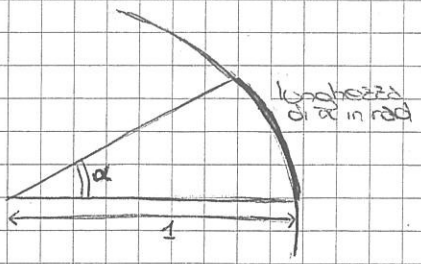
Avvertenze generali

- $\log x = \log_e x = \ln x$ ---> (non è quindi in base 10)
- e^x
- gli angoli sono sempre misurati in radianti

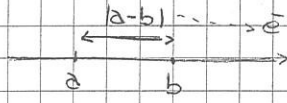
$360° = 2\pi$
$90° = \frac{\pi}{2}$



- x numero reale

$|x| = \begin{cases} x & \text{se } x \geq 0 \\ -x & \text{se } x < 0 \end{cases}$

$|a-b|$ ---> è la distanza



- se al posto di 1 c'è r → lunghezza = $r\alpha$
  2 → lunghezza = 2α
  ecc.



- $\sqrt[3]{a}$ definita per ogni a, lo stesso $\sqrt[n]{a}$ con n dispari
- $\sqrt{a}$ definita per $a \geq 0$
  → di radici ce ne sono due, ma con questo simbolo penso a quella positiva
  lo stesso per $\sqrt[n]{a}$ con n pari.
  Per indicarle entrambe scrivere ± prima della radice
- a^b ---> se faccio $a^n := a \cdot a \cdot \ldots a$ → vuol dire che sto dando una definizione → a qualunque con $n = 1,2,3,\ldots$

se faccio $a^{-n} := \frac{1}{a^n}$ $n = 1,2,3\ldots$, a qualunque $\neq 0$

se faccio $a^0 := 1$ con $a \neq 0$

Se invece l'esponente b non è intero, ovvero è razionale:
$\frac{n}{m}$ ---> intero (positivo o negativo
$\frac{n}{m}$ ---> intero > 0

$a^{\frac{n}{m}} := \sqrt[m]{a^n}$ per $a \geq 0$ ($a > 0$ se $\frac{n}{m} \leq 0$)

Perché? Esempio: $(-8)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{-8} = -2$
ma se scrivo:
$(-8)^{\frac{2}{6}} = \sqrt[6]{(-8)^2} = \sqrt[6]{64} = 2$
quindi non torna
Ecco perché si mette il vincolo di $a \geq 0$



Se b non è razionale, non si scrive come frazione:
a^b è definita per approssimazione (cioè come limite)
per $a \geq 0$ ($a > 0$ se $b \leq 0$)

Poco definito: $a^{\frac{1}{3}}$ e $\sqrt[3]{a}$ sono uguali ma hanno definizioni diverse
Come fare? Come vogliamo
$a^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{a}$

-2 -1 0 1 2 ... -1 0 1 2 ...
tutti numeri

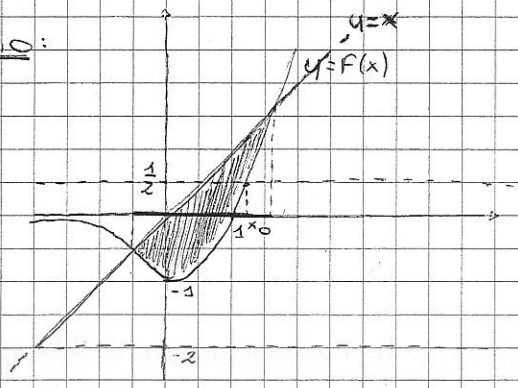
Le potenze si possono scrivere sempre in base e

$a^b = (e^{\log a})^b = e^{b \cdot \log a}$

GRAFICI DI FUNZIONI (ELEMENTARI)

Utile per estrarre velocemente informazioni

Esempio:

