INTRODUZIONE

29/09/2015

FLUIDO = materiale che non sopporta sforzi di taglio applicati alla sua superficie

Proprietà dei fluidi

- DENSITÀ → $\rho = \frac{m}{V}$ $\left(d_{H_2O} = 1000 kg/m^3\right)$ $d_{aria} = 1,2 kg/m^3$

Tra una grande massa la densità può variare molto nello spazio e nel tempo.
Quando si tratta con dei liquidi conviene esprimere la densità come

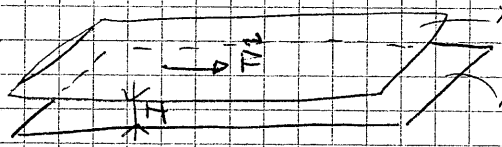
$$\lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta m}{\Delta V} = \rho$$

poiché ρ può variare con la posizione.

- VISCOSITÀ = misura della resistenza che il fluido oppone agli sforzi di taglio cui esso è sottoposto

Esperimento per determinare la viscosità:

Due piani di area A molto grande rispetto alla distanza tra i due piani



Si applica una forza sulla sup. superiore - Il sistema si mette in moto.

Dopo un certo tempo il sist. raggiunge una condizione di equilibrio meccanico, cioè si muove a velocità costante, quindi la risultante delle forze applicate è nulla - Il fluido blocca la lastra da cui l'altra forza $\tau \cdot A$.

Sforzo di taglio → $\tau = \frac{F}{A}$

$$\Rightarrow \tau = \mu(\Gamma_s)\frac{U}{H}$$

Si osserva sperimentalmente questo andamento.

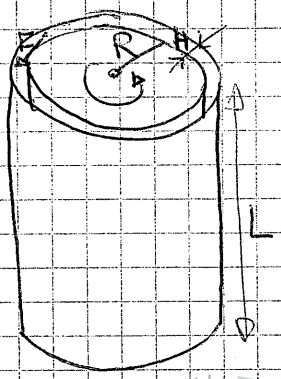
Velocità di scorrimento → $\Gamma_s = \frac{U}{H}$

$\mu(\Gamma_s) = \mu$ → Viscosità

È una "costante" nel senso che i fluidi newtoniani hanno viscosità indipendente dalla velocità di scorrimento

fluidi non newtoniani ≠

VISCOSIMETRO



Due cilindri di raggio simile.
Appena un cilindro tende a ruotare di velocità interno, che quindi ruota a velocità Ω.
La velocità periferica è ΩR.

$$\text{Velocità di scorrimento} = \frac{\Omega R}{H}$$

$$\text{Sforzo di taglio} = \frac{\Omega R}{H}\mu$$

Misura della viscosità → Poises

$\mu_{H_2O} \approx$

$\mu_{olio} \approx 1000\,\mu_{H_2O}$ → Costi di pompaggio e costo maggiori

$$\text{Momento torcente applicato} = \frac{\Omega R^2}{H}\mu 2\pi RL = M_T$$

↓

Da qui si può calcolare μ.

master COPY COPISTERIA

~~RICHIAMI DI ALGEBRA~~

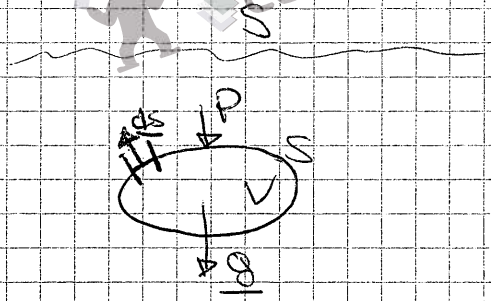
STATICA DEI FLUIDI

Fluidi generici, nei quali ci occupi applicano sforzi tangenziali

PRESSIONE

Ho un volume grande di fluido. Ne seleziono una porzione, un elemento di fluido. Tale elemento di fluido è fermo.

Es. in cui "vedo implicito", se non considero una porzione nel quale non si sono forze ma nessuno dice niente, tale porzione è ferma.



P deve essere ⊥ alla sup. perché siamo nella statica dei fluidi

Le forze che agiscono sull'elemento di fluido sono:

- Forza di gravità (è una forza di volume) $\rightarrow f = \int \rho g \, dV = \rho g V$
  ≠ forza di superficie
  per l'acqua, avendo ρ uniforme
  Ricordo questa approssimazione che è vera.

- Pressione (è una forza di superficie) → È l'unica forza di superficie nella statica dei fluidi. Contrasta la forza di gravità. Esse è normale alla superficie ed è una forza di compressione, cioè diretta contro la superficie.

