Scrittura equazioni per circuiti a regime sinusoidale:

$f(t) = A \sin(\omega t + \varphi) \longrightarrow \dot{f}(t) = \frac{A}{\sqrt{2}} e^{J(\varphi)}$ dove $A = A_{max}$, $\frac{A}{\sqrt{2}} = A_{eff}$

resistenza

$\dot{V} = \dot{I} R$

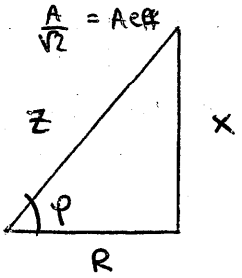
induttanza

$\dot{V} = \dot{I} J\omega L \longrightarrow X_L = \omega L$

condensatore

$\dot{V} = \frac{\dot{I}}{J\omega C} \longrightarrow X_C = \frac{-1}{\omega C}$

triangolo delle impedenze



NB $J = e^{J\frac{\pi}{2}}$ $\frac{1}{J} = e^{J-\frac{\pi}{2}} \rightarrow -J = +\frac{1}{J}$

impedenza $\bar{Z} = R + J(X) = \sqrt{R^2 + X^2}\, e^{J \arctan \frac{X}{R}} = Z e^{J\varphi}$

reattanza $X = X_L + X_C$

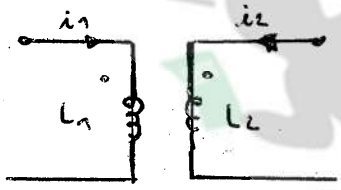
angolo caratteristico descrive lo sfasamento tra corrente e tensione ai capi dell'impedenza

ammettenza $\frac{1}{\bar{Z}} = \bar{Y} = G - JB$

conduttanza, suscettanza

dove $G = \frac{R}{R^2 + X^2}$, $B = \frac{X}{R^2 + X^2}$ X generica reattanza

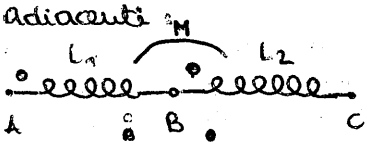
mutui accoppiamenti pg 102



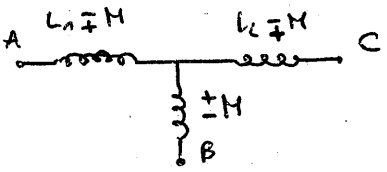
$\dot{V}_1 = J\omega L_1 \dot{I}_1 \pm J\omega M \dot{I}_2$

$\dot{V}_2 = J\omega L_2 \dot{I}_2 \pm J\omega M \dot{I}_1$

per i mutui accoppiamenti si può determinare un accoppiamento mutuo equivalente nel caso in cui abbiamo un modo in comune o sono adiacenti



equivalente a T



se i contrassegni rispetto al nodo sono:
da parte opposta caso ●
dalla stessa parte caso ●

Metodi di risoluzione circuiti

KCL; legge delle correnti $\sum_k i_k(t) = 0$ "tutte le correnti entranti/uscenti in una superficie data somma nulla."

KVL, legge delle tensioni $\sum_{jk} v_{jk}(t) = 0$ "la tensione calcolata su un circuito nullo chiuso è nulla".

per valutare una tensione si va dal polo positivo a quello negativo e si somma la tensione dei bipoli con rif associati e si sottrae la tensione di quelli con rif non associati

MASTER COPY Tel. 050 8312126 Cell. 388 9837745

per determinare il numero di equazioni necessarie a risolvere il circuito è necessario valutare i nodi e i rami del circuito. Bisogna fare attenzione ai rami cortocircuitati (che non hanno bipoli) questi, infatti hanno tensione nulla e, quindi costituiranno un unico nodo, o meglio: i due nodi si trovano alla stessa tensione, tale ramo non è contato

metodo delle tensioni nodali:

equazioni: $n - 1 - n_{\text{E,ideali}}$

scelta di un nodo di riferimento a tensione arbitraria nulla sul nodo a tensione imposta non si scrive equazioni

