DIPARTIMENTO DI VETERINARIA
TAAEC



Appunti, esercizi, formulario di matematica del Prof. Anselmi

Studente: Francesca Capogrosso



ANNO ACCADEMICO 2019/2020

INSIEMI

Gli insiemi vengono indicati con lettera maiuscola dell'alfabeto (A, B, C, ... X, Y, Z ...) e sono collezione di oggetti, detti ELEMENTI DELL'INSIEME, indicati con lettera minuscola (a, b, c, ... x, y, z ...).

$$A = \{a, x, y\} \qquad B = \{c, a\}$$

(non importa l'ordine)

$a \in A$ "a appartiene ad A"

$\emptyset$ = insieme vuoto = $\{\ \}$

NUMERI

NUMERI NATURALI:

$N = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ numeri naturali $\qquad n, m \in N$

$\{1, 2, 3, \dots\} = N_+ = N / \{0\}$

(numeri naturali positivi; "/" = "privato di")

N è chiuso rispetto al prodotto e alla somma:

- Se prodotto di due numeri naturali è un numero naturale
- La somma di due numeri naturali è un numero naturale

N NON è chiuso per sottrazione o divisione.

NUMERI INTERI RELATIVI:

$Z = \{\dots -3, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ numeri interi relativi

Z è chiuso rispetto alla somma, al prodotto e alla sottrazione

$(-3) \cdot (-2) = +6$

$+ \cdot + = +$ $\quad + \cdot - = -$ $\quad - \cdot - = +$

Z NON è chiuso per divisione:

$3 : 2 = \frac{3}{2} \notin Z$ ("$\notin$" = "non appartiene a")

$-3 : 2 = -\frac{3}{2} \notin Z$

NUMERI RAZIONALI:

$Q = \left\{ \frac{m}{n},\ m \in Z,\ n \in Z,\ n \neq 0 \right\}$ = numeri razionali ("$\neq$" = "diverso da")

$\frac{m}{n} = \frac{m \cdot p}{n \cdot p} \qquad p \in Z \qquad \frac{3}{2} = \frac{15}{10} = \frac{3 \cdot 5}{2 \cdot 5}$

$q \in Q \qquad q_1 = \frac{m_1}{n_1} \qquad q_2 = \frac{m_2}{n_2}$ ← numeratore, ← denominatore

- $q_1 \cdot q_2 = \frac{m_1 \cdot m_2}{n_1 \cdot n_2} = \frac{m_1}{n_1} \cdot \frac{m_2}{n_2}$

$\frac{2}{7} \cdot \frac{3}{4} = \frac{2 \cdot 3}{7 \cdot 4} = \frac{6}{28} = \frac{3 \cdot 2}{14 \cdot 2} = \frac{3}{14}$

master COPY

- $q_1 + q_2 = \frac{m_1}{n_1} + \frac{m_2}{n_2} = \frac{m_1 \cdot n_2}{n_1 \cdot n_2} + \frac{m_2 \cdot n_1}{n_2 \cdot n_1} = \frac{m_1 \cdot n_2 + m_2 \cdot n_1}{n_1 \cdot n_2}$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3} + \frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$

- Reciproco: se $q = \frac{m}{n}$ e $q \neq 0$, allora $\frac{1}{q} = \frac{n}{m}$

il reciproco di $\frac{3}{14}$ è $\frac{14}{3}$

$Q = \{$ numeri decimali che hanno un numero finito di cifre decimali o sono periodici $\}$

$0,25 \overset{?}{=} \frac{m}{n} = 0,25 \cdot \frac{p}{p} = \frac{0,25 \cdot 100}{100} = \frac{25}{100} = \frac{5 \cdot 5}{20 \cdot 5} = \frac{1 \cdot 5}{4 \cdot 5} = \frac{1}{4}$

numero decimale periodico: numero decimale tale che la sua cifra decimale contengano una sequenza che si ripete indefinitivamente (da un certo punto in poi)

Es: $0,12163434\ldots = 0,1216\overline{34}$

$0,\overline{5} = 0,5555\ldots$

$10 \cdot 0,\overline{5} = 5,555\ldots = 5,0 + 0,555\ldots$

$\downarrow$

x

$10x = 5 + x$

$-x \quad\quad -x$

$9x = 5$

$x = \frac{5}{9}$

$5 : 9 = 0,55\ldots \qquad 0,\overline{5} = \frac{5}{9}$

NUMERI REALI:

$R = \{$ tutti i numeri decimali $\}$ = numeri reali

E' chiuso rispetto alla somma, alla sottrazione, alla divisione e al prodotto.
Tutti i numeri reali che non sono razionali si chiamano IRRAZIONALI.

