MODELLAZIONE STRUTTURA MECCANICA

- sviluppo **MODELLI** per prevedere se elementi strutture sopportano sollecitazioni
  - PUNTO MATERIALE : no dim. e massa ; descrivere oggetti piccoli rispetto al sistema
  - CORPO RIGIDO : interessano dim. ; forze applicate in più punti
  - rappresentazione aspetti fisici per dare previsioni ; descrizione di
    - SOLIDI MONODIMENSIONALI ($\ell >$ sezione)
    - SOLIDI BIDIMENSIONALI (estensione > spessore)
    - SOLIDI TRIDIMENSIONALI
  - devono essere VALIDI => verifiche di rigidezza e resistenza
- cerco **EQUILIBRIO STATICO** : "velocità relativa di ogni punto nulla per un certo intervallo di tempo"
  - ANALISI STATICA : corpo soggetto a CARICHI (noti) e REAZIONI VINCOLARI (incognite)
    - DCL preliminare
    - applicazione EQUAZIONI CARDINALI (condizioni di equilibrio)
    - discussione problema e DCL finale
  - due tipi di problemi:
    - I° tipo : sistemi lineari e configurat. data di equilibrio
    - II° tipo : config. di eq. incognita

master COPY

STATICA DELLE STRUTTURE

- studio delle STRUTTURE di corpi rigidi connessi tra loro e al telaio per mezzo di vincoli ideali
  - definizione del n° GRADI di LIBERTÀ = N, che identificano posizione struttura, scomponendo la struttura stessa eliminando i vincoli e sommando i gdl di ogni corpo (3 per c. rigido, 2 per p. mat.)
- ANALISI STATICA : struttura in eq. se lo sono gli elementi che la compongono
  - scomporre struttura
  - sostituire vincoli con reazioni
  - eq. ogni el. rigido
  - risoluzione
  - ANALISI PROBLEMA RISOLVENTE : sia N = n°gdl , M = n° incognite indipendenti , A = Mat($N \times M$) =>

    => a priori vale $[r_A \leq r_B]$ e $[r_A \leq N]$. La classificazione dei problemi sarà:

    - ISOSTATICI : reazioni vincolari ottenibili in modo univoco $[r_A = r_B = M]$ (n° eq. lin. ind. = n° incognite)
    - LABILI : condizioni di vincolo insufficienti per equilibrio ; assumo configurazione di eq. diversa

      $[r_A < r_B]$ (sist. impossibile $\rightsquigarrow \nexists$ sol.) $\quad r_B - r_A$ = GRADO di LABILITÀ
    - IPERSTATICI : n° di vincoli indipendenti maggiore di quanto necessario per garantire l'equilibrio (eccesso di sol.)

      $[r_A = r_B]$ e $[M > r_A]$ (sistema indeterminato $\rightsquigarrow \exists \infty$ sol.) $\quad M - r_A$ = GRADO di IPERSTATICITÀ
    - CASI PARTICOLARI
      - PROBL. ISOSTATICI dipendenti dal carico applicato
      - STRUTTURE INTRINSECAMENTE ISOSTATICI (per qualunque carico, grazie alla configurazione geometrica)

        $r_A = N = M$

MODELLO di TRAVE per SOLIDI MONODIMENSIONALI

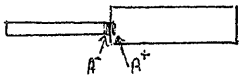
- studio dei solidi MONODIMENSIONALI ($\ell \gg$ sezione) con il modello di **TRAVE** (monodimensionalità consiste nell'associare i parametri geometrici ad una linea). La trave viene descritta da:
  - **SEZIONE** Ω (individuata da BARICENTRO G e diametro d)
  - TRAIETTORIA Γ detta **LINEA d'ASSE** (descritta dal movimento del baricentro G)

  → ad ogni punto della linea d'asse è associata una sezione
  - si forma un solido che rappresenta la trave se $[d \ll$ lungh. $\Gamma]$ e $[d \ll$ raggio di curvatura$]$

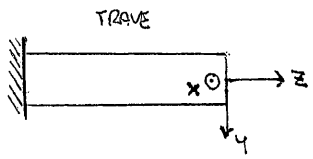
N.B.: caratteristiche $\ll d$ sono considerate puntiformi $\Rightarrow$ • azioni applicate a sezioni: CARICHI CONCENTRATI
• azioni distribuite di sup.: DISTRIBUZIONI LINEARI

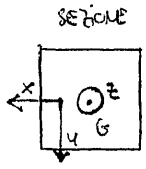
- posizione sezione individuata dall'ASCISSA CURVILINEA s che, dopo aver fissato origine e verso, rappresenta la distanza con segno

- classificazione trave:
  - SEZIONE APERTA
  - SEZIONE CHIUSA
  - SEZIONE VARIABILE (dipende da s)
    - nei punti di discontinuità (brusche variazioni di sezione) si definiscono due sezioni (A^-: precede e A^+: segue discon.)



