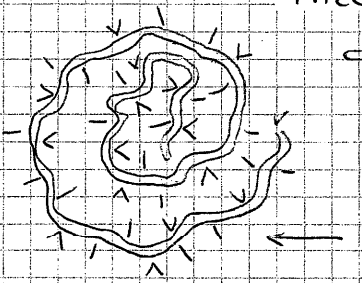
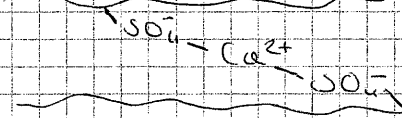
MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 328 9837745

Biomeccanica dei Tessuti

- Ad eccezione dell'osso l'ACQUA rappresenta la componente più importante di un qualunque tessuto biologico
- Nei muscoli, nei tendini il RUOLO "MECCANICO" è svolto dal TESSUTO CONNETTIVO il quale è FORMATO DA:
  - MATRICE EXTRA CELLULARE (ECM) = macromolecole
  - CELLULE = fibroblasti e macrofagi
  - ACQUA
- Le biomolecole che compongono la ECM sono:
  - PROTEINE STRUTTURALI = COLLAGENE ED ELASTINA
  - PROTEINE DI ADESIONE = ex - fibronectina, laminina grazie a queste le CELLULE POSSONO ADERIRE ADESSE rimanendo ferme e in posizione all'interno del tessuto
  - MUCOPOLISACCARIDI o GLICOSAMINOGLICANI = ZUCCHERI formati dalla ripetizione di unità di DISACCARIDI. Sono anche abbreviati come GAG.
- I GAG si legano insieme a una PROTEINA a formare i PROTEOGLICANI. I GAG che vanno a costituire i proteoglicani sono muniti di un GRUPPO SOLFATO come ad esempio l'EPARINA. Un'eccezione è l'IALURONICO*
- NB - polisaccaride = zucchero $(CH_2O)_n$ $PM = 20-40 \cdot 10^3$ Dalton
  $1\,Dalton = \frac{1\,g}{mol}$
- Il gruppo SOLFATO dei GAG ha carica negativa (SO_4^{2-})
  → attrae il Na^+ e altri ioni positivi → attraggono con sé anche H_2O dove di soluto sono detti questi ioni →
  → questi attraggono molecole di GAG ALTAMENTE IDRATATI
- I GAG attraggono poi le PROTEINE formando una MACROMOLECOLA (PG+H_2O) costituendo la SOSTANZA GROUND, gelatinosa e ALTAMENTE VISCOSA. La PRESENZA DELL'ACQUA la RENDE INCOMPRIMIBILE (rende quindi incomprimibile il corpo) e la rende la principale "responsabile" delle PROPRIETÀ MECCANICHE DEI TESSUTI. Le principali FUNZIONI DELLA SOSTANZA GROUND sono:
  - dare INCOMPRIMIBILITÀ al tessuto
  - PROPRIETÀ MECCANICHE DEL TESSUTO
  - SUPPORTO
  - MEZZO DI "CONDUZIONE" DEL NUTRIMENTO
- NB
  - GROUND = H_2O + PROTEOGLICANI (legati) = ECM - P. STRUTTURALI
  - PROTEOGLICANI = PROTEINE + GAG (legati)
  - ECM = PROTEINE STRUTTURALI (COLLAGENE, ELASTINA) + PROTEOGLICANI + $+H_2O$ + GAG NON FORMANTI PG (ACIDO IALURONICO)



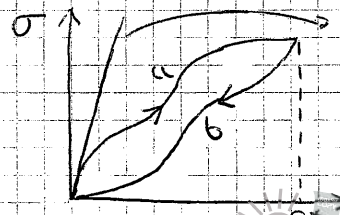
- NB - EPARINA => ZUCCHERO
- Poi l'INVECCHIAMENTO l'ECM CAMBIA COMPOSIZIONE → generalmente si IRRIGIDISCE con l'età. Ciò avviene poiché i GRUPPI SOLFATI TENDONO A LEGARSI con gli IONI CALCIO IMPEDENDO A UNA CERTA PERCENTUALE DI H_2O DI LEGARSI DALLA MACROMOLECOLA → + RIGIDO



* IALURONICO il quale è un GAG, NON ha gruppi SOLFATI e NON SI LEGA A FORMARE PROTEOGLICANI