note:
- nel caso di più generatori di tensione è necessario che questi si trovino sullo stesso percorso in modo che scelto il nodo di riferimento le tensioni ideali abbiano tensione imposta
- quando c'è un generatore reale si può introdurre un nodo tra generatore e impedenza, in modo che tale nodo abbia tensione imposta
  (è possibile ma necessario valutare la corrente erogata dal generatore in quel ramo es 1.4_)
- se nel circuito è presente un mutuo accoppiamento è necessario determinare l'equivalente all'accoppiamento (←)

metodo delle correnti di maglia

equazioni: $r - (n-1) - n_I$

scelta di albero che tocchi ogni nodo del circuito con $(n-1)$ rami (segmenti) tutti gli altri rami del circuito sono code definite con (---). I generatori di corrente devono trovarsi sempre su una coda. Si definiscono $r - (n-1)$ maglie fondamentali di cui n_I maglie fondamentali hanno una corrente nota e di conseguenza non bisogna scrivere equazioni su tale maglia. Il verso delle correnti di maglia è arbitrario, mentre nelle maglie a corrente nota il verso è imposto dal generatore di corrente.

note:
- se nel circuito è presente un mutuo accoppiamento è consigliato che gli induttori stiano su una coda, affinché la loro corrente sia nota per la valutazione della tensione del coeff di mutua induzione.

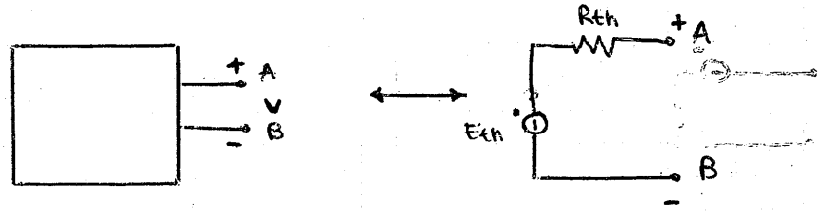
metodo degli anelli

equazioni $r - (n-1) - n_I$

ad ogni maglia con area minima $[r - (n-1)]$ si associa una corrente di anello con verso arbitrario, per gli anelli con un generatore di corrente su un ramo non si scrive l'equazione, ma si scrive al supermaglia, al quale diamo una corrente arbitraria con un certo verso che sarà uguale alla corrente di area minima con segno se concorde o meno a quello del supermaglia.
la corrente imposta dal generatore è la somma algebrica delle correnti di area minima del supermaglia
Quando fa un supermaglia si considera le correnti a comune, il verso delle correnti si valuta confrontando le correnti nelle maglie di area minima non il verso della corrente del supermaglia
Mentre per la valutazione dei termini di mutuo accoppiamento si considera la corrente della maglia come entra nel contrassegno e il verso di tutte le correnti entranti nell'altro induttore

MASTER COPY
Tel. 050 831216
Cell. 388 9837745

Equivalente di Thevenin

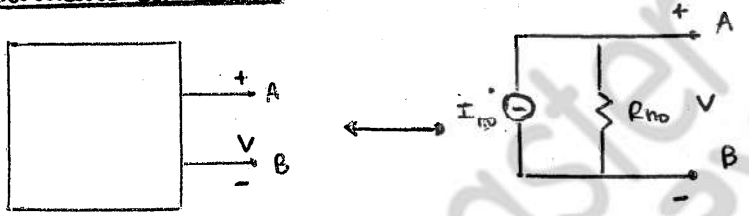


Un circuito lineare qualsiasi ai morsetti A,B è uguale a una tensione in serie con una resistenza

condizione necessaria: i gen pilotati devono avere la loro grandezza pilota all'interno della scatola, costituita da un qualsiasi circuito.

dove: $R_{th} = R_{eq}$ resistenza valutata ai morsetti AB quando tutti i generatori indipendenti sono disattivati utilizzando un generatore fittizio di corrente o tensione quando ci sono gen pilotati all'interno.
$E_{th} = V_{AB}$ tensione misurata ai capi dei morsetti AB, condizione di circuito aperto, quindi calcolata con i metodi precedenti

