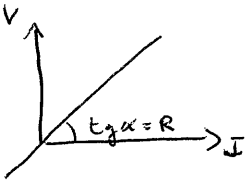
Definizioni ELETTROTECNICA

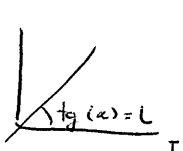
RESISTENZA: Elemento circuitale caratterizzato dall'equazione costitutiva $\boxed{V=RI}$. Il coefficiente di proporzionalità è detto Resistenza e rappresenta la tangente dell'angolo formato dalla retta sul piano V-I con l'asse orizzontale.



Presenta quindi un andamento LINEARE tra tensione e corrente

INDUTTANZA: Elemento circuitale definito da 2 relazioni:

- Equazione costitutiva: $\boxed{\Phi_I = LI}$
- Relazione tensione - corrente: $\boxed{v(t) = L\frac{di(t)}{dt}}$



Dove L è il coefficiente di AUTOINDUZIONE O INDUTANZA ed è definito come rapporto tra il flusso di corrente che si concatena al circuito e la corrente che produce il flusso stesso: $\boxed{L=\frac{\Phi(I)}{I}}$

L'induttore si dice che è un elemento INERZIALE RISPETTO ALLA CORRENTE, cioè non può subire variazioni istantanee di corrente (altrimenti la tensione diventerebbe infinita, così come la potenza).

CONDENSATORE: Elemento circuitale definito da 2 relazioni:

- Equazione costitutiva: $\boxed{Q=CV}$, ossia la carica sull'armatura (morsetto con polarità positiva) è direttamente proporzionale alla tensione applicata, la cui costante di proporzionalità è detta CAPACITÀ
- Relazione tensione - corrente: $\boxed{i(t) = C\frac{dv(t)}{dt}}$; $\boxed{v(t) = \frac{1}{C}\int_0^t i(\tau)d\tau + v(0)}$

Il condensatore si dice che è un elemento INERZIALE RISPETTO ALLA TENSIONE, cioè che non può subire variazioni istantanee di tensione, e si dice anche che è un elemento con MEMORIA, perché tiene conto del fatto che nell'intervallo di tempo (0, t) potrebbe essere scarico o carico (Basti guardare nella relazione tensione - corrente il valore $v(0)$).

RICORDA: Anche l'induttore è un componente con MEMORIA in quanto $\boxed{i(t) = \frac{1}{L}\int_0^t v(\tau)d\tau + I(0)}$, perciò tiene conto del valore di corrente che lo attraversa nell'istante iniziale.

BIPOLO: Elementi circuitali attivi (generatori corrente/tensione) o passivi (R, L, C) caratterizzati dalle proprietà:

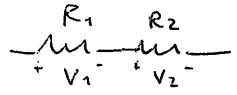
- LINEARITÀ: dipendono linearmente da una grandezza elettrica
- PASSIVITÀ: producono un'energia positiva
- TEMPO INVARIANZA: sono costanti nel tempo
- MEMORIA: tengono conto del loro stato iniziale

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

CONNESSIONE SERIE: Elementi attraversati dalla stessa corrente

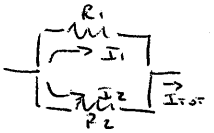
CONNESSIONE PARALLELO: Elementi sottoposti alla stessa tensione

RESISTENZE IN SERIE



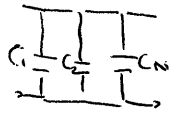
$$V_{TOT} = V_1 + V_2 = R_1 I + R_2 I = I(R_1 + R_2)$$
$$\Rightarrow R_{eq} = (R_1 + R_2 + \dots + R_n)$$

RESISTENZE IN PARALLELO



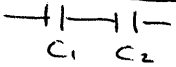
$$I_{TOT} = I_1 + I_2 = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} = V\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \Rightarrow \frac{1}{R_{eq}} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}\right)$$

CONDENSATORI IN PARALLELO



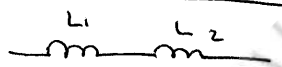
$$I_{TOT} = I_1 + I_2 + \dots I_N = C_1 \frac{dV}{dt} + C_2 \frac{dV}{dt} + \dots = \frac{dV}{dt}(C_1 + C_2 + \dots)$$
$$C_{eq} = (C_1 + C_2 + \dots + C_N)$$