SFORZO E DEFORMAZIONE NEI TESSUTI: ELEMENTI BASE

I tessuti generalmente non hanno un comportamento perfettamente elastico. Una volta deformati difficilmente tornerebbero con le loro cellule esattamente nella posizione → FENOMENO DI ISTERESI CON DISSIPAZIONE DI ENERGIA TERMICA



coefficiente angolare E = modulo di Young

area sotto curva $a = \int_0^{\varepsilon^*} \sigma \, d\varepsilon$ = ENERGIA PER UNITÀ DI VOLUME IMMAGAZZINATA (TENACITÀ)

area sotto curva b = ENERGIA RICEVUTA PER UNITÀ DI VOLUME una volta tolto lo sforzo applicato per deformare il campione di tessuto

area a − area b = ENERGIA PER UNITÀ DI VOLUME DISSIPATA SOTTO FORMA DI CALORE (RISCALDAMENTO DEL CAMPIONE)

Per SCHEMATIZZARE IL COMPORTAMENTO DI UN PARTICOLARE TESSUTO usiamo SISTEMI DI ELEMENTI A PARAMETRI CONCENTRATI. Gli elementi base sono di due tipi:

- MOLLA —eeee— l_0 $\quad F = K\Delta l = K(l - l_0) \rightarrow \frac{F}{Vol} = \frac{K\Delta l}{Vol} \rightarrow$

$$\rightarrow \frac{F}{A\,l_0} = \frac{K\Delta l}{A\,l_0} \rightarrow \frac{F}{A} = \frac{l_0 K}{A}\frac{\Delta l}{l_0} \rightarrow \sigma = E\varepsilon$$

- PISTONE —□— $\quad \sigma = \eta \frac{d\varepsilon}{dt} = \eta \dot{\varepsilon}$ (SMORZATORE)

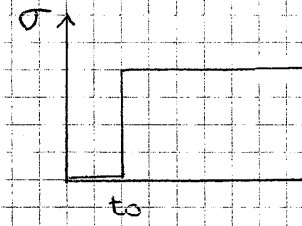
Facciamo tre tipi di prove a cui sottoporre un campione:

- CREEP → lo sottopongo a uno SFORZO COSTANTE NEL TEMPO $\sigma(t) = \sigma_0$ $(t > 0)$ e ne vedo la risposta in $\varepsilon(t)$
- STRESS RELAXATION → lo sottopongo a una deformazione "a gradino" $\varepsilon(t) = \varepsilon_0$ $(t > 0)$ e ne vedo la risposta in $\sigma(t)$
- PROVA $\dot{\varepsilon}$ → sottopongo il campione a una deformazione $\varepsilon(t)$ del tipo $\varepsilon(t) = \dot{\varepsilon} t$ facendo variare $\dot{\varepsilon}$ vari valori → vedo la risposta in $\sigma(t)$

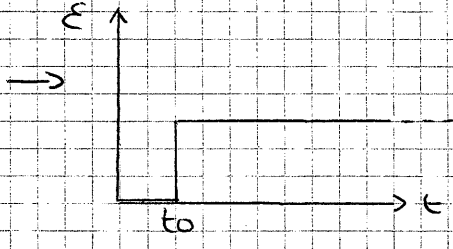
PROVE SU ELEMENTI FONDAMENTALI

MOLLA —eeee— legge costitutiva $\sigma = E\varepsilon$

- CREEP

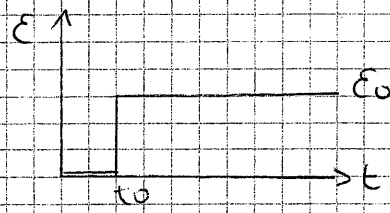


$$\sigma(t) = \begin{cases} \sigma_0 & t > t_0 \\ 0 & t < t_0 \end{cases} \rightarrow \varepsilon(t) = \frac{\sigma(t)}{E} = \begin{cases} \frac{\sigma_0}{E} & t > t_0 \\ 0 & t < t_0 \end{cases}$$