- POTENZA: $x^2 = x \cdot x \qquad x^3 = x \cdot x \cdot x$

- RADICE QUADRATA: se $y = x^2$ si dice che x è la radice quadrata di y = quel numero le cui quadrato è y
  Si scrive $x = \sqrt{y} = y^{1/2}$

- RADICE CUBICA: se $y = x^3$, x è detto radice cubica di y
  Si scrive $x = \sqrt[3]{y} = y^{1/3}$

Non è chiuso rispetto alla radice quadrata
$y = x^2 \qquad x = \sqrt{y}$

- se $x > 0$ allora $y = x \cdot x > 0$
- se $x < 0$ allora $y = x \cdot x > 0$

$\exists$ numero reale i / $i^2 = -1$
NON esiste alcun numero reale tale che il suo quadrato sia negativo

NUMERI COMPLESSI:

Sono fatti da 2 numeri reali: $x + iy$ dove $i = \sqrt{-1}$ $\quad x \in R$ parte reale, $y \in R$ parte immaginaria

$(a+b)\cdot c = a\cdot c + b\cdot c$

$a\cdot(b+c) = a\cdot b + a\cdot c$

$(a+b)\cdot(c+d) = a\cdot(c+d) + b\cdot(c+d)$ $\qquad a,b,c,d \in R$

$z \in C \qquad z = x + iy$ dove $x, y \in R$

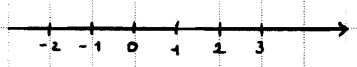
$w \in C \qquad w = a + ib$ dove $a, b \in R$

$$z \cdot w = (x+iy)\cdot(a\cdot ib) = xa + ixb + iya + i^2 yb = xa - yb + i(xb+ya)$$

($i^2 = -1$)

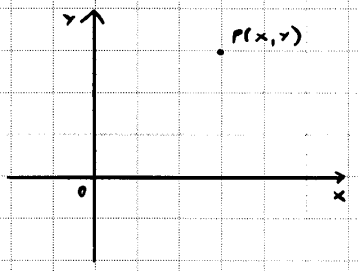
master COPY

Si parla di retta reale perchè è possibile ordinare i numeri reali



se $a, b \in R$ $\Rightarrow a = b$, $\Rightarrow a < b$, $\Rightarrow a > b$

Si parla di piano complesso



$x + iy \in C$

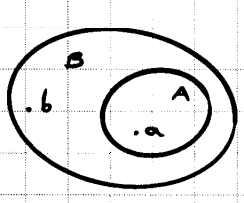
Non esiste un ordinamento per i numeri complessi

master COPY

NOZIONI SUGLI INSIEMI

Dati due insiemi A e B si dice che A è contenuto in B, se $\forall\, a \in A$ è anche vero che $a \in B$

("per ogni")



Si scrive:

$A \subset B$ se $\exists\, b \in B \mid b \notin A$

oppure

$A \subseteq B$ se può essere $A = B$

master COPY

$N \subset Z \subset Q \subset R \subset C$

Altri esempi di insiemi



$[a,b] = \{x \in R \mid a \le x \le b\}$

$(a,b) = \{x \in R \mid a < x < b\}$

$(a,b] = \{x \in R \mid a < x \le b\}$

$[a,b) = \{x \in R \mid a \le x < b\}$

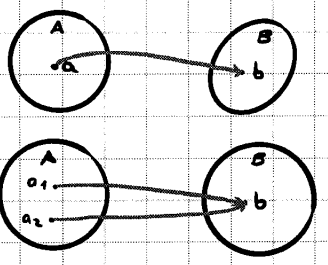
Unione di insiemi $A \cup B = \{x \mid x \in A \circ x \in B\}$

Intersezione di insiemi $A \cap B = \{x \mid x \in A \in x \in B\}$

Differenza $A \setminus B = \{x \mid x \in A, x \notin B\}$
"privato di"

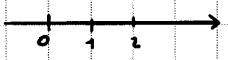
Prodotto cartesiano $A \times B = \{(a,b) \mid a \in A,\ b \in B\}$

Funzioni fra insiemi $f: A \to B$ è un'associazione (relazione, corrispondenza, mappa) che associa un
$a \longmapsto b$ elemento di B ad ogni elemento di A
$b = f(a)$ $a \in A$ è mappato in uno e uno solo elemento di B
A = dominio

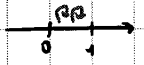


esempi:

$A = [0,1]$ $f: A \to R$ $x \in A$ $f(x) = 2$



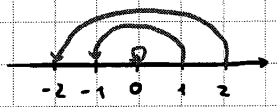
$A = [0,1]$ $f(x) = x$ **IDENTITÀ**



$A = [0,1]$ $f(x) = x + 2$ **TRASLAZIONE**



$A = [0,1]$ $f(x) = -x$ **RIFLESSIONE RISPETTO ALL'ORIGINE**



- Una funzione si dice **INIETTIVA** se elementi distinti di A sono mappati in elementi distinti di B



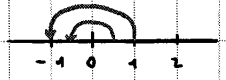
$b = f(a)$ b si dice "immagine" di A

$$\text{Codominio} = \{b \in B \mid \exists\, a \in A \mid b = f(a)\}$$

- Una funzione si dice **SURIETTIVA** se B = immagine di A
= codominio di A

esempi:

$A = [0,1]$ $f(x) = -x$
$B = [-1,0]$



è suriettiva e iniettiva

- Una funzione iniettiva e suriettiva si dice **BIUNIVOCA** ed è invertibile, perché ad ogni elemento di A corrisponde uno e un solo elemento di B e viceversa

suriettività: $\forall b \in B\ \exists\, a \in A \mid b = f(a)$
iniettività: questo a è unico