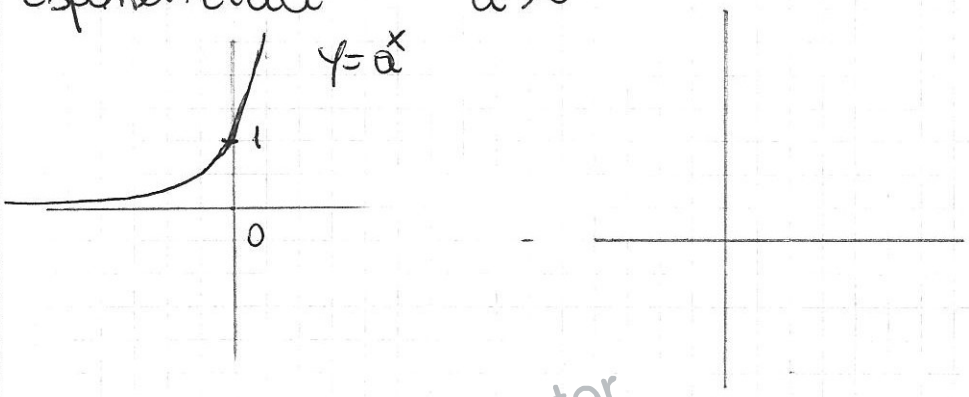
$y = 1/x^2$



$y = 1/x$



Esponenziali $a>0$



$y=x^a$ e $y=e^x$

$$a^b = e^{\log_e a^b} = e^{b\log_e a}$$

$y=x^2+1$ → operazioni sui grafici

Dato il grafico della funzione f $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ $(f:X\to\mathbb{R})$

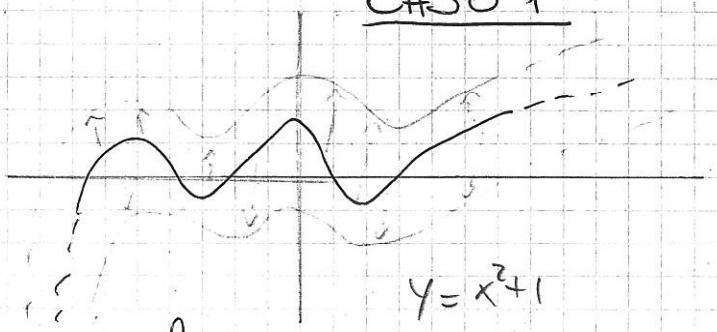
$\mathcal{H}_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid y=f(x),\ x\in X\}$

Vogliamo disegnare:

1) $f(x)+a$
2) $f(x+a)$

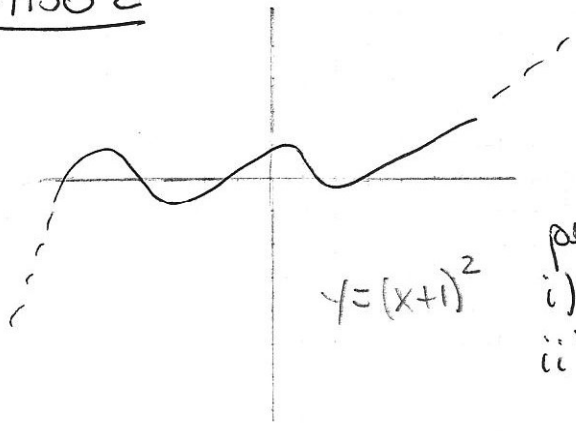
Gli zeri della funzione sono i punti in cui f interseca l'asse x.

CASO 1



- $f(x)+a$ si ottiene tramite traslazione verticale:
  - i) verso l'alto di a, se $a>0$
  - ii) verso il basso di a, se $a<0$

CASO 2



$f(x+a)$, il grafico si ottiene per traslazione orizzontale:

- i) a sinistra di a, se $a>0$
- ii) a destra di a, se $a<0$

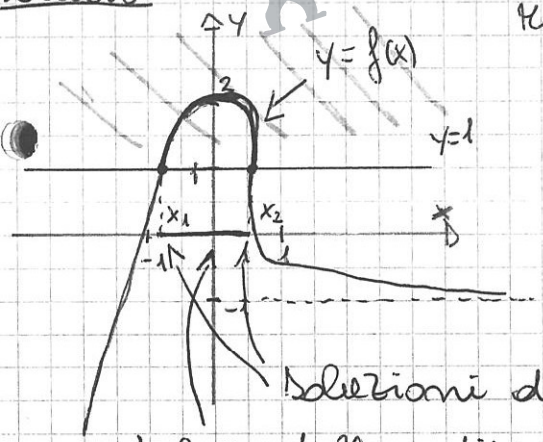
Perché è utile disegnare i grafici di funzione?
Perché è utile a visualizzare le informazioni contenute nella formula.

METODI PER DISEGNARE GRAFICI

- Studio di funzione
- grafici di funzioni elementari e operazioni sui grafici

master copy

Esercizio



Risolvere le seg. eq. e diseq.:

$f(x) = 1$

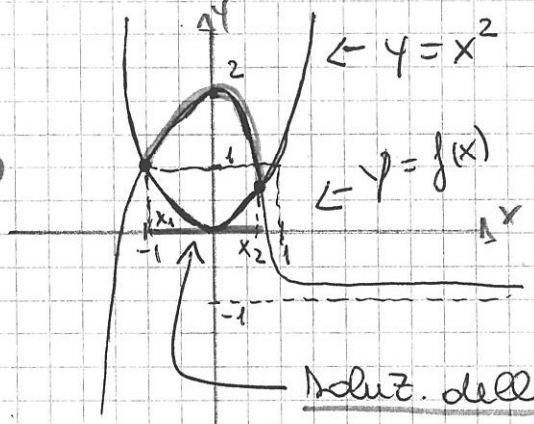
$f(x) \geq 1$

$f(x) \geq x^2$

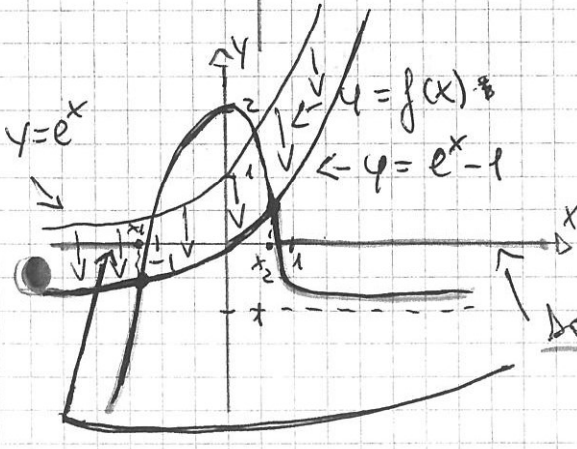
$f(x) \geq e^x - 1$

Soluzioni dell'eq. $f(x) = 1$

Soluz. della diseq. $f(x) \geq 1$



Soluz. della diseq. $f(x) \geq x^2$



Soluzioni dell'eq. $f(x) \geq e^x - 1$