27/09/18

ALESSIO ARTONI

1° ES Cinematica

2° ES Statica

3° ES geometria delle masse o altro

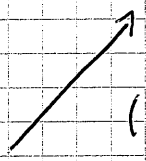
MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

Ricevimento per email

Dip ing. civile e industriale

28/09/18

VETTORI



$\underline{0}$

CARATTERISTICHE

- modulo $|\underline{V}|$, $\|\underline{V}\|$
- direzione
- verso

direction

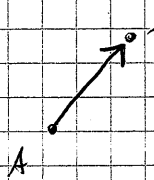
(• punto di applicazione)

esistono vettori non applicati (ES. VELOCITÀ ANGOLARE) vettore libero

se sono vettori applicati



B-A → è un vettore



$B-A = \vec{AB}$

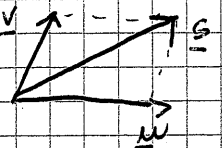
$= \overline{AB}$

quando non c'è ambiguità

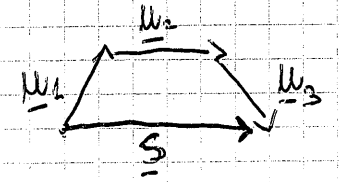
Versore $|\underline{V}| = 1$

OPERAZIONI tra vettori

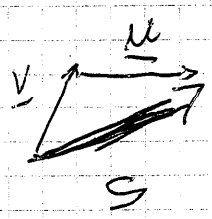
- **somma** $\underline{S} = \underline{u} + \underline{V}$ (posso sempre fare in modo che abbiano un origine in comune)



regola del parallelogramma



$$\underline{S} = \underline{u}_1 + \underline{u}_2 + \underline{u}_3$$



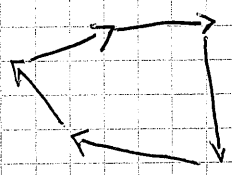
metodo punta-coda

- **differenza**

$$\boxed{\underline{d} = \underline{u} - \underline{v} = \underline{u} + (-\underline{v})}$$

per la differenza faccio la somma di un vettore con l'opposto dell'altro

$\underline{0}$ → quando la testa dell'ultimo va sulla coda del primo



- **PRODOTTO DI SCALARE PER VETTORE**

non si mette nessun simbolo

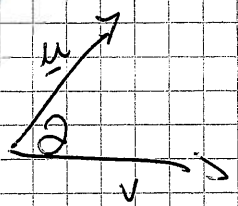
$$\underline{v} = c\,\underline{u} \qquad c \in \mathbb{R}$$

- $|\underline{v}| = |c|\,|\underline{u}|$
- direzione $\underline{v}$ ≡ direzione $\underline{u}$
- verso $\underline{v}$ dipendente dal segno di c (verso opposto se $c<0$)

- **PRODOTTO SCALARE TRA DUE VETTORI** operatore di proiezione

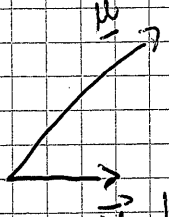
$$\underline{u} \cdot \underline{v} = \alpha \in \mathbb{R}$$

$$= |\underline{u}|\,|\underline{v}| \cos\vartheta$$



- è commutativo
- $\underline{0}$ se $\underline{u}$ o $\underline{v} = \underline{0}$ o se $\vartheta = \frac{\pi}{2}$ → se i due vettori sono ortogonali

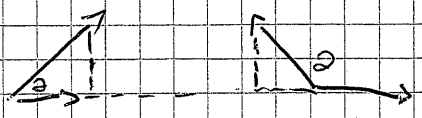
$$\vartheta = \arccos\left(\frac{\underline{u}\cdot\underline{v}}{|\underline{u}|\,|\underline{v}|}\right)$$



$\underline{v}$ t.c $|\underline{v}| = 1$

$$\underline{u} \cdot \underline{v} = |\underline{u}|\,|\underline{v}| \cos\vartheta = |\underline{u}| \cos\vartheta$$

PROIEZIONE



- **PRODOTTO VETTORIALE** è antisimmetrico / anticommutativo

$$\underline{w} = \underline{u} \wedge \underline{v} \quad (\underline{u} \times \underline{v})$$

(↳ wedge, ↳ cross)

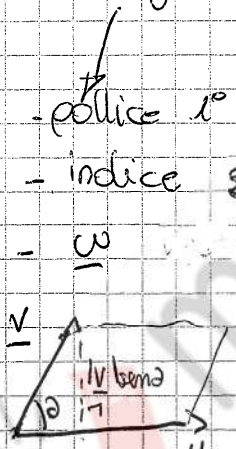
- $|\underline{w}| = |\underline{u}||\underline{v}| \sin\alpha$
- DIREZIONE: ortogonale ad entrambi i vettori

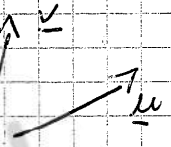
($\underline{w} \perp \underline{u}$ individuato da $\underline{u}$ e $\underline{v}$)

- VERSO: regola della mano destra

⊙ uscente
⊗ entrante

- pollice = 1° vettore
- indice = 2° vettore
- $\underline{w}$ medio

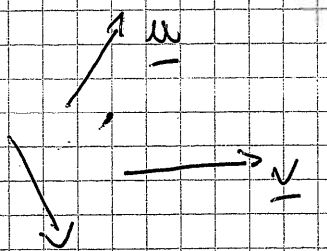




$|\underline{w}|$ = AREA DEL parallelogramma

- **PRODOTTO MISTO (o TRIPLO)**

$$(\underline{u} \times \underline{v}) \cdot \underline{w} = \alpha \in \mathbb{R}$$



- 3 vettori complanari hanno un prodotto misto = 0
- proprietà di circolarità

$$(\underline{w} \times \underline{u}) \cdot \underline{v} = (\underline{v} \times \underline{w}) \cdot \underline{u}$$

Il momento assiale della quantità di moto è un prodotto misto dove $\underline{w}$ è un versore

$$(\underline{u} \times \underline{v}) \cdot \underline{w} = 0 \quad \begin{cases} \underline{U}=0,\ \underline{V}=0,\ \underline{w}=0 \\ \underline{w} \parallel \underline{u} \\ \underline{w} \text{ giace nel piano di } \underline{u} \text{ e } \underline{v} \end{cases}$$

, cioè i 3 vettori sono complanari

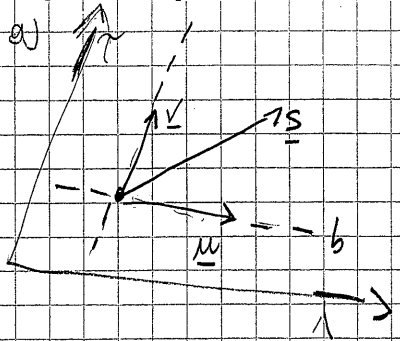
- **DOPPIO PRODOTTO VETTORIALE**

$$\underline{a} \times (\underline{b} \times \underline{c}) = \underline{b}(\underline{a} \cdot \underline{c}) - \underline{c}(\underline{a} \cdot \underline{b})$$

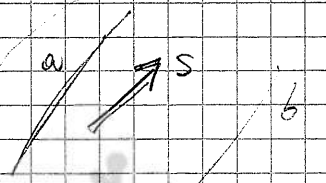
BAC minus CAB

↑ identità di Lagrange

scomposizione vettoriale



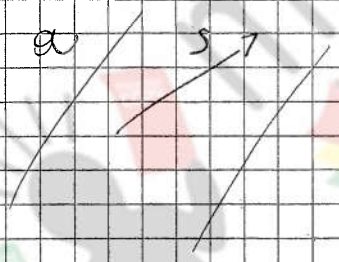
Se una coppia // la scomposizione è univocamente determinata