CONDENSATORI IN SERIE



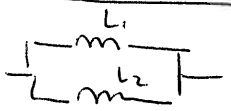
$$V_{TOT} = V_1 + V_2 = \frac{1}{C_1}\int I(t)\,dt + \frac{1}{C_2}\int I(t)\,dt = \int I(t)\,dt\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots\right)$$
$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots$$

INDUTTORI IN SERIE



$$V_{TOT} = V_1 + V_2 = L_1\frac{di}{dt} + L_2\frac{di}{dt} = \frac{di}{dt}(L_1 + L_2)$$
$$L_{eq} = (L_1 + L_2)$$

INDUTTORI IN PARALLELO



$$I_{TOT} = I_1 + I_2 = \frac{1}{L_1}\int V(t)\,dt + \frac{1}{L_2}\int V(t)\,dt = \int V(t)\,dt\left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}\right)$$
$$\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots$$

CORTOCIRCUITO: Collegamento tra 2 punti del circuito in cui la resistenza è massima o zero ($R \to 0$), perciò la tensione è nulla. Questo significa che tutto ciò che è collegato in parallelo a un cortocircuito avrà anch'esso tensione nulla, per cui la corrente non passerà mai per il ramo in parallelo ma solo nel cortocircuito, dove non incontra alcuna resistenza (e la corrente può raggiungere valori anche molto elevati).

CIRCUITO APERTO: Collegamento tra 2 punti del circuito in cui la conduttanza è praticamente nulla, perciò R assume valori molto elevati ($R \to \infty$) e quindi da più non passa alcuna corrente, ma ciò comunque un certo valore di tensione. Tutti gli elementi in serie al circuito aperto non sono attraversati da alcuna corrente.

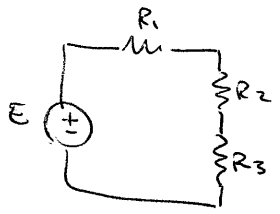
MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

PRINCIPI DI KIRCHHOFF

PRIMO PRINCIPIO (KCL): La somma delle correnti che entrano (escono) in un nodo è NULLA. La somma delle correnti entranti in un nodo è uguale alla somma delle correnti uscenti dal nodo stesso

SECONDO PRINCIPIO (KVL): La somma algebrica delle cadute di tensione dei rami che formano una maglia di un circuito elettrico è NULLA, considerando una Maglia un qualsiasi percorso chiuso.

PARTITORE DI TENSIONE



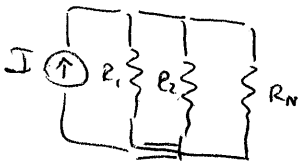
$$I = \frac{E}{R_s} = \frac{E}{R_1 + R_2 + R_3 + \dots R_n}$$

$$V_n = R_n I = \left(\frac{R_n}{R_1 + R_2 + \dots R_n}\right) E$$

fattore di partizione di tensione = $\frac{\text{elemento che mi interessa}}{\text{resistenze in serie}}$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

PARTITORE DI CORRENTE



$$V = I\left(R_p\right) = I\left(\frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_N}}\right)$$

$$I_N = \frac{V}{R_N} = I\,\frac{\left(\frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots \frac{1}{R_N}}\right)}{R_N} = I\,\frac{R_N}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_N}}$$

Caso 2:

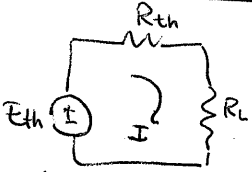
$$I_2 = \frac{V}{R_2} = I\,\frac{R_2}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = I\,\frac{R_2}{\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}} = I\,\frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

fattore di partizione di corrente

fattore di partizione di corrente = $\frac{\text{ramo che non mi interessa}}{\text{rami in parallelo}}$

MASSIMO TRASFERIMENTO DI POTENZA

per circuiti DC



Qual è la resistenza giusta per avere il massimo trasferimento di potenza sul carico?

$$I = \frac{E_{th}}{R_{th} + R_L} \rightarrow P = R_L I^2 = R_L \left(\frac{E_{th}}{R_{th} + R_L}\right)^2$$

Per trovare il massimo di questa funzione devo uguagliare la derivata a zero.

