Momento polare: $\underline{M_O} = \vec{OP} \times \underline{v}$ → SPOSTAMENTI DI P LUNGO LA SUA RDA O SPOSTAMENTI DI O LUNGO UNA PARALLELA ALLA RDA non variano MO.

Trasporto del momento: $\underline{M_A} = \underline{M_O} + \vec{AO} \times \underline{v}$

Momento assiale: $M_a = \underline{M_O} \cdot \underline{\tau}$

Trinomio invariante

$\underline{\tau} = \underline{M_O} \times \underline{R}$

↓

nullo in sistemi di vettori piani o complanari

SISTEMI DI VETTORI APPLICATI $\underline{R} = \sum \underline{v_i}$ $\underline{M_O} = \sum \vec{OP_i} \times \underline{v_i}$

. Trasporto del momento: $\underline{M_A} = \underline{M_O} + \vec{AO} \times \underline{R}$

SISTEMA equivalente: applicare R in O e applicare una coppia pari a MO

SISTEMA equivalente minimo

- se $\tau = 0$ $\underline{M_{\Omega}} = \underline{0}$, $\vec{O\Omega} \times \vec{R} = M_O$ → applicare R nell'AC, con $\underline{R} \parallel AC$
- se $\tau \neq 0$ $\underline{M_O} \times \underline{R} + |\underline{R}|^2 \cdot \vec{O\Omega} - \underline{R} \cdot (\underline{R} \cdot \vec{O\Omega}) = \underline{0}$ → applicare R nell'AC e una coppia pari a $\underline{M_{O\parallel}}$

$\underline{M_{O\parallel}} = \dfrac{\tau \cdot \underline{R}}{|\underline{R}|^2}$

$\vec{O\tilde{\Omega}} = \dfrac{\underline{R} \times \underline{M_O}}{|\underline{R}|^2}$ (spostamento da O verso AC)

Centro di un sistema di vettori paralleli: $\vec{OC} = \dfrac{\sum v_i \cdot \vec{OP_i}}{\sum v_i}$ indipendente dal polo O e appartenente ad AC

↳ sist. minimo = applicare $\underline{R}$ in C

VINCOLI PIANI

CARRELLO = Y_P costante, −1 gdL, R applicata in P e ⊥ allo spostamento del carrello
CERNIERA = X_P, Y_P costante, −2 gdL, R_x, R_y
COPPIA PRISMATICA = Y_P, Z_P costante, −2 gdL, R + Mcp oppure R + distanza asse centrale
INCASTRO = X_P, Y_P, Z_P costante, −3 gdL, R_x, R_y, M
PERNO CILINDRICO = −1 gdL, R ortogonale al piano di spostamento

Analisi geometrica = gdL Analisi fisica = n° di incognite per n° di equazioni

PSE sempre applicabile per sistemi NON LABILI (0 GDL)

Corpo scarico: non sottoposto a carichi esterni

Sistema esternamente isostatico: si possono trovare 3 eq. in 3 incognite considerando il sistema nel suo complesso, quindi solo le reazioni e carichi ESTERNI

Sistema globalmente isostatico: si possono trovare 6 eq in 6 incognite separando i pezzi, e quindi considerando anche le reazioni nei punti di giunzione

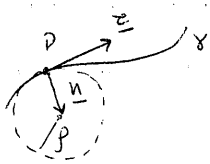
CERNIERA ATTUATA: 1 reazione + 1 coppia

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

CINEMATICA

$v_{media} = \frac{\Delta \vec{OP}}{\Delta t}$ $\quad \underline{v}_P(t) = \frac{d}{dt}\vec{OP}(t)$ $\quad \underline{a}_P(t) = \frac{d^2}{dt^2}\vec{OP}(t)$

Ascissa curvilinea s: misura la distanza percorsa da P nella traiettoria curvilinea γ



$\frac{d\vec{OP}(s)}{dt} = \underline{\tau}$ tangente a γ $\quad \frac{d^2\vec{OP}(s)}{dt} = C \cdot \underline{n} = \frac{1}{\rho}\cdot \underline{n}$