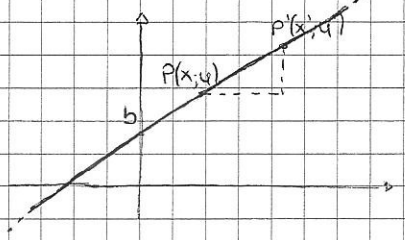


- $f(x) = \frac{1}{2}$ → Trovare x_0 → ha una soluzione
- $f(x) = -2$ → non ha soluzioni
- $f(x) \leq \frac{1}{2}$ → soluzione: $x \leq x_0$
- $f(x) \leq x$ → disegnamo il grafico della funzione x; mi interessano i valori in nero (—)
- Disegnare l'insieme A dei punti $(x;y)$ tali che $f(x) \leq y \leq x$
  - è l'area disegnata compresi gli estremi e il contorno
  - i punti saranno quindi sotto il grafico della funzione x e sopra il grafico della funzione $f(x)$

▽ Trova su ebuvette due uguaglianze

① Funzioni "lineari"

sono dati dall'equazione $y = ax + b$



è una retta che passa per il punto con altezza b e ha pendenza a ($\frac{1}{1}$)

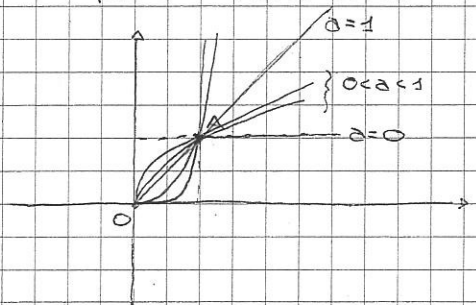
rapporto fra quanto a si sposta in verticale e in orizzontale

- a positivo cresce
- a negativo decresce

② Potenze

$y = x^a$ (l'esponente è fisso e la base variabile)

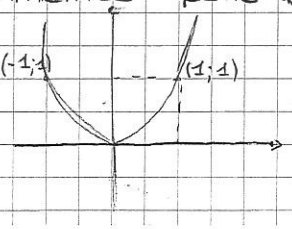
- $a > 0$ (al momento considero solo gli x positivi; se a è intero vanno messi anche i negativi)



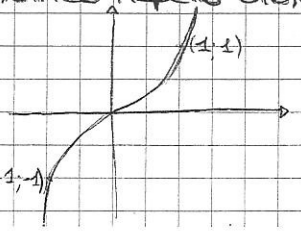
A prescindere da a, passano tutte per: A(1;1), O(0;0)

Esempio: $x^2, x^3, x^{\frac{1}{2}}, x^{\frac{1}{5}}, x^0, x^{-1} \ldots$

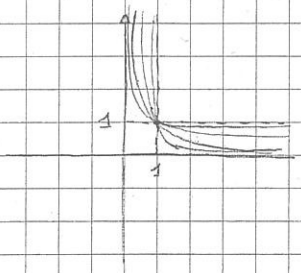
- Per a intero, pari è simmetrico rispetto Ay



- Per a intero, dispari è simmetrico rispetto O(0;0)



• $a<0$ (Consideriamo prima solo $x>0$)



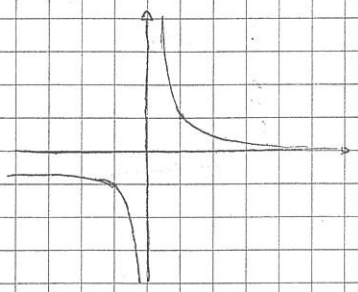
A prescindere passano per A(1;1) ma non per O(;0)

Esempio Tipico: IPERBOLE

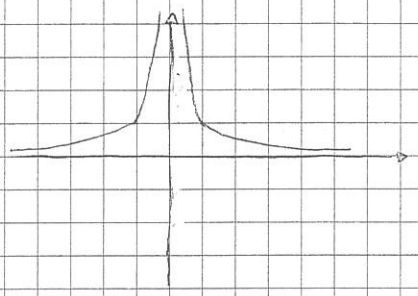
$y = \frac{1}{x} \Rightarrow y = x^{-1}$