Equivalente di Norton

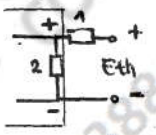


Un circuito lineare qualsiasi ai morsetti AB è equivalente a un gen di corrente in parallelo con una resistenza

dove: $R_{no} = R_{eq} = R_{th}$ (↑)
$I_{no} = I_{cc}$ corrente misurata tra i morsetti AB in condizioni di cortocircuito

In particolare si ha:
$R_{eq} = R_{no} = R_{th}$
$I_{no} = \frac{E_{th}}{R_{th,no}} \longrightarrow E_{th} = I_{no}(R_{eq})$

applicando Thevenin nel calcolo di Eth



l'impedenza 1 si può trascurare, perché non si sviluppa corrente

applicando Norton nel calcolo di Ino



l'impedenza 2 si può trascurare, perché è in parallelo a un cortocircuito

NB $R_{th} = \frac{I_p}{V_p}$ — $\frac{V_p}{I_p}$

I_p: caso generatore fittizio

V_p: corrente calcolata risolvendo l'equazione

per la risoluzione si esprime il generatore fittizio a partire dal KCL o KVL e si inserisce l'equazione calcolata.
facendo il rapporto il termine fittizio / incognito si elide

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

Valore efficace

Nel calcolo della potenza (→) è importante introdurre il valore efficace:

$$f(t)_{EFF} = \frac{f(t)_{max}}{\sqrt{2}}$$

in particolare quando viene data una funzione d'onda l'ampiezza è valutata in valore massimo, mentre quando è nel dominio fornita è già espressa in valore efficace.

NB quando si calcola una potenza in valori massimi è necessario dividere per 2 il risultato ottenuto.

Potenza istantanea

$$p(t) = v(t)\cdot i(t) = [\dots] = \underbrace{VI\cos\varphi - VI\cos\varphi\cos(2\omega t+\varphi_i)}_{\text{potenza attiva istantanea}} + \underbrace{VI\sin\varphi\sin 2(\omega t+\varphi_i)}_{\text{potenza reattiva istantanea}}$$

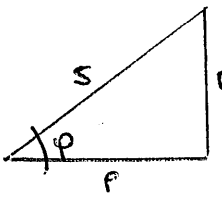
potenza attiva istantanea → legata ai fenomeni dissipativi del ripolo

potenza reattiva istantanea → legata alla presenza di elementi reattivi in quanto di scambiare energia tra di loro e il generatore

definiamo:

- potenza attiva $VI\cos\varphi = P$ [W]
- potenza reattiva $VI\sin\varphi = Q$ [VAR]
- potenza apparente $VI = S$ [VA]
- fattore di potenza $= \cos\varphi = \cos\left(\arctan\left(\frac{Q}{P}\right)\right) = \frac{P}{S}$

NB vale l'uguaglianza: $|\bar{F}| = F$

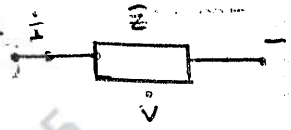


triangolo delle potenze

ricorda: $\varphi = \varphi_v - \varphi_i$ differenza fase $\hat{V}\hat{I}$

a livello pratico per calcolare la potenza a regime sinusoidale, si calcola la potenza complessa, per una generica impedenza $\bar{Z}$

$$\bar{S} = \dot{V}\cdot\dot{I}^* = VI\,e^{j\varphi} = \underbrace{VI\cos\varphi}_{P} + j\underbrace{VI\sin\varphi}_{Q} = P + jQ$$



$= P + jQ$

i valori di $\dot{V},\dot{I}$ sono valori efficaci, se fossero massimi la potenza complessa dovrebbe essere divisa per 2.