- studio comportamento strutturale: introduzione di **SISTEMA di RIFERIMENTO LOCALE**, cioè associato alla sezione in esame (in punti di discontinuità si hanno diversi sistemi per le sezioni A^- e A^+, con assi omonimi non paralleli). Definizione sistemi per convenzioni:
  - origine = baricentro sezione ($\in$ asse trave);
  - asse z: direzione normale $\hat{n}$ al piano di sezione (equivale a s crescente)
  - assi $x, y \in$ piano sezione, orientati secondo momenti principali di inerzia





AREA SEZIONE: $A = \int_\Omega dx\,dy$

BARICENTRO: $G_x = \int_\Omega \frac{y\,dx\,dy}{A}$; $G_y = \int_\Omega \frac{x\,dx\,dy}{A}$

- CONCIO ELEMENTARE: porzione infinitesima di solido monodimensionale compresa tra due sezioni; utilizzato per studiare equilibri di forze tra due sezioni

[RISULTANTE DISTRIBUZIONE di FORZE: $\int_\Omega f(s)\,ds$]

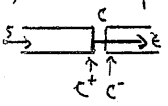
[CENTRO di SPINTA: $\int_\Omega s\,f(s)\,ds \,/\, \int_\Omega f(s)\,ds$]

master COPY

CARATTERISTICHE di SOLLECITAZIONE

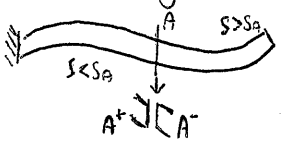
└ considerando una trave che svolge la sua funzione strutturale (si trova sotto carico in condizione di equilibrio), le CARATTERISTICHE di SOLLECITAZIONE di una SEZIONE definiscono le azioni statiche interne che una sezione trasmette e quantificano la sua funzione strutturale (descrivono le azioni interne scambiate dagli atomi affacciati ad una sezione)

N.B.: nozione di VERSORE NORMALE USCENTE dal CORPO: in un taglio, la faccia positiva è quella con normale equiversa a z (coda nel materiale e punta verso l'esterno)



└ è sufficiente analizzare le azioni agenti sulla faccia positiva

└ METODO OPERATIVO: "le azioni statiche applicate sulla faccia positiva di una sezione sono staticamente equivalenti al sistema di forze che agiscono sulla sottotrave che si estende verso le z positive"

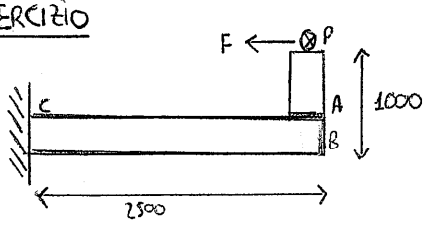


A^+ viene valutata analizzando le azioni su $S > S_A$

└ considerando la faccia positiva, le azioni si riducono a due vettori (una forza e un momento) le cui componenti sono:

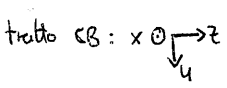
- FORZA NORMALE N
- FORZA di TAGLIO T_x
- FORZA di TAGLIO T_y
- MOMENTO TORCENTE M_z
- MOMENTO FLETTENTE M_x
- MOMENTO FLETTENTE M_y

ESERCIZIO



$F = 15\ KN$ $\quad P = 20\ KN$

consideriamo due sistemi di riferimento locale:

tratto CB: 

tratto AD: 

└ CARATTERISTICHE di SOLLECITAZIONE

	N	M_x	T_x	M_y	T_y	M_z
C	-15	15	-20	-50	0	-20
B	-15	15	-20	0	0	-20
A	0	15	-20	-20	-15	0
D	0	0	-20	0	-15	0

master COPY

EFFETTI delle CARATTERISTICHE di SOLLECITAZIONE

└ EFFETTO FORZA NORMALE N:

- $N > 0$ ⇒ allungamento concio lungo z, contrazione sezione (TRAZIONE ASSIALE)
- $N < 0$ ⇒ accorciamento concio lungo z, espansione sezione (COMPRESSIONE ASSIALE)

└ EFFETTO FORZA di TAGLIO T_x, T_y : scorrimento relativo basi nella direzione dell'asse

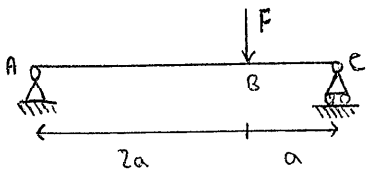
└ EFFETTO MOMENTO TORCENTE M_z : rotazione relativa basi attorno all'asse z