$\underline{b} = \underline{\tau} \times \underline{n}$ = versore b normale

$\underline{v}_P = \dot{s}\,\underline{\tau}$ $\quad \underline{a}_P = \ddot{s}\,\underline{\tau} + \frac{\dot{s}^2}{\rho}\underline{n} = \underline{a}_P^{(t)} + \underline{a}_P^{(n)}$

$\underline{v}_P = \dot{\theta}\,\underline{K} \times \vec{OP}$ $\quad \underline{a}_P = \ddot{\theta}\,\underline{K} \times \vec{OP} - \dot{\theta}^2 \vec{OP}$ Moto circolare di P attorno ad O fisso

$\underline{v}_P = \underline{\omega} \times \vec{OP}$ $\quad \underline{a}_P = \underline{\dot{\omega}} \times \vec{OP} - \omega^2 \vec{OP}$ Moto rotatorio attorno ad asse fisso (cerniera)

$\omega = \dot{\theta}$ $\quad \underline{\omega} = \omega \cdot \underline{K}$ $\quad \underline{\dot{\omega}} = \ddot{\theta}\,\underline{K} = \dot{\omega}\,\underline{K}$

$\underline{v}(t) = \dot{s}(t)\,\underline{\tau}(t)$ $\quad \underline{a}(t) = \ddot{s}(t)\underline{\tau}(t) + \frac{\dot{s}^2}{\rho(t)}\underline{n}(t)$ Moto traslatorio

$\underline{\omega} = \underline{0}$ $\quad \dot{\omega} = 0$ se $\dot{s}(\tau)$ = costante $\Rightarrow$ rettilineo uniforme

Nel moto rettilineo $\rho(t) \to +\infty$

se $\ddot{s}(\tau) = 0 \Rightarrow$ velocità costante in modulo

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

Legge di distribuzione delle velocità: $\underline{v}_B = \underline{v}_A + \underline{\omega} \times \vec{AB}$

Legge di distribuzione delle accelerazioni: $\underline{a}_B = \underline{a}_A + \underline{\dot{\omega}} \times \vec{AB} - (\underline{\omega}\cdot\vec{AB})\,\underline{\omega} - \omega^2 \vec{AB}$

in 2D: $\underline{a}_B = \underline{a}_A + \underline{\dot{\omega}} \times \vec{AB} - \omega^2 \vec{AB}$ **Teorema di RIVALS**

Teorema di Chasles: se $\underline{\omega} \neq 0$, si intersecano le perpendicolari alle direzioni delle velocità di due punti A e B del corpo di cui si vuole trovare il CV e il loro punto di intersezione è il CV

$\underline{v}_P = \underline{\omega} \times \vec{CV \cdot P}$ istantanea rotazione attorno al CV $\rightarrow$ NB Il CV cambia istante per istante durante il moto

Se $\underline{\omega} = 0 \nexists$ CV (moto traslatorio)

Centro di istantanea rotazione: punto geometrico ideale che istante per istante si sovrappone al CV

$\underline{v}_P = \underline{\omega} \times \vec{CP}$ VALE SEMPRE $\rightarrow$ C, a differenza di Cv, ha una velocità $\neq 0$

POLARE FISSA = traiettoria tracciata da C sul piano fisso (base)
" MOBILE = " " " " " mobile (nulletta)

ASSE di MOZZI: i suoi punti hanno • velocità minima o nulla
• $\underline{v} \parallel \underline{\omega}$

$\vec{AC} = \frac{\underline{\omega} \times \underline{v}_A}{|\underline{\omega}|^2}$ non definito per $\underline{\omega} = \underline{0}$

Teorema di composizione delle velocità lineare

$\underline{v}_A = \underline{v}_A^{(tr)} + \underline{v}_A^{(r)}$

$\underline{v}_A^{(tr)}$: se appartenente al corpo nel quale ci hanno messo solidali

$\underline{v}_A^{(r)}$: in riferimento a un altro corpo

Teorema di composizione delle accelerazioni lineari:

$$\underline{a}_A = \underline{a}_A^{(r)} + \underline{a}_A^{(tr)} + \underline{a}_B^{(co)}$$

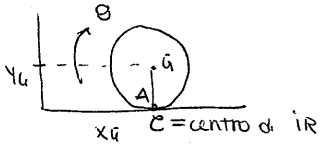
$$= 2 \cdot \underline{\omega}^{(tr)} \times \underline{v}_A^{(r)}$$