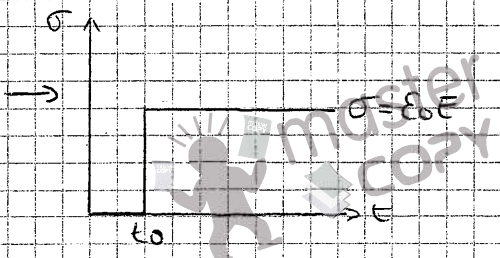


MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

- STRESS RELAXATION

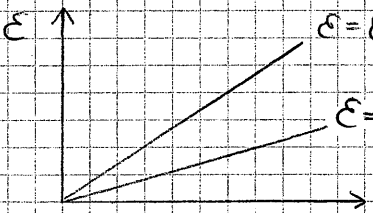


$$\rightarrow \varepsilon(t) = \begin{cases} \varepsilon_0 & t > t_0 \\ 0 & t < t_0 \end{cases} \rightarrow \sigma(t) = \varepsilon(t) \cdot E = \begin{cases} E\varepsilon_0 & t > t_0 \\ 0 & t < t_0 \end{cases}$$



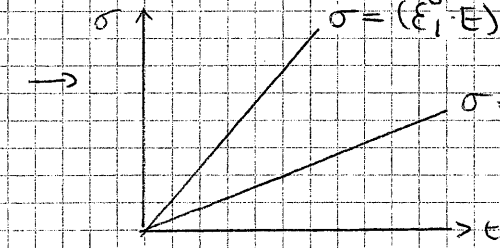
MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

- PROVA $\dot{\varepsilon}$



$\dot{\varepsilon}_1, \dot{\varepsilon}_2$ COSTANTI

$$\rightarrow \begin{cases} (1)\ \varepsilon = \dot{\varepsilon}_1 t \\ (2)\ \varepsilon = \dot{\varepsilon}_2 t \end{cases} \rightarrow \begin{cases} (1)\ \sigma = E\dot{\varepsilon}_1 t \\ (2)\ \sigma = E\dot{\varepsilon}_2 t \end{cases} \rightarrow \sigma = E\dot{\varepsilon} t$$



NB: MOLLE IN SERIE E IN PARALLELO

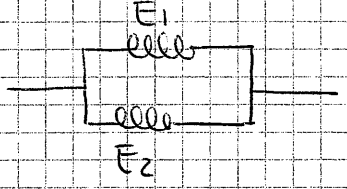


$\sigma_1 = E_1\varepsilon_1 \quad \sigma_2 = E_2\varepsilon_2$

$$\begin{cases} \sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_{TOT} \\ \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \varepsilon_{TOT} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \sigma_{TOT} = E_1\varepsilon_1 = E_2\varepsilon_2 \\ \varepsilon_{TOT} = \dfrac{\sigma_{TOT}}{E_1} + \dfrac{\sigma_{TOT}}{E_2} = \end{cases}$$

$$= \sigma_{TOT}\left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{\sigma_{TOT} = \varepsilon_{TOT}\left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}\right)^{-1}} \rightarrow \varepsilon_{TOT} = \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}\right)^{-1}$$

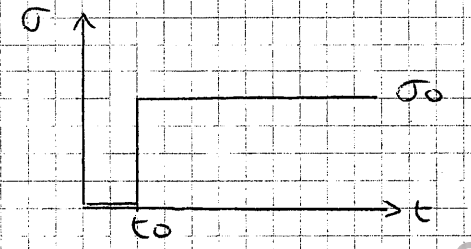


$$\begin{cases} \sigma_1 + \sigma_2 = \sigma_{TOT} \\ \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_{TOT} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} E_1\varepsilon_1 = E_2\varepsilon_2 = \sigma_{TOT} \\ \varepsilon_{TOT} = \dfrac{\sigma_1}{E_1} = \dfrac{\sigma_2}{E_2} \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow \boxed{\sigma_{TOT} = \varepsilon_{TOT}(E_1 + E_2)} \rightarrow E_{TOT} = E_1 + E_2$$

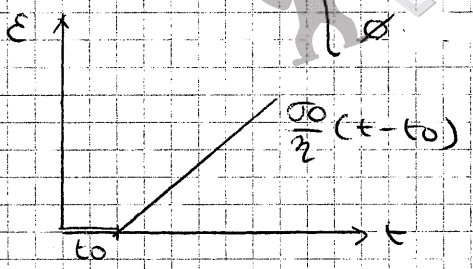
PISTONE — legge costitutiva $\sigma = \eta \dot{\varepsilon} = \eta \frac{d\varepsilon}{dt}$