└ EFFETTO MOMENTO FLETTENTE : facce non più parallele, linea d'asse s'incurva

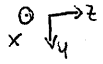
- $M_x > 0$ ⇒ TRAZIONE (estensione) fibre lungo y positivo
  COMPRESSIONE (contrazione) fibre lungo y negativo
  → rotazione relativa sezioni attorno a x (se negativo succede il contrario)
- $M_y > 0$ ⇒ TRAZIONE fibre lungo x negativo
  COMPRESSIONE fibre lungo x positivo

PROBLEMI PIANI di TRAVI : si considerano solo N, T_y, M_x

ESERCIZIO (problema piano con carico concentrato)

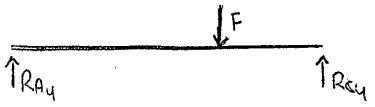


$F = 350\ N$ $a = 150\ mm$



trovare le caratteristiche in A, B, C

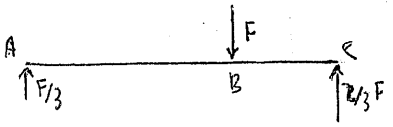
↳ DCL:



4) $R_{Ay} + R_{Cy} = F \rightsquigarrow R_{Ay} = F - 2/3\,F = 1/3\,F$

A) $R_{Cy}\,3a = F\,2a \rightsquigarrow R_{Cy} = \frac{2}{3}F$

↳ DCL finale:

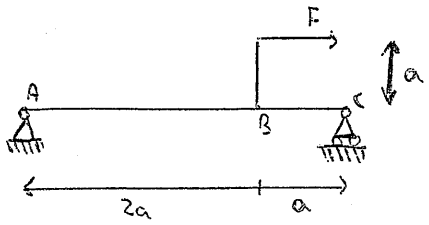


↳ caratteristiche:

	N	T_y	M_x
A	0	F/3	0
$S = S_B^-$ ↶ B^-	0	F/3	$\frac{2}{3}Fa$
$S = S_B^+$ ↶ B^+	0	$-\frac{2}{3}F$	$\frac{2}{3}Fa$
C	0	$-\frac{2}{3}F$	0

master COPY

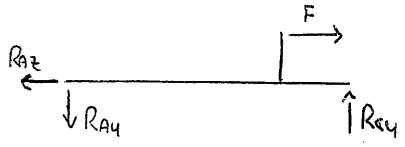
ESERCIZIO (problema piano con carico concentrato e asse ramificato)



$F = 600\,N$ $\quad a = 150\,mm$ $\quad \times \odot \rightarrow z,\ \downarrow y$

caratteristiche in A, B, C

↳ DCL:



z) $R_{Az} = F$

y) $R_{Cy} = R_{Ay} = F/3$

↺A) $R_{Cy}\,3a = Fa \rightsquigarrow R_{Cy} = F/3$

↳ DCL finale:



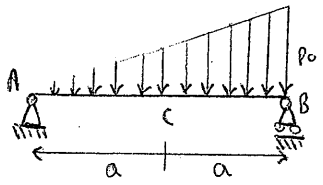
master COPY

↳ caratteristiche:

	N	T_y	M_x
A	F	$-F/3$	0
B^-	F	$-F/3$	$-\frac{2}{3}Fa$
B^+	0	$-F/3$	$F/3\,a$
C	0	$-F/3$	0

master COPY

ESERCIZIO (problema piano con carico distribuito, che va da 0 a p_0 con andamento lineare rispetto a s)



$a = 120\,mm$ $\quad p_0 = 35\,N/mm$ $\quad \times \odot \rightarrow z,\ \downarrow y$

carico distribuito: $p_0 s/2a$

↳ RISULTANTE: $P = \int_0^{2a} p_0 s/2a\,ds = \frac{p_0}{2a}\left[\frac{s^2}{2}\right]_0^{2a} = p_0 a$

↳ c. di SPINTA: $D = \int_0^{2a} p_0 s^2/2a\,ds \,/\, p_0 a = \frac{1}{2a^2}\left[\frac{s^3}{3}\right]_0^{2a} = \frac{4}{3}a$

↳ DCL:

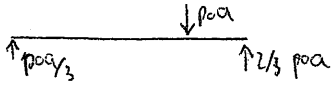


y) $R_{By} + R_{Ay} = p_0 a \rightsquigarrow R_{Ay} = p_0 a/3$

↺A) $R_{By}\,2a = p_0 a^2 \frac{4}{3} \rightsquigarrow R_{By} = \frac{2}{3} p_0 a$

master COPY

↳ DCL finale:



↳ caratteristiche: in ℓ devo considerare che p_0 non è un carico concentrato, quindi mi occorre trovare la risultante in una delle estensioni della sottotrave (faccio z negativo) $\rightsquigarrow P = p_0 a/4$ $\quad EDS = 2/3\,a$

N	T_y	M_x
0	$\frac{p_0 a}{12}$	$\frac{p_0 a^2}{4}$