Consideriamo ora anche $x<0$

• se l'esponente è dispari è simmetrica rispetto O(0;0)



• se l'esponente è pari è simmetrica rispetto Ay

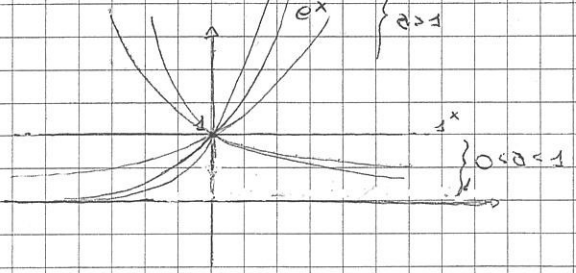


③ Esponenziali

— (l'esponente è variabile e la base è fissa) → $y = a^x$

il più importante è e^x

$a>0$ per forza ed è definita per ogni x



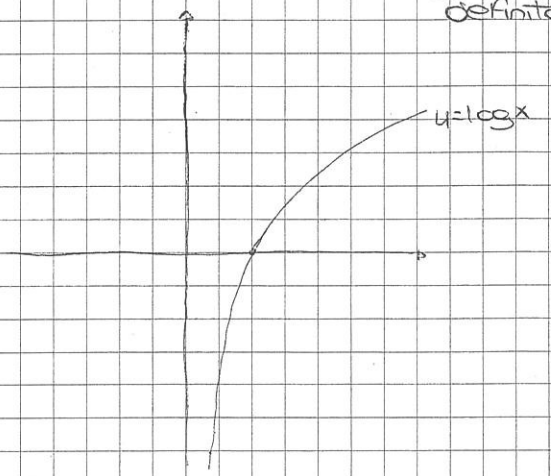
Passano tutti per A(0;1)

④ Funzione logaritmica

— $\log x$

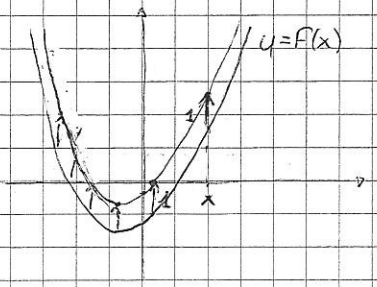
definito solo per $x>0$

Passano tutti per A(1;0)



OPERAZIONI SUI GRAFICI

Esempio:



A partire dal grafico di $f(x)$ voglio ottenere il grafico di $f(x)+c$

↓

Se aggiungo c il grafico si sposta in verticale di $|c|$

└ (su, se $c>0$ / giù se $c<0$)

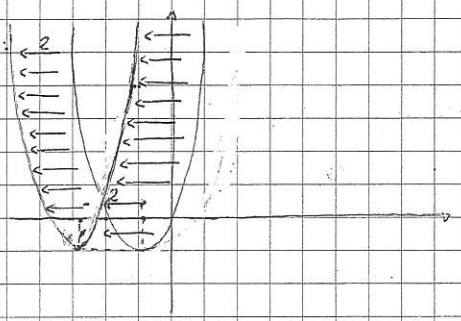
Ma perché?

Supponiamo di volere $y=f(x)+1$

Comincio a disegnare punto per punto

Faccio questo processo per ogni punto

Esempio:



$f(x) \rightsquigarrow f(x+c)$

└ Es: $x^2 \rightsquigarrow (x+2)^2$

Il grafico traslia orizzontalmente

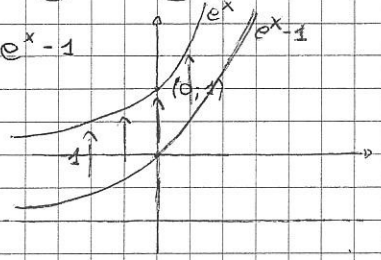
└ (verso sinistra di c se $c>0$ / verso destra di $|c|$ se $c<0$)

Ma perché?

