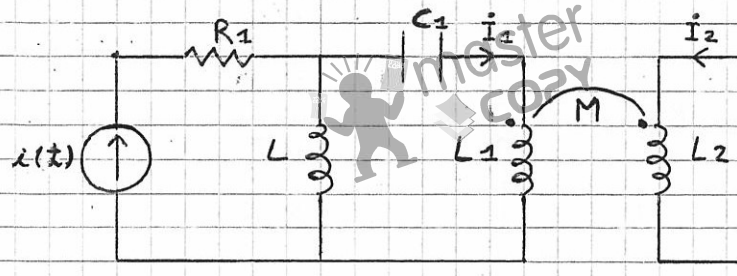
ESERCIZIO 4 [Principi di Ingegneria elettrica 11/01/2016]:

Il circuito in figura opera a regime sinusoidale. Determinare il valore del coefficiente di mutua induzione M affinchè il valore efficace della tensione V_{ab} sia pari a 10V. Con il valore di M così determinato, fra i terminali a-b viene collegata una resistenza $R = 4\,\Omega$: calcolare la potenza assorbita da R.



$i(t) = 10\sqrt{2}\,\sin(500t)$ A,

$R_1 = 10\,\Omega$; $L = 20\,\mu H$;

$L_1 = 4\,\mu H$; $L_2 = 10\,\mu H$;

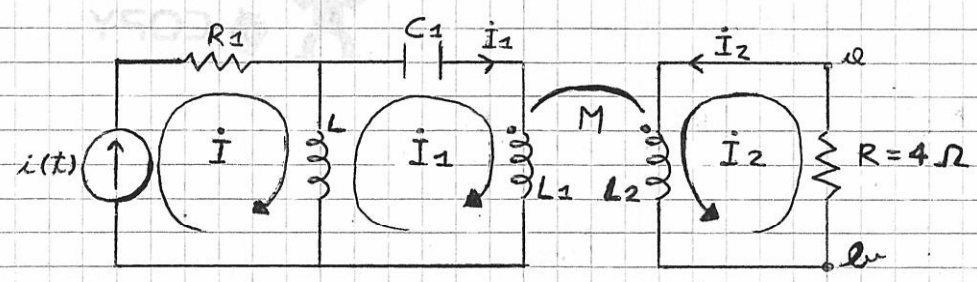
$C_1 = 1\,\mu F$, $V_{ab} = 10V$;

Nell'induttore L_2 non passa corrente $\Rightarrow \dot{I}_2 = 0$.

$\dot{V}_{ab} = j\omega M \dot{I}_1 = j\omega M \dot{I} = j500 M 10 = 500M10 \Rightarrow M = \frac{1}{500} \Rightarrow \boxed{M = 2\,\mu H}$

$\dot{I}_1 = \dot{I}$ (L_1 e C_1 sono in risonanza)

j va via perchè M è una grandezza fisica



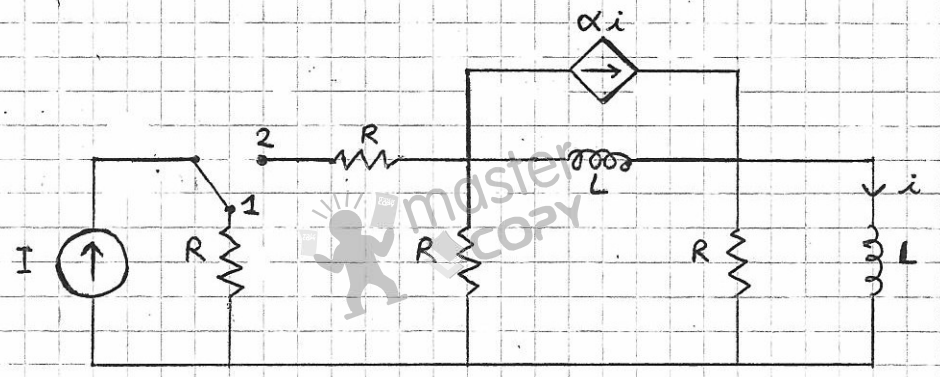
$$0 = \left(j\omega L + j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_1}\right)\dot{I}_1 - j\omega L \dot{I} + j\omega M \dot{I}_2$$

$$0 = (R + j\omega L_2)\dot{I}_2 + j\omega M \dot{I}_1$