$$\frac{dP}{dR_L} = 0 = E_{th}^2 \left(\frac{(R_{th}+R_L)^2 - 2R_L(R_{th}+R_L)}{(R_{th}+R_L)^4}\right) = E_{th}^2 \left(\frac{(R_{th} + R_L - 2R_L)}{(R_{th} + R_L)^4}\right)$$

$$= \frac{E_{th}^2}{(R_{th}+R_L)^4}(R_{th} - R_L)$$ ← affinché venga 0 dev'essere $\boxed{R_{th} = R_L}$

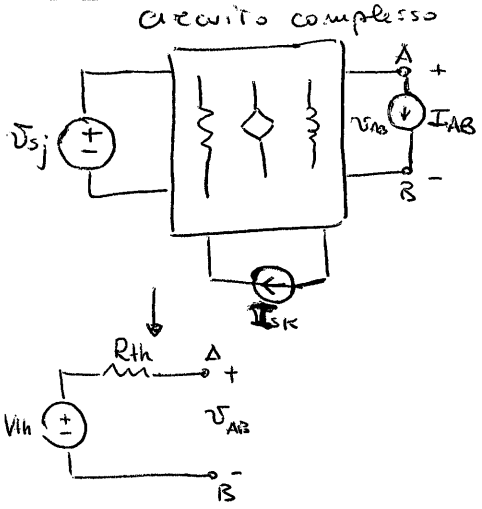
Perciò la max potenza trasferibile sul carico sarà:

$$P_{max} = R_{th} \cdot \frac{E_{th}^2}{(2R_{th})^2} = \boxed{\frac{E_{th}^2}{4R_{th}}}$$ ← Sia la massima potenza trasferita al carico quando la resistenza di carico è uguale alla resistenza di Thevenin vista dal carico ($R_L = R_{th}$)

$P_E = 2P_{max} \Rightarrow \boxed{\eta = \frac{1}{2} = 50\%}$

Metà potenza viene dissipata su R_{th} e metà viene assorbita dal carico R_L

TEOREMA DI THEVENIN / NORTON



Il teorema di Thevenin afferma che data una rete comunque complessa che presenta generatori indipendenti, controllati ed elementi passivi, detta BIPOLO ATTIVO, e si lasciano in evidenza di essi un carico generico A-B, allora il bipolo attivo è equivalente ad un generatore di tensione (corrente) avente tensione uguale alla d.d.p. presente ai morsetti del bipolo attivo quando questo funziona a circuito aperto e avente resistenza interna uguale alla resistenza vista dai morsetti del bipolo attivo, quando tutti i generatori indipendenti del bipolo attivo vengono spenti: la resistenza è collegata in serie (parallelo)

DIMOSTRAZIONE

$$V_{AB} = \underbrace{A_0 I_{AB} + \sum_j A_j V_{sj} + \sum_k A_k I_{sk}}_{B_0} = A_0 I_{AB} + B_0 \leftarrow$$

SOVRAPPOSIZIONE DEGLI EFFETTI

- $A_0 I_{AB}$: Contributo del generatore indip. I_{AB} alla tensione V_{AB}
- $\sum_j A_j V_{sj}$: Somma dei contributi dei singoli generatori di tensione del circuito a V_{AB}
- $\sum_k A_k I_{sk}$: Somma dei contributi dei singoli generatori di corrente del circuito a V_{AB}

- Per trovare Vth bisogna aprire i morsetti A e B, ma quando essi sono aperti: $I_{AB} = 0$ (circuito aperto) $\Rightarrow$ $\boxed{B_0 = V_{th}}$
- Per trovare Rth bisogna spegnere tutti i generatori indipendenti del circuito $\Rightarrow$ $B_0 = 0$ $\Rightarrow$ $V_{AB} = A_0 I_{AB} \Rightarrow$ $\boxed{A_0 = R_{th}}$

$\Rightarrow$ $\boxed{V_{AB} = R_{th} I_{AB} + V_{th}}$

Per trovare l'equivalente di Norton si procede allo stesso modo anche inserire un generatore indip. di corrente bisogna inserire un generatore indip. di tensione, e poi anche trovarsi la tensione su AB e circuito aperto bisogna trovarsi la corrente di corto circuito. A B

$$i_{AB} = \underbrace{C_0 V_{AB} + \sum_j C_j V_{sj} + \sum_k C_k i_{sk}}_{D_0} = C_0 V_{AB} + D_0 \leftarrow$$

SOVRAPPOSIZIONE DEGLI EFFETTI

- $C_0 V_{AB}$: Corrente dovuta al generatore di tensione posto ai terminali A-B
- $\sum_j C_j V_{sj} + \sum_k C_k i_{sk}$: Contributi dei generatori indipendenti di tensione e corrente del circuito