Inoltre si può calcolare:

$$\bar{S} = I^2\bar{Z} = RI^2 \pm j(\times I^2)$$

$$P = Re\{\bar{S}\} = RI^2 = V^2/R$$

$$Q = Im\{\bar{S}\} = \pm XI^2 = V^2/\pm X$$

se condensatore: $Q_C = V^2(-\omega C)$

se induttore: $Q_L = \frac{V^2}{\omega L}$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

potenza in un sistema di induttori mutuamente accoppiati

$$P_1 = Re\{\bar{S}_1\} = -\omega M I_1 I_2 \sin(\varphi_2-\varphi_1)$$
$$P_2 = Re\{\bar{S}_2\} = +\omega M I_1 I_2 \sin(\varphi_2-\varphi_1)$$

due induttori mutuamente accoppiati sono in grado di trasferire potenza attiva tra due reti fisiche

la energia media è (chiamata anche energia immagazzinata nel circuito magnetico)

$$W_m = \frac{L_1}{2}I_1^2 + \frac{L_2 I_2^2}{2} + MI_1I_2\cos(\varphi_2-\varphi_1)$$

dove $\varphi_1-\varphi_2$ è la differenza di fase delle correnti passanti per gli induttori

Teorema di Tellegen

"la somma di tutte le potenze istantanee impiegate nei rami di una rete elettrica è complessivamente nulla".

Teorema di Boucherot

"In un circuito a regime sinusoidale la somma delle potenze attive e reattive erogate dai generatori presenti nel circuito è uguale alla somma delle potenze attive e reattive impiegate negli elementi circuitali passivi."

Rifasamento

fornire la stessa potenza ad un carico diminuendo la corrente di linea (*)

↓

si pone un condensatore in parallelo al carico in modo che la corrente rifasata sia in fase con la tensione, l'impedenza condensatore + carico deve carattere puramente resistivo. (*)

si calcola l'ammettenza totale, che in parallelo è la somma delle ammettenze, da cui permette di determinare la capacità del condensatore:

$$\bar{y}_{TOT} = j\omega C + \underbrace{\frac{1}{R + j\omega L}}_{\text{seguito carico resistivo - induttivo}} = j\omega C + \frac{R - j\omega L}{R^2 + (\omega L)^2} = \frac{R}{R^2 + \omega^2 L^2} + j\left(\omega C - \frac{\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2}\right)$$

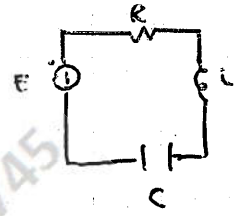
$\Rightarrow 0$

quindi: $C = \frac{L}{(R^2) + (\omega L)^2}$ in generale $C = \frac{X}{\omega(R^2 + X^2)}$ dove $\bar{Z}_{TOT} = R + jX$

in generale $\bar{Z}_{rifasato} = \frac{1}{y_{TOT}}\Big|_{rifasato} = \frac{R^2 + X^2}{R} = R_{nr}$ ~ reattanza carico

carico puramente resistivo

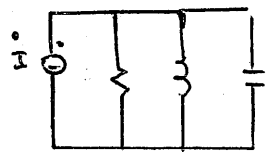
Circuiti risonanti



Circuito R,L,C serie è risonante $\Longleftrightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

↓

la serie L,C si trova in un cortocircuito virtuale, perché la loro tensione è uguale e opposta.
Inoltre l'energia immagazzinata nella serie L,C è costante



Circuito R,L,C parallelo è risonante $\Longleftrightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

↓

il parallelo L,C si trova in condizioni di circuito aperto virtuale perché la loro corrente è uguale e opposta (modulo uguale, fasi opposte)

(*) con il rifasamento si ha una variazione della corrente (diminuita) e della tensione (aumentata).

in generale quando abbiamo un induttore o condensatore in serie o parallelo conviene valutare se si hanno verificate delle condizioni di risonanza; se sono verificate si ha:
$Q_C = -Q_L$ la potenza reattiva della reattanza è uguale e opposta
$W_L = W_C$ l'energia media immagazzinata è uguale

(*) questo vale quando le impedenze di linea sono trascurabili rispetto l'impedenza di carico. In un esercizio, quindi si può chiedere di calcolare la potenza data sul carico una volta rifasato, perché differente da quella precedente

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745