Velocità angolare del corpo rispetto al quale ci mettiamo solidali

Teorema di composizione delle velocità angolari

$$\underline{\omega}_A = \underline{\omega}_A^{(r)} + \underline{\omega}_A^{(tr)}$$

RSS
- $Y_G = R$ = costante
- $X_G = \dot{\theta} \cdot R$ = dipendente dal tempo
- $\underline{v}_G = \underline{\omega} \times \overrightarrow{CG} = (R\dot{\theta})\,\underline{i}$
- $\underline{v}_A = \underline{0}$



−2 gdL

RCS
- $Y_G = R$ = costante
- $X_G \neq \theta \cdot R$
- $\underline{v}_A \neq 0$

−1 gdL

n gdL <=> n coordinate lagrangiane per descrivere il moto

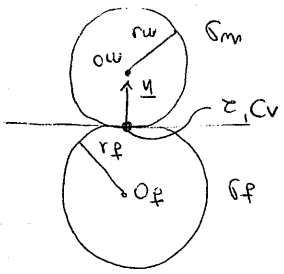
Centri di velocità relativi: CV i,j è il centro di velocità del corpo i rispetto al corpo j.
Per due corpi a,b legati da una cerniera, Cvab = Cvba = cerniera

$$Cv_{i,j} = Cv_{j,i}$$

TEOREMA di ARONHOLD KENNEDY: $\underline{\omega}_{ik} \times \overrightarrow{Cv_{i,j}Cv_{i,k}} = \underline{\omega}_{jk} \times \overrightarrow{Cv_{j,l}Cv_{j,k}}$

Tripletta di Kennedy: $Cv_{i,j}$, $Cv_{i,k}$, $Cv_{j,k}$ → (1,2,3) e (1,3,0)

Accelerazioni dei CV



$$\underline{a}_{CV} = \frac{r_f \cdot r_m}{r_f + r_m} \cdot \omega^2 \underline{n}$$

−D

$$\frac{1}{D} = \frac{1}{R_f} - \frac{1}{R_m}$$

$$R_f = \underline{n} \cdot \overrightarrow{CvO_f} = -r_f$$
$$R_m = \underline{n} \cdot \overrightarrow{CvO_m} = r_m$$

RUOTA IN PIANO → $\underline{a}_{CV} = r\omega^2 \underline{n}$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 328 9837745

Centro delle accelerazioni: $\tan\alpha = -\frac{\ddot{\theta}}{\dot{\theta}^2}$

CDF = luogo dei punti di un corpo rigido che hanno accelerazione normale nulla, $\underline{a}^{(n)} = \underline{0}$ (e allora $\rho = \infty$). CV ∈ CDF
Tutti i punti della CDF hanno accelerazioni che puntano al polo dei flessi J.

EQUAZIONE di EULERO SAVARY: $\overline{PCV}^2 = \overline{PQP} \cdot \overline{PFp}$

- PCV: CV = centro delle velocità
- PQP: Qp = raggio di curvatura di γ in P
- PFp: Fp = intersezione di PCV con CDF

$$\rho = \frac{dm}{dC} = \frac{dm}{d\sigma} = \frac{dm}{d\lambda} \qquad m = \int_C \rho\, dC = \int_C \rho(x,y,z)\, dx\, dy\, dz$$

Baricentro: $\vec{OG} = \sum_i \frac{m_i \cdot \vec{OG_i}}{M_{TOT}}$

$$\vec{OG} = \int_C \frac{\vec{OP}\, dm}{M_{TOT}} = \int_C \frac{\rho \vec{OP}\, dC}{M_{TOT}}$$

$$x_G = \frac{1}{M_{TOT}} \cdot \int_C \rho x\, dC$$

$$y_G = \frac{1}{M_{TOT}} \int_C \rho y\, dC$$

$$z_G = \frac{1}{M_{TOT}} \int_C \rho z\, dC$$

- Proprietà distributiva
- Tecnica delle mediane per i triangoli

MOMENTI di INERZIA

$$J_a = m \cdot d^2 = \sum_i m_i d^2 = \int_C d^2 \rho\, dC$$

$$J_x = \int_C (y^2+z^2)\rho\, dC \qquad J_y = \int_C (x^2+z^2)\rho\, dC \qquad J_z = \int_C (x^2+y^2)\rho\, dC = J_x + J_y$$

