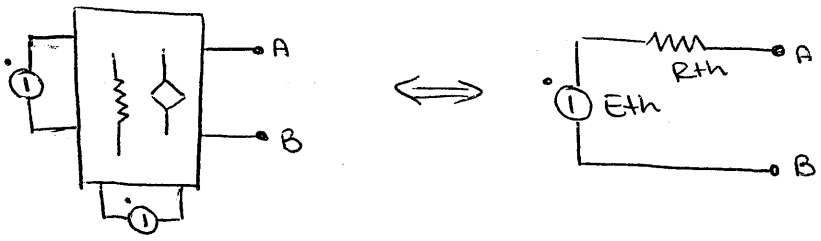
EQUIVALENTE DI THEVENIN = equivalente di un circuito qualunque, cioè dove sono presenti generatori indipendenti e pilotati

↓

generatore di tensione in serie con 1 resistenza



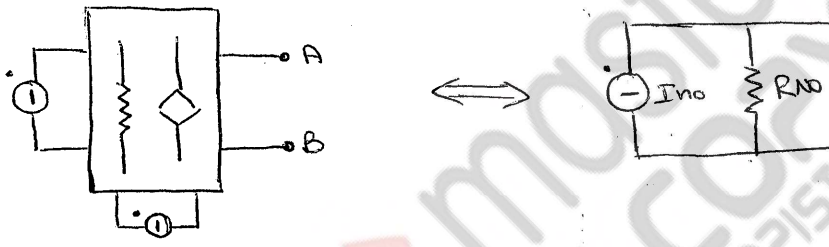

$R_{th} = R_{eq}$ (rispetto ai termini A e B)

$E_{th} = V_0$ (tensione a vuoto dei morsetti)

EQUIVALENTE DI NORTON = equivalente di un circuito qualunque, cioè dove sono presenti generatori indipendenti e/o pilotati

↓

generatore di corrente in parallelo con 1 resistenza




$R_{no} = R_{eq}$

$I_n = I_{cc}$ (corrente di corto circuito)

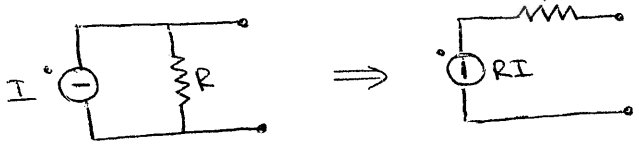
**OSSERVAZIONE**: le grandezze pilota e pilotate devono stare dalla stessa parte, altrimenti non si può calcolare la $R_{eq}$ e si perdono informazioni

TRASFORMAZIONE THEVENIN - NORTON

- Thevenin → Norton




- Norton → Thevenin



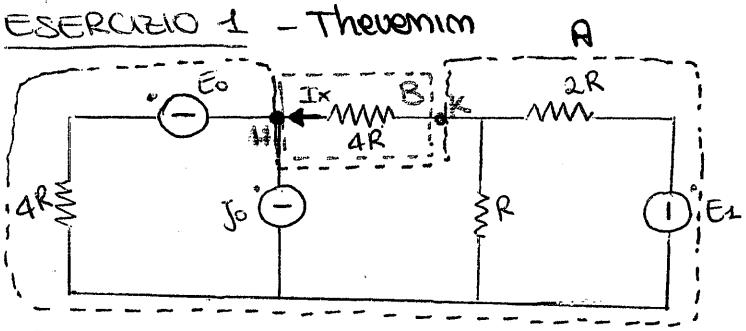

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

# ESERCIZIO 1 – Thevenin

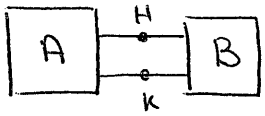


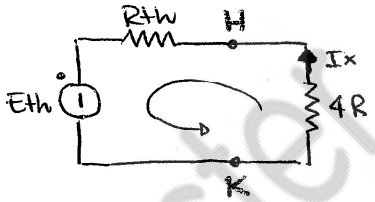

$R = 1\,\Omega$ $\quad E_1 = 10\,V$
$E_0 = 22\,V$ $\quad J_0 = 2\,A$

- Trovare $I_x$ con il teorema di Thevenin

Suddivido il circuito in 2 sottoreti, A e B, le quali devono agire soltanto tramite i morsetti, cioè non devono essere grandezze pilota e pilotate una da un lato e uno dall'altro

SOTTORETE B: contenente $I_x$ (e cioè che è in serie, e quindi attraversato da $I_x$)
**SOTTORETE A:** tutto il resto



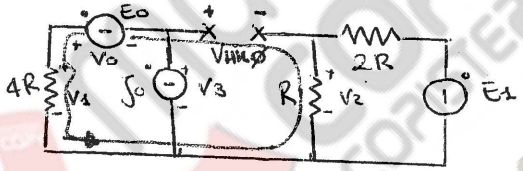

$4RI_x + R_{th}I_x + E_{th} = 0$

$$I_x = -\frac{E_{th}}{R_{th}+4R}$$

Però non conosco $E_{th}$ e $R_{th}$

- Si tagliano le 2 sottoreti ed elimino la sottorete B considerando la sottorete A con i morsetti aperti.