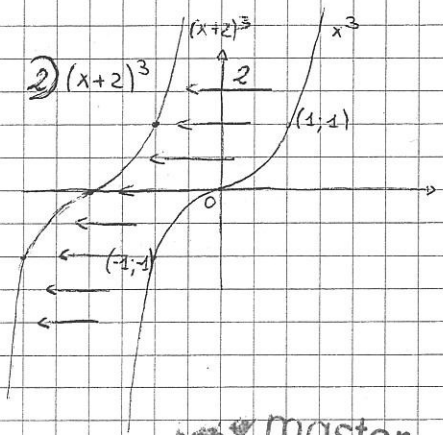
Supponiamo di voler passare da $f(x)$ a $f(x+2)$

Esercizio: Disegnare i grafici delle seguenti funzioni a partire da funzioni note

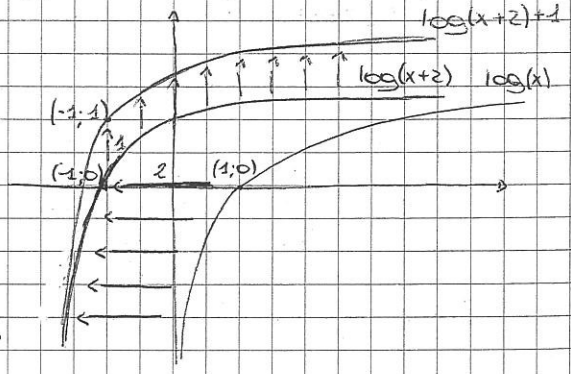
1) $e^x - 1$



2) $(x+2)^3$

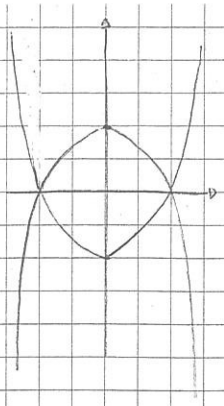


3) $\log(x+2)+1$



master COPY COPISTERIA

Altra operazione:

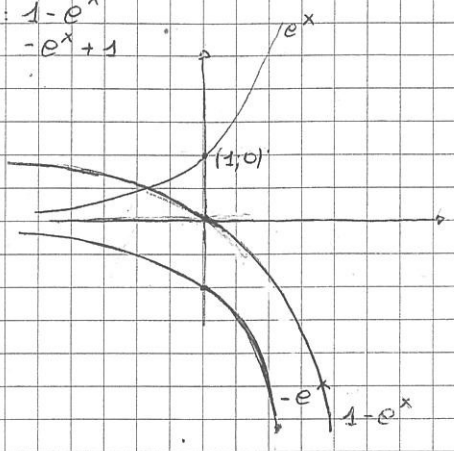


$f(x) \rightsquigarrow -f(x)$

si ribalta rispetto A_x

Esempio: $1-e^x$

$-e^x+1$

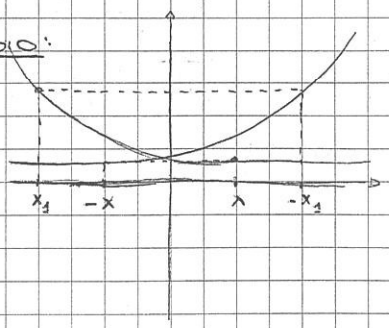


master COPY COPISTERIA

$f(x) \rightsquigarrow f(-x)$

Riflessione rispetto A_y

Esempio:

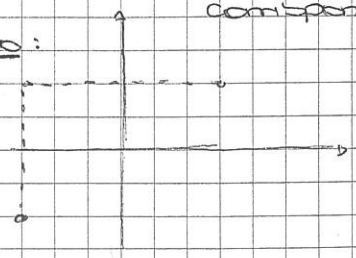


$f(x) \rightsquigarrow -f(-x)$

Servono due riflessioni: • rispetto A_x (nell'ordine che si preferisce)
• rispetto A_y

corrisponde a riflettere rispetto a $O(0;0)$

Esempio:



master COPY COPISTERIA