$\underline{ds}$ = elemento di superficie vettoriale → è ⊥ alla superficie, arbitrariamente orientata verso l'esterno

Forza che agisce sull'elemento ds → $-\int_S p \, \underline{ds}$
(S perché p è opposta alla normale esterna)

Eq. di equilibrio:

$$-\int_S p \, \underline{ds} + \int_V \rho \underline{g} \, dV = 0$$

Formula di Gauss-Green → $\oint_S p\,\underline{dS} = \int_V \underline{\nabla} p\,dV$

$\left(\oint_S \underline{v} \cdot \underline{dS} = \int_V \underline{\nabla} \cdot \underline{v}\,dV \right)$

Possiamo di semplificare l'eq. di equilibrio:

$$-\int_V \underline{\nabla} p\,dV + \int_V \rho \underline{g}\,dV = 0 = \int_V (-\underline{\nabla} p + \rho g)\,dV = 0$$

BILANCIO DI FORZE PER FLUIDO IN QUIETE

$$-\underline{\nabla} p + \rho g = 0$$

Questo è ciò che serve

$\underline{\nabla}$ = (nabla) = è il gradiente, che in generale è un operatore matematico lineare vettoriale, applicabile a qualsiasi funzione, sia scalare che vettoriale

$$\underline{\nabla} = \frac{\delta}{\delta x}\hat{\imath} + \frac{\delta}{\delta y}\hat{\jmath} + \frac{\delta}{\delta z}\hat{k}$$

Se applico a una funzione scalare → $\underline{\nabla}$ = gradiente

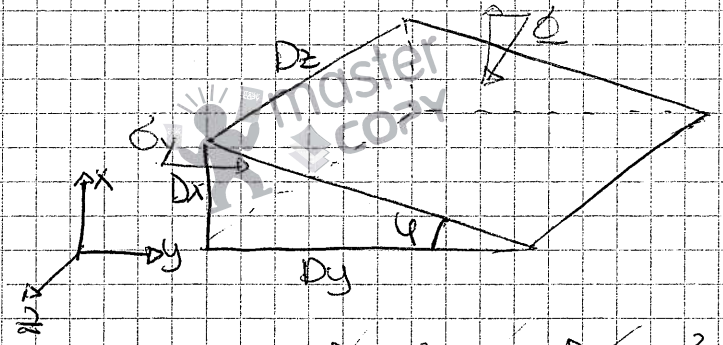
Se applico a una funzione vettoriale $\underline{v}$ → $\underline{\nabla} \cdot \underline{v} = \frac{\delta v_x}{\delta x} + \frac{\delta v_y}{\delta y} + \frac{\delta v_z}{\delta z} = \underline{\nabla} \times \underline{v}$

è la divergenza di $\underline{v}$

master COPY
master COPY COPISTERIA

TEOREMA DI PASCAL

Considerando un qualsiasi punto in cui contiene posso individuare un insieme di ∞ piani passanti per quel punto, ma P su tali piani è sempre ⊥ ad essi ed ha sempre lo stesso valore quale che sia l'inclinazione del piano.



Piano con inclinazione (φ) - Delimito un elemento di perido, che intorno del mio "cuore".

$$Dz \cdot \sigma \sin\varphi \cdot \frac{Dx}{\sin\varphi} = \sigma_y Dz Dx$$

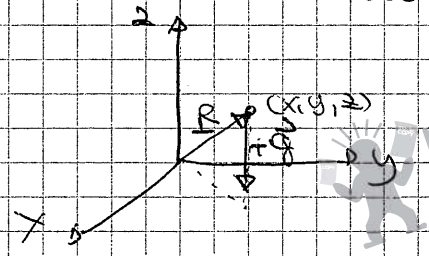
$$\sigma = \sigma_y$$

Voglio determinare la forza esercitata su un volume V dello tensione agente sulla superficie S.

$$-\underline{\nabla} p + \rho \underline{g} = 0$$

$$\underline{g} = \underline{\nabla}(\underline{g} \circ \underline{R})$$

$\underline{R}$ = vettore posizione del punto di coordinate (x,y,z).



master COPY COPISTERIA

$\underline{g}$ ha un'unica componente

$$\underline{g} \circ \underline{R} = -gz \longrightarrow \underline{g} = \underline{\nabla}(-gz) = +g\vec{k} = \underline{g} \quad \text{ok}$$

proiezione di $\underline{R}$ su $\underline{g}$ (prod. scalare)

$$-\underline{\nabla}(p + \rho g h) = 0$$

$$\boxed{p + \rho g h = \text{costante}}$$