$E_{th} = V_{HK\varnothing}$ → tensione a vuoto nei morsetti H-K




I segni ⊕ e ⊖ sono presi a caso così come il verso della corrente

Per trovare $V_{HK\varnothing}$ uso le leggi di Kirchoff

2° PdK: $\quad -V_2 - V_0 + V_1 - V_{HK\varnothing} = 0$ → scelta la maglia contenente il generatore di tensione $E_0$, le resistenze 4R ed R

non posso considerare solo la 2° o la 1° maglia, perché non posso passare da $J_0$, in quanto per definizione il generatore di corrente impone una corrente indipendentemente dalla tensione ($V_3$ incognita)

**RELAZIONI COSTITUTIVE**

$V_0 = E_0$
$V_1 = 4RJ_0$
$V_2 = E_1 \cdot \frac{R}{2R+R}$ → partitore di tensione

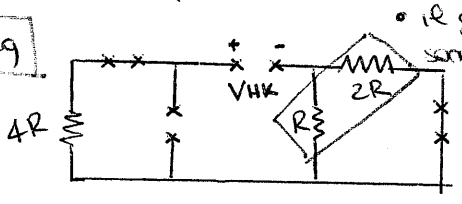
$E_{th} = -\frac{52}{3}\,V$

$$\rightarrow -E_1 \cdot \frac{R}{2R+R} - E_0 + 4RJ_0 - V_{HK\varnothing} = 0 \rightarrow V_{HK\varnothing} = 4RJ_0 - E_0 - E_1 \cdot \frac{R}{3R} = -\frac{52}{3}V$$

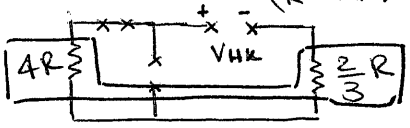
Il fatto che venga negativo significa che la tensione è maggiore nel punto K e non nel punto H

- Considero la sottorete A disattivando TUTTI e SOLO i generatori INDIPENDENTI DI TENSIONE e di CORRENTE e si trova $R_{KH}$ → il generatore di tensione si disattiva col cortocircuito
  - il generatore di corrente si disattiva col circuito aperto

$R_{th} = R_{eq}$




sono in parallelo → $R_p = \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{2R}\right)^{-1} = \frac{2R}{3}$




Sono in serie

$$R_{eq} = 4R + \frac{2}{3}R = \frac{14}{3}R$$

$$R_{th} = \frac{14}{3}R$$

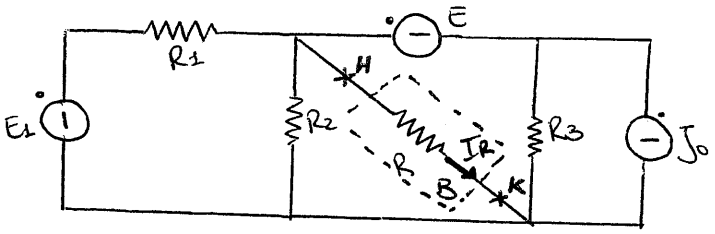
$$\rightarrow I_x = \frac{52}{3} \cdot \left(\frac{1}{\frac{14}{3}R + 4R}\right) = 2\,A$$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

# ESERCIZIO 2 – Norton

$E_1 = 4V \quad E = 9V \quad J_0 = 3A$

$R_1 = 1\Omega \quad R_2 = 2\Omega \quad R_3 = 3\Omega \quad R = 10\Omega$

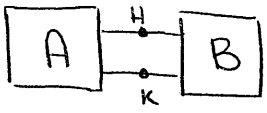


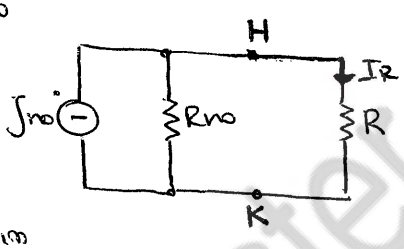

- Trovare $I_R$ con il teorema di Norton.