- CREEP

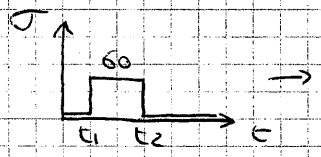


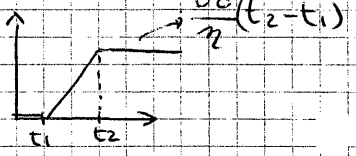
$$\sigma(t) = \begin{cases} \sigma_0 & t > t_0 \\ 0 & t < t_0 \end{cases} \rightarrow \dot{\varepsilon}(t) = \frac{\sigma(t)}{\eta} = \begin{cases} \frac{\sigma_0}{\eta} & t > t_0 \\ 0 & t < t_0 \end{cases}$$

$$\rightarrow \varepsilon(t) = \begin{cases} \frac{\sigma_0}{\eta} t + C \\ \varnothing \end{cases} \xrightarrow{@\ t=t_0\ \varepsilon(t)=\varnothing} \begin{cases} \frac{\sigma_0}{\eta} t - \frac{\sigma_0}{\eta} t_0 = \frac{\sigma_0}{\eta}(t - t_0) & t > t_0 \\ \varnothing & t < t_0 \end{cases}$$



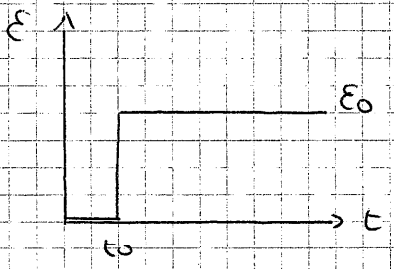
NB_ se



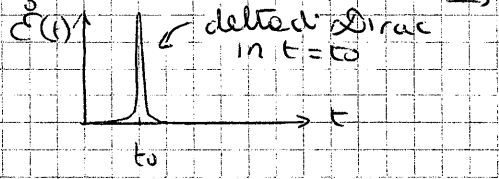


NON TORNA INDIETRO!

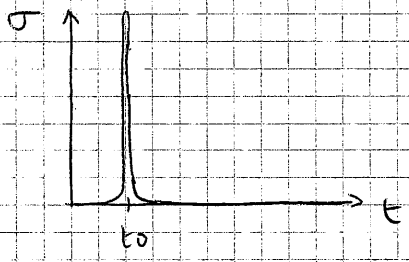
- STRESS RELAXATION



$$\varepsilon(t) = \begin{cases} \varepsilon_0 & t > t_0 \\ \varnothing & t < t_0 \end{cases} \rightarrow \dot{\varepsilon}(t) = \delta(t - t_0)$$

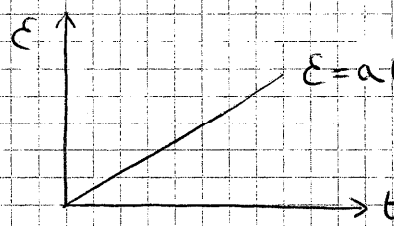


$$\rightarrow \sigma(t) = \eta \dot{\varepsilon}(t) = \eta\, \delta(t - t_0)$$



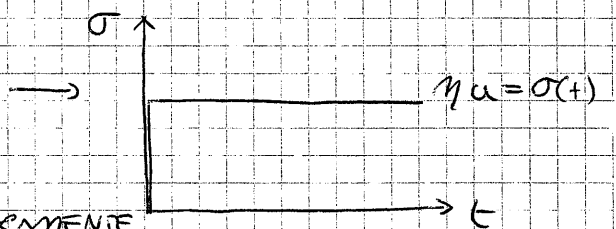
MASTER COPY
Tel. 070 6312126
Cell. 388 9837745

- PROVA $\dot{\varepsilon}$



costante

$$\varepsilon(t) = at \rightarrow \sigma(t) = \eta \dot{\varepsilon}(t) = \eta a$$

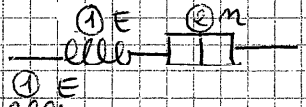


NB - NOIA → CONSERVA E RILASCIA INTERAMENTE
- PISTONE → SISTEMA DISSIPATIVO

MODELLO DI MAXWELL, MODELLO DI VOIGT E TRASFORMATA DI LAPLACE

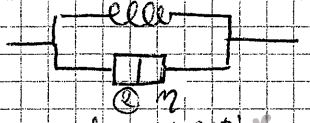
I due modelli monoassiali utilizzati per descrivere il comportamento meccanico dei tessuti sono:

- MAXWELL



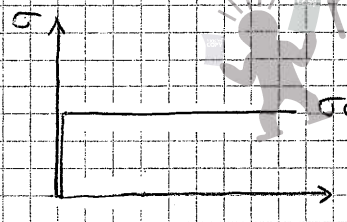
$$\begin{cases} \sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_{TOT} \\ \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \varepsilon_{TOT} \\ \sigma_1 = E\varepsilon_1 \\ \sigma_2 = \eta\dot{\varepsilon}_2 \end{cases}$$

- VOIGT



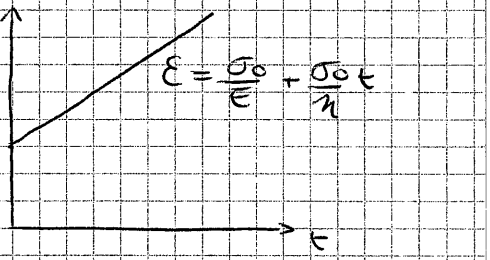
$$\begin{cases} \sigma_{TOT} = \sigma_1 + \sigma_2 \\ \varepsilon_{TOT} = \varepsilon_1 = \varepsilon_2 \\ \sigma_1 = E\varepsilon_1 \\ \sigma_2 = \eta\dot{\varepsilon}_2 \end{cases}$$

La risoluzione di questi modelli si complica. Prendiamo per esempio il CREEP di MAXWELL:



Maxwell $\begin{cases} \sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_{TOT} = \sigma_0 \\ \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \varepsilon_{TOT} \\ \sigma_1 = E\varepsilon_1 \\ \sigma_2 = \eta\dot{\varepsilon}_2 \end{cases}$ $\begin{cases} \sigma_{TOT} = \sigma_0 \\ \varepsilon_{TOT} = \sigma_0/E + \dfrac{\sigma_0}{\eta}t \\ \varepsilon_1 = \sigma_0/E \\ \sigma_0 = \eta\dot{\varepsilon}_2 \rightarrow \varepsilon_2 = \dfrac{\sigma_0}{\eta}t \end{cases}$

$$\longrightarrow \varepsilon_{TOT} = \sigma_{TOT}\left(\frac{1}{E} + \frac{t}{\eta}\right) = \frac{\sigma_0}{E} + \frac{\sigma_0}{\eta}t$$



MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

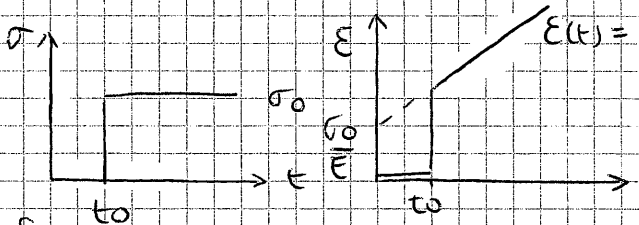
Più in generale avrò:

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma}{E} + \int\frac{\sigma}{\eta}dt \longleftrightarrow \dot{\varepsilon}(t) = \frac{\dot{\sigma}}{\eta} + \frac{\dot{\sigma}}{E}$$

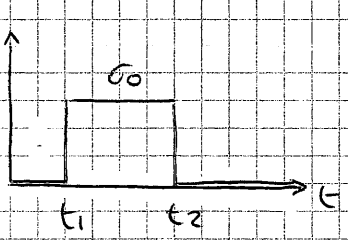
in questo caso $\dot{\sigma} \neq 0$ perché $\sigma = cost$

EQUAZIONE DIFFERENZIALE

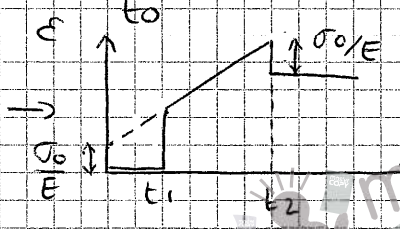
Se $\sigma(t) = \sigma_0 \quad t > t_0$



Se



$\longrightarrow$



si abbona di $\frac{\sigma_0}{E}$ ovvero la deformazione ε dovuta alla molla

UN SISTEMA DI EQUAZIONI DIFFERENZIALI

In generale otteniamo sempre

$\longrightarrow$ per risolverle UTILIZZO LA TRASFORMATA DI LAPLACE.

$$f(t) \xrightarrow{\mathcal{L}\{\}} F(s)$$

Funzione nel tempo — Funzione nel dominio di Laplace

EQ DIFFERENZIALI — EQ ALGEBRICHE in s

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s) = \int_0^{+\infty} f(t)\,e^{-st}\,dt$$