- $\boxed{-i_{cc} = D_0}$ ← spengo il generatore V_{AB} $\Rightarrow$ $\boxed{I_{No} = -D_0}$
- Spengo i generatori indip. del circuito $\Rightarrow$ $i_{AB} = C_0 V_{AB}$ $\Rightarrow$ $\boxed{C_0 = \frac{1}{R_{th}}}$

I due equivalenti sono legati dalla formula:

$$\boxed{i_{AB} = \frac{V_{AB}}{R_{th}} - I_{No}}$$

$$\boxed{R_{th} = R_{No} = \frac{V_{th}}{I_{No}} = \frac{V_{\text{circuito aperto}}}{I_{\text{corto circuito}}}}$$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

TEOREMA DI MILLMAN

Quando abbiamo una rete elettrica caratterizzata da soli 2 nodi, la d.d.p. tra i 2 nodi è pari alla media pesata delle tensioni su ciascun ramo dei nodi, dove i pesi sono proprio le ammettenze in serie ai generatori

FASORI

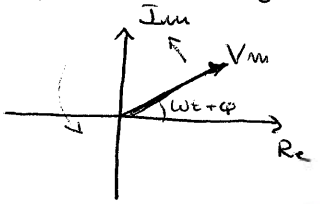
Quando siamo a regime sinusoidale i generatori indipendenti impongono grandezze che variano nel tempo in maniera sinusoidale

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \varphi) \qquad i(t) = I_m \cos(\omega t + \varphi)$$

Queste quant. dipendono dal tempo, quindi noi vogliamo sbarazzarci di questa dipendenza. Noi sappiamo che:

$$V_m e^{j(\omega t + \varphi)} = V_m [\cos(\omega t + \varphi) + j \operatorname{sen}(\omega t + \varphi)]$$ ← FORMULA DI EULERO

Possiamo vedere queste grandezze come un vettore rotante sul piano di Gauss.



Si evince subito che al variare di t l'unica cosa che cambia è la fase, non il modulo, perciò possiamo considerare il vettore rotante al tempo $t=0$ e definirlo come il FASORE della grandezza sinusoidale:

$$V_m e^{j\varphi} = V_m [\cos\varphi + j \operatorname{sen}\varphi]$$ FASORE ← essere nel dominio dei fasori (delle frequenze) vuol dire eliminare la dipendenza dal tempo.

PROPRIETÀ:

$\left[\frac{d}{dt} \to j\omega\right]$: $v(t) = V_m \cos(\omega t + \varphi) \to \dot{V} = V_m e^{j\varphi}$

$$\frac{dv}{dt} = -\omega V_m \operatorname{sen}(\omega t + \varphi) = \omega V_m \cos(\omega t + \varphi + \tfrac{\pi}{2})$$

$$\left(\frac{dv}{dt}\right)^{\cdot} = \omega V_m e^{j(\varphi + \frac{\pi}{2})} = \omega V_m e^{j\varphi} \cdot e^{j\frac{\pi}{2}} = j\omega V_m e^{j\varphi} = \boxed{j\omega \dot{V}}$$

$\left[\int dt \to \frac{1}{j\omega}\right]$: $v(t) = V_m \cos(\omega t + \varphi) \to \dot{V} = V_m e^{j\varphi}$

$$\int v(t)\,dt = \frac{V_m}{\omega} \operatorname{sen}(\omega t + \varphi) = \frac{V_m}{\omega} \cos(\omega t + \varphi - \tfrac{\pi}{2})$$

$$\left(\int v(t)\,dt\right)^{\cdot} = \frac{V_m}{\omega} e^{j(\varphi - \frac{\pi}{2})} = \frac{V_m}{\omega} e^{j\varphi} \cdot \frac{1}{e^{j\frac{\pi}{2}}} = \frac{V_m e^{j\varphi}}{j\omega} = \boxed{\frac{\dot{V}}{j\omega}}$$

RICORDA:

Se $\varphi = 0$ quando sono al tempo $t > 0$ $v(t) = 0$!! (Se prendo come riferimento il seno)

$\dot{V} = V_m e^{j\varphi} \to v(t) = V_m \operatorname{sen}(\omega t) \to v(0) = V_m \operatorname{sen}(0) = 0$!

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745