Suddivido il circuito in 2 sottoreti, A e B, le quali devono agire soltanto tramite i morsetti

**SOTTORETE B**: contenente $I_R$ (e ciò che è in serie, e quindi attraversato da $I_R$)

**SOTTORETE A**: tutto il resto




$$I_R = J_m \cdot \frac{R_{NO}}{R_{NO}+R}$$

formula del partitore di corrente

Si ragiona come con Thevenin

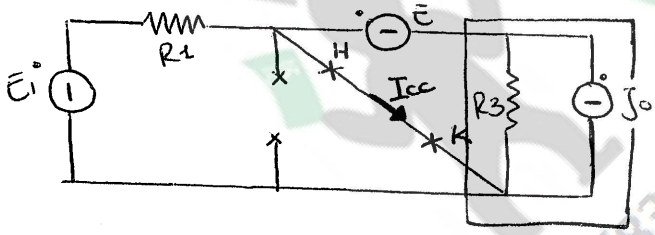
- Si tagliano le 2 sottoreti ed elimino la sottorete B considerando la sottorete A con i morsetti aperti.

↓

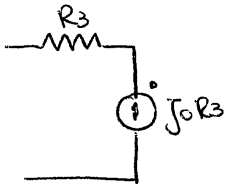
CORTOCIRCUITO TRA i morsetti HK → La corrente $\boxed{I_{cc} = J_{no}}$

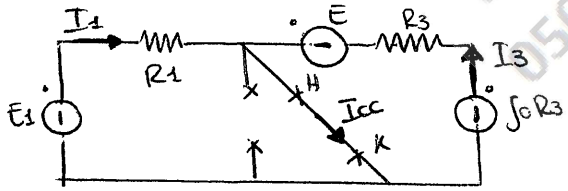
perché: $I_R = J_m \cdot \frac{\frac{1}{R}}{\frac{1}{R_{NO}}+\frac{1}{R}} = \frac{\frac{1}{R}}{\frac{R+R_{NO}}{R_{NO}\cdot R}} \cdot J_0 = \frac{R_{NO}}{R_{NO}+R} \cdot J_m$

Tutto ciò che è in parallelo ad un corto circuito non sarà mai attraversata dalla corrente, quindi ai fini del calcolo di I non serve e posso eliminare la resistenza $R_2$




posso semplificarlo con un generatore di tensione $J_0 \cdot R_3$ in serie con $R_3$ (trasform. Thevenin-Norton)



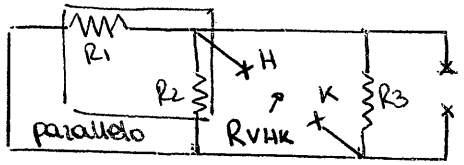



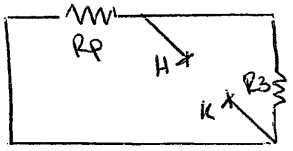

$$I_1 = \frac{E_1}{R_1} = 4A \quad \text{maglia a sx}$$

$$I_3 = \frac{E + J_0 R_3}{R_3} = 6A \quad \text{maglia a dx}$$

1° PdK: $I_{cc} = I_1 + I_3 = 10A \rightarrow \boxed{J_{no} = 10A}$

- Ritorno alla sottorete originale A, con i morsetti HK aperti. Devo rendere passiva la sottorete A disattivando tutti e solo i generatori indipendenti




$$R_{VHK} = R_p // R_3 = \left(\frac{1}{R_p}+\frac{1}{R_3}\right)^{-1}$$

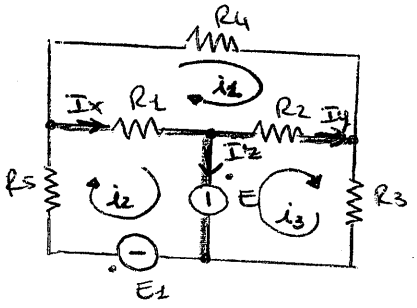
$$R_{VHK} = \frac{6}{11}\Omega$$

$$R_p = \left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)^{-1} = \frac{2}{3}\Omega$$

$$\boxed{R_{VHK} = R_{NO}}$$

$$I_R = 10 \cdot \frac{\frac{6}{11}}{\frac{6}{11}+10} = 0{,}52\,A$$

# ESERCIZIO 3 - Metodo delle correnti di maglia




$N°eq = r-(m-1) - n_{gc} = 6-(4-1) = 3$

Devo scegliere l'albero → deve toccare tutti i nodi senza formare maglie

- Inserisco correnti nelle corde (a caso)
- Inserisco correnti fittizie di maglia concordi

correnti che circolano nelle maglie immaginarie, fittizie xk in realtà le correnti circolano nei rami, non nelle maglie