(solo in 2D)

Teorema di Huygens-Steiner: $J_b = J_a + m \cdot d^2$

$$J_{xy} = \int_C xy\, \rho\, dC \qquad J_{xz} = \int_C xz\, \rho\, dC \qquad J_{yz} = \int_C yz\, \rho\, dC$$

Forma quadratica: $J_a(\underline{u}) = J_x u_x^2 + J_y u_y^2 + J_z u_z^2 - 2J_{xy} u_x u_y - 2J_{xz} u_x u_z - 2J_{yz} u_y u_z$

Master Copy Copisteria 050/8312126 3887937745

Algoritmo **ALGODOO**

Meccanica

Prof. Alessio Artoni

Gli argomenti del corso sono elencati nel **registro delle lezioni**, che viene aggiornato dopo ogni lezione e rappresenta di fatto il **programma del corso**.

MATERIALE DIDATTICO
Testi di riferimento per la **Prima Parte** del corso (Settembre–Dicembre):
→ G. Mattei, *Lezioni di Meccanica Razionale*, SEU Pisa
→ J. L. Meriam, L. G. Kraige, *Engineering Mechanics: Statics*, Wiley (dalla quinta edizione in poi)
→ J. L. Meriam, L. G. Kraige, *Engineering Mechanics: Dynamics*, Wiley (dalla quinta edizione in poi)
Dispense:
Dispensa sui vettori (prof. Francesca Di Puccio).
Dispensa (parziale) sulla statica (prof. Francesca Di Puccio).
Dispensa (parziale) sulla cinematica (prof. Francesca Di Puccio).

RICEVIMENTI
Gli appuntamenti **devono essere fissati tramite email**, oppure telefonicamente allo 050-2218009, **con almeno due giorni di anticipo**.
In corrispondenza degli appelli d'esame, e per ciascun appello, il ricevimento è sospeso a partire da due giorni prima della data della prova scritta e fino alla data della prova orale.
Ufficio:
piano terra del Dip. di Ingegneria Civile e Industriale, adiacente al Polo C
(ex Dip. di Ingegneria Meccanica, Nucleare e della Produzione): mappa.
Se il portone d'ingresso è chiuso, usate il telefono interno per contattarmi al numero 28009.

Tipi di Prove Scritte
Esame Intero: unica prova scritta sull'intero programma del corso (settembre-maggio)
— oppure —
Esame di Prima Parte e Esame di Seconda Parte: due prove scritte separate. Per *Prima Parte* si intende l'esame sul programma svolto nel primo periodo (settembre-dicembre), mentre per *Seconda Parte* il programma del secondo periodo (febbraio-maggio). Come tipologia di verifica, le prove sulle due parti sono analoghe all'esame intero. La prova sulla Prima Parte deve essere superata prima di poter sostenere la Seconda Parte.

L'esame sulle parti separate e l'esame intero possono essere sostenuti in qualsiasi appello, tenendo però presente il limite di 4 consegne in un anno solare (gennaio-dicembre); tale limite viene applicato separatamente per la Prima e la Seconda Parte (quindi sono disponibili un totale di 4 consegne per la Prima Parte e di 4 per la Seconda). La consegna di un Intero equivale a una consegna della Prima Parte e a una consegna della Seconda Parte.
Chi ha superato la verifica sulla Prima Parte deve completare l'esame, quindi la verifica sulla Seconda Parte, entro un anno, *contando gli appelli*: ad esempio, chi avesse superato la Prima Parte al secondo appello estivo ha tempo fino al secondo appello estivo –incluso– dell'anno successivo per completare l'esame con la Seconda Parte; in caso contrario, la Prima Parte deve essere ripetuta.
Nel caso di non superamento della Seconda Parte, lo studente dovrà ripetere solo la verifica sulla Seconda Parte, oppure tutto l'esame a discrezione dei docenti in base alle lacune evidenziate.
Il voto dell'esame effettuato su due prove separate è la media dei due voti.

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745