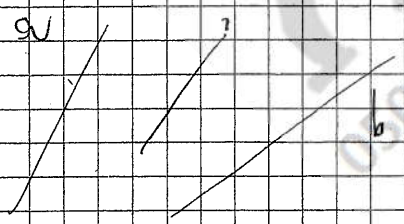
$(s // \underline{c} // \underline{b})$

↓ problema non ben posto

perchè esistono ∞ scomposizioni



NON ESISTONO SCOMPOSIZIONI



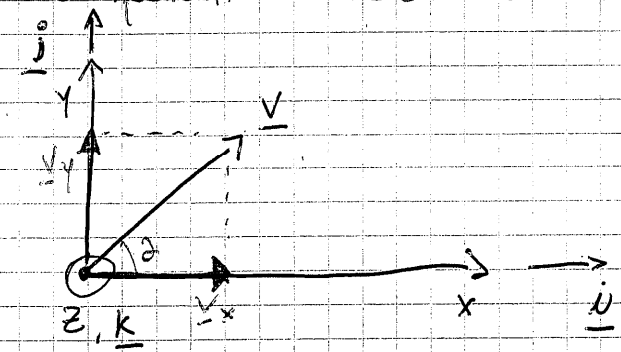
BASE MAL CONDIZIONATA

LA BASE MIGLIORE È LA BASE ORTOGONALE

Se $a \perp b$ allora si definisce una base ortogonale e cartesiana, la base minima.

MASTER COPY
Tel. 050 831216
Cell. 388 9837745

Componenti Cartesiane di un Vettore (2D)

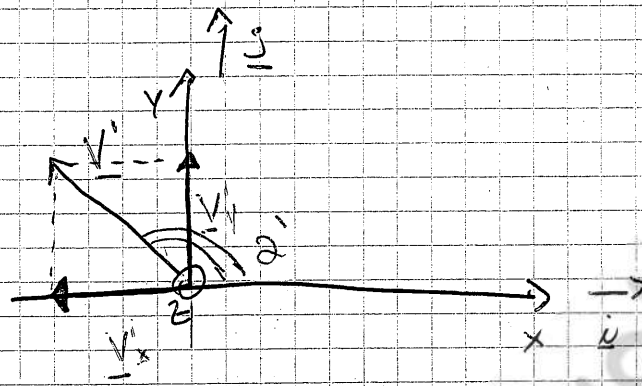


$V_x \triangleq \underline{V} \cdot \underline{i} = |\underline{V}| \cos\vartheta$

componente cartesiana lungo x del vettore

CASO (1)

$\underline{V}_x = V_x \underline{i}$



CASO (2)

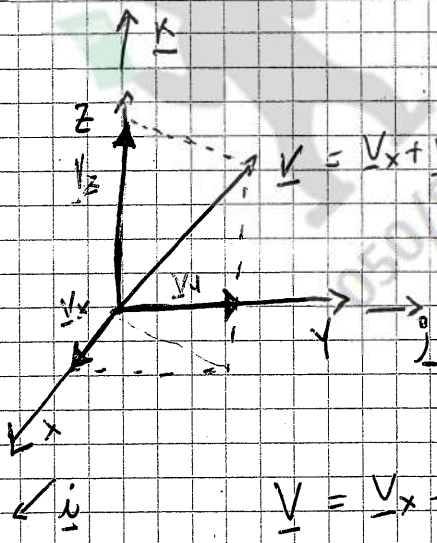
$V_x' \triangleq \underline{V}' \cdot \underline{i} = |\underline{V}'| \cos\vartheta'$

$\underline{V}_x' = V_x' \underline{i}$

il segno mi indica se la scomposizione del vettore è concorde o discorde al versore della base

$\underline{V} = \underline{V}_x + \underline{V}_y$

(3D)



componenti di $\underline{V}$

$V_x = \underline{V} \cdot \underline{i}$

$V_y = \underline{V} \cdot \underline{j}$

$V_z = \underline{V} \cdot \underline{k}$

MASTER COPY Tel. 050 8312126 Cell. 388 9837745

$\underline{V} = \underline{V}_x + \underline{V}_y + \underline{V}_z = V_x \underline{i} + V_y \underline{j} + V_z \underline{k}$

$\underline{V} = (V_x, V_y, V_z) \qquad \underline{V} = \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{bmatrix}$

Le componenti cartesiane e i vettori componenti variano al cambiare del sistema di riferimento ma in ogni caso non altera la natura del vettore, quindi ottengo sempre il vettore di partenza