**Maglia 1:** $0 = \underbrace{i_1(R_1+R_2+R_4)}_{\text{elementi di autocaduta di tensione}} \underbrace{- R_2 i_3 - R_1 i_2}_{\text{elementi di mutua caduta di tensione}}$

**Maglia 2:** $E_1 - E = i_2(R_1+R_5) - R_1 i_1$

**Maglia 3:** $E = (R_2+R_3) i_3 - R_2 i_1$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

ELEMENTI DI AUTOCADUTA DI TENSIONE = cadute di tensione dovute alle correnti proprie di maglia → sempre positive

ELEMENTI DI MUTUACADUTA DI TENSIONE = termini dovuti alle correnti nelle altre maglie che attraversano elementi della maglia di cui sto scrivendo l'equazione

↓ possono essere:

- POSITIVI = verso delle 2 correnti di maglia concordi
- NEGATIVI = " delle 2 correnti di maglia discordi

Forma matriciale:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ E_1 - E \\ E \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_1+R_2+R_4 & -R_1 & -R_2 \\ -R_1 & R_1+R_5 & 0 \\ -R_2 & 0 & R_2+R_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{pmatrix}$$

In una rete senza generatori ideali la matrice deve essere simmetrica

Per trovare le correnti nelle corde: $I_x = i_2 - i_1$

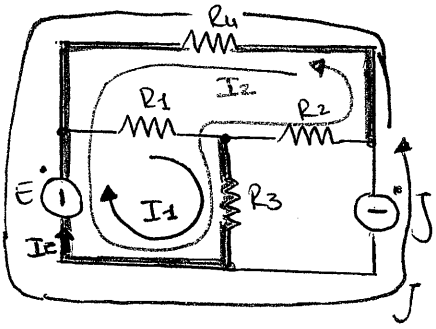
$I_y = i_3 - i_1$

$I_z = i_2 - i_3$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

## ESERCIZIO 4 - Metodo delle correnti di maglia




$N°eq = \ell - (n-1) - n_{gc} = 6 - (4-1) - 1 = 2$

Scelgo ① albero

- i generatori di corrente devono necessariamente stare sul co albero
- i generatori di tensione è conveniente che stiano sull'albero

**Maglia 1:** $E = I_1(R_1 + R_3) - R_3 I_2$

**Maglia 2:** $-E = I_2(R_4 + R_3) - I_1 R_3 + \boxed{R_4 J}$ termine noto, quindi x scrivere in forma matriciale si porta a sx dell'uguale (=)

Se voglio trovare le correnti sui rami:

$I_E = I_1 - I_2 - J$

$P = E I_E$ (potenza)

RIFERIMENTI NON ASSOCIATI = potenza convenzionalmente EROGATA (perché esce dal pallino $I_E$)

Se facendo i conti la potenza dovesse venire negativa, la potenza è CONVENZIONALMENTE EROGATA, ma FISICAMENTE ASSORBITA (potrebbe farlo x es presente il 2° generatore)

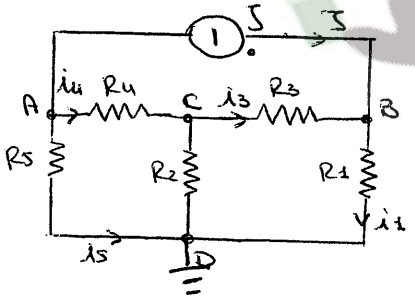
- Se è presente il solo generatore, esso deve necessariamente erogare potenza

Se cambiassi il verso della corrente ($I_3$) → verso il basso

RIFERIMENTI ASSOCIATI x la corrente entra dal pallino

Potenza convenzionalmente assorbita

## ESERCIZIO 5 - Metodo delle tensioni nodali




Scelgo un NODO DI RIFERIMENTO (a potenziale nullo)

Se poi alla fine vado a misurare fisicamente il potenziale di D e risulta $\neq 0$, basterà sommare ai potenziali degli altri nodi, il potenziale del nodo di riferimento.

SIMBOLI DI POTENZIALE NULLO



**NODO A:** $-J = V_A\left(\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}\right) - \frac{V_C}{R_4}$

**NODO B:** $J = V_B\left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_1}\right) - \frac{V_C}{R_3}$

**NODO C:** $0 = V_C\left(\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) - \frac{V_B}{R_3} - \frac{V_A}{R_4}$

Tensioni di nodo sempre positive

Tensioni di collegamento con altri nodi sempre negative

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745