FOTONICA

Radiazione del corpo nero

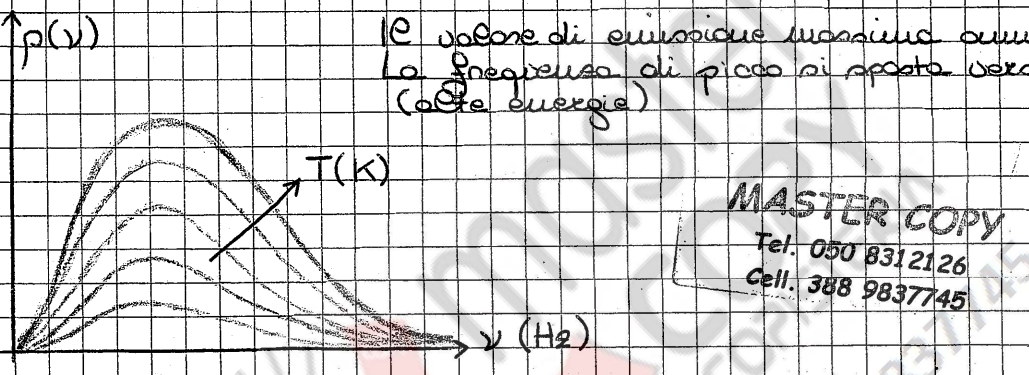
Corpo nero = oggetto che assorbe tutta la radiazione elettromagnetica incidente senza riflettere → per la legge della conservazione dell'energia re-irradia l'energia assorbita sotto forma di radiazioni elettromagnetiche su tutte le frequenze

Densità spettrale di energia radiante ($\rho(\nu)$)

$$\rho(\nu) = \frac{8\pi \cdot m^3 \cdot h \cdot \nu^3}{c^3} \cdot \frac{1}{e^{h\nu/KT} - 1}$$

ν = frequenza
m = indice di rifrazione
T = temperatura assoluta
$[J/(Hz \cdot m^3)]$

Ha permesso la scoperta della costante di Planck



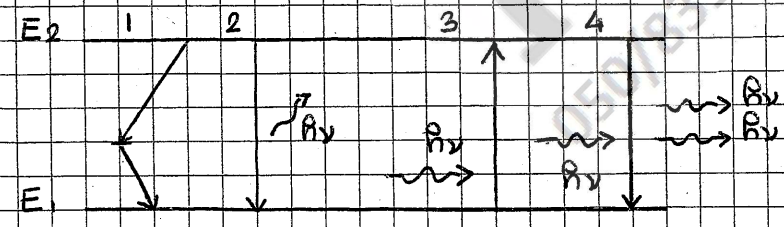
Il valore di emissione massima aumenta con T
La frequenza di picco si sposta verso il blu (alte energie)

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

Interazioni luce/materia a livello corpuscolare

Riferimento: solido la cui struttura a bande è composto da 2 soli livelli
E_1 = livello fondamentale; E_2 = livello eccitato
N_1, N_2 = concentrazioni volumetriche degli elementi nei 2 livelli

Possibili eventi:



$E_2 - E_1 = h\nu$

1 - Ricombinazione spontanea non radiativa: un elemento in E_2 decade verso il basso spontaneamente in modo indiretto, cioè con l'ausilio di trappole o difetti reticolari → l'energia persa va ad aumentare la temperatura del solido

$$\frac{dN_2}{dt} = -K_{21} \cdot N_2$$

K_{21} = reciproco del tempo di vita medio non radiativo ($1/\tau_{NR}$)

Ricombinazione totale: $\frac{dN}{dt} = -N_2(K_{21} + A_{21}) \rightarrow \frac{1}{\tau_{TOT}} = \frac{1}{\tau_R} + \frac{1}{\tau_{NR}}$ → prende

Il tasso di transizione è proporzionale alla concentrazione N_2
- Per fare in modo che sia trascurabile è necessario minimizzare i difetti del materiale

2 - Ricombinazione spontanea radiativa: un elettrone in E_2 passa spontaneamente in E_1 in modo diretto → l'energia persa viene restituita al sistema sotto forma di fotone di energia $h\nu = E_2 - E_1$ (direzione, fase, polarizzazione casuali)

$$\frac{dN_2}{dt} = -A_{21} N_2$$

A_{21} = reciproco del tempo di vita medio radiativo τ_R ($1/\tau_R$)

→ in concorrenza con (1)

→ di energia $h\nu = E_2 - E_1$

3 - Assorbimento: transizione da E_1 a E_2 stimolata da un fotone che collide con l'elettrone di E_1 con urto elastico → il fotone cede la sua energia e scompare

$$\frac{dN_2}{dt} = B_{12} N_1 \rho(\nu)$$

($\rho(\nu)$: fattore probabilistico)

La transizione non può avvenire se:
- $h\nu < E_2 - E_1$
- Non ci sono posti disponibili in E_2

→ L'assorbimento è generalmente più probabile della ricombinazione (più spesso in E_2)

4 - Emissione stimolata: transizione stimolata da un fotone (duale di (3))
Se un fotone di energia $h\nu$ collide con elettrone di E_2, per urto elastico cede la sua energia a questo elettrone, il quale decade verso E_1 forzatamente → il fotone riproduce e si genera un fotone gemello del primo

$$\frac{dN_2}{dt} = -B_{21} N_2 \rho(\nu)$$

($\rho(\nu)$: fattore probabilistico)

La transizione non può avvenire:
- $h\nu < E_2 - E_1$
- Non ci sono posti disponibili in E_1

→ Meccanismo alla base dell'amplificazione della luce

→ A_{21}, B_{21} e B_{12} sono detti COEFFICIENTI DI EINSTEIN

→ In condizioni di equilibrio termico, N_1 ed N_2 sono costanti

$$B_{21} \cdot g_2 = B_{12} \cdot g_1$$

g_1 e g_2 sono i numeri di coordinazione degli stati presenti sul livello

Per semplicità trattiamo solo i casi $g_1 = g_2 \Rightarrow B_{12} = B_{21}$

→ Trascuriamo la ricombinazione non radiativa:

$$\frac{dN_2}{dt} = -A_{21} \cdot N_2 - B_{21}(N_2 - N_1)\rho(\nu)$$

↳ legata alle trappole
↳ condiz. stazionaria $dN_2/dt = 0$
N_2 = portatori in banda di conduzione

All'equilibrio termico si ha:

$$\boxed{\frac{N_2}{N_1} = e^{-h\nu/KT}} \quad \text{(Statistica di Maxwell-Boltzmann)}$$

$$\rho(\nu) = \frac{8\pi n^3 h\nu^3}{c^3} \cdot \frac{1}{\left(e^{h\nu/KT} - 1\right)} \qquad \rho(\nu) = \frac{A_{21}}{B_{21}} \cdot \frac{1}{e^{h\nu/KT} - 1}$$

$$\frac{A_{21}}{B_{21}} = \frac{8\pi n^3 h\nu^3}{c^3} \cdot \left(e^{h\nu/KT} - 1\right)$$

$$\boxed{B_{21} = A_{21}\frac{c^3}{8\pi n^3 h\nu^3} \qquad B_{12} = B_{21}}$$

$$\left[\text{oppure } \rho(\nu) = \frac{-A_{21}N_2}{B_{21}(N_2 - N_1)} \qquad \rho(\nu) = \frac{-A_{21}}{B_{21}\left(1 - \frac{N_1}{N_2}\right)}\right]$$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

$N_2 = N_0 e^{-t/\tau_R}$ con $\tau_R = 1/A_{21}$ (come calcolare A_{21})

→ Forma di riga (LINE SHAPE)

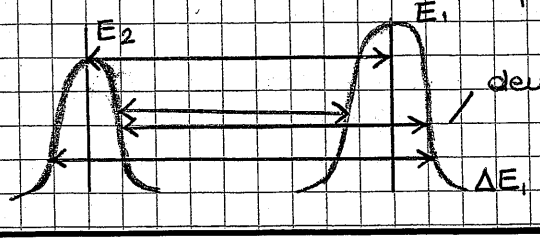
I livelli di energia devono rispettare il principio di indeterminazione di Heisenberg:

$\Delta E \cdot \tau = \hbar$ ovvero l'incertezza sui valori di energia di un elemento presente sul livello è legata all'incertezza sul tempo di permanenza cioè al tempo di vita medio

$\Delta E = 0$ allora $\tau \to \infty$ (l'elemento non può decadere)

$\Delta h\nu = \Delta E_2 + \Delta E_1$

In realtà sono possibili anche transizioni con $h\nu > E_2 - E_1$ e $h\nu < E_2 - E_1$, ma con diversa probabilità



→ La funzione distribuzione dei fotoni emessi nella transizione ci dice che ci dice prende il nome di $g(\nu)$, forma di riga o line shape → ha una forma di tipo gaussiana e dimensione di un tempo

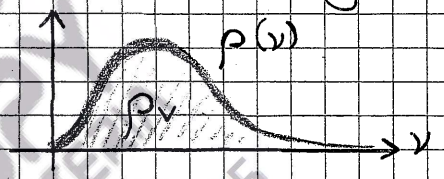
$$g(\nu) = \frac{\Delta\nu/2}{2\pi\left[(\nu-\nu_0)^2 + \left(\frac{\Delta\nu}{2}\right)^2\right]}$$

→ Distribuzione fotoni emessi nella transizione
→ forma simmetrica rispetto a ν_0 ⇒ è detta così allargamento omogeneo
→ è una funzione di Lorentz

(transizioni spontanee) $g(\nu)$ è lo spettro dei fotoni emessi per ricombinazione spontanea radiativa
(transizioni stimulate) $g(\nu)$ è il peso della efficacia della frequenza ν nel produrre le transizioni di assorbimento o emissione stimulata

→ nella equazione di bilancio $\rho(\nu)$ estesa a tutte le frequenze va sostituita con la funzione $\rho_{col}(\nu)$ = densità spettrale di energia radiante emessa la stessa dipendenza da ν di $g(\nu)$

$$\rho_\nu = \int_0^\infty \rho(\nu)\,d\nu$$ Densità volumetrica su tutte le frequenze di energia



$$\rho_{col} = \rho_\nu \cdot g(\nu)$$ ← Colorata

$$\rho_\nu = \frac{I_\nu \cdot m}{c}$$ ← indice di rifrazione

$$v = \frac{c}{m} \rightarrow j = qnv = \rho v \qquad \rho = \frac{q}{v}$$ ← densità di carica

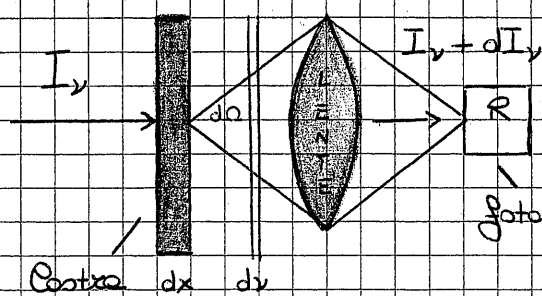
j: corrispettivo elettronico di I_ν ; ρ_ν: corrispettivo di ρ_ν

$$\frac{dN_2}{dt} = -A_{21}N_2 - B_{21}\frac{I_\nu \cdot m}{c}\cdot g(\nu)\cdot(N_2 - N_1)$$

Equazione di bilancio temporale puntuale

→ Equazione nel dominio dello spazio

Considero i fenomeni dal punto di vista stazionario e nel dominio dello spazio



I_ν di frequenza ν

dI_ν è dovuto al contributo delle emissioni stimulate + fotoni spontanei

fotoricettore

Lente + filtro passa-basso → selezionano i fotoni

- **emissione stimolata**

$$\underbrace{B_{21} I_\nu \cdot \frac{n}{c}}_{\text{probabilità per atomo}} \cdot g(\nu) \cdot \underbrace{N_2 (dx)}_{\text{elementi coinvolti}} \cdot \underbrace{R_\nu}_{\text{contributo trasmissione}}$$

R_ν → passo da una variazione di portatori e una di intensità luminosa

- **assorbimento**

$$B_{21} I_\nu \cdot \frac{n}{c} \cdot N_1 dx \cdot g(\nu) \cdot (-R_\nu)$$

- **emissione spontanea** (trascurabile poiché piccola) → si ignora

$$A_{21} \cdot N_2 dx \cdot g(\nu) \cdot R_\nu \cdot \frac{d\Omega}{4\pi x^2}$$

$$dI_\nu = R_\nu \cdot B_{21} (N_2 - N_1) \cdot I_\nu \cdot \frac{n}{c} g(\nu) dx$$

Variazione percentuale dell'intensità luminosa in funzione di x

$$\frac{1}{I_\nu} \cdot \frac{dI_\nu}{dx} = R_\nu B_{21} \frac{n}{c} g(\nu)(N_2 - N_1)$$

$$\gamma(\nu) = \frac{1}{I_\nu} \cdot \frac{dI_\nu}{dx}$$

Guadagno ottico specifico $[m^{-1}]$

$\gamma(\nu) = \sigma(\nu)(N_2 - N_1)$ → inversione di popolazione → condizione per piccoli segnali

$\gamma_0(\nu) = \sigma(\nu)(N_2 - N_1)|_{I_\nu = 0}$ → Guadagno calcolato in assenza di intensità luminosa in ingresso

$$\sigma(\nu) = A_{21} \cdot \frac{\lambda_0^2}{8\pi n^2} g(\nu)$$ → dipende dal materiale

↳ Sezione di cattura $[m^2]$

$$B_{21} = A_{21} \frac{c^3}{8\pi n^3 R_\nu^3} \quad \text{con } \lambda_0 = \frac{c}{\nu}$$

lunghezza d'onda corrispondente al centro della riga spettrale

$\sigma(\nu)$: proprietà dell'ambiente

$(N_2 - N_1)$: condizioni contingenti dell'inversione di popolazione → emissioni stimolate > assorbimenti

$N_2 - N_1 > 0$ Guadagno di fotoni (condizione che va sostenuta con un apporto di energia dall'esterno)

$N_2 - N_1 = 0$ Trasparenza ottica → i fotoni che entrano e quelli che escono sono uguali in numero, ma diversi a causa delle transizioni stimolate

$N_2 - N_1 < 0$ I fotoni diminuiscono

↓

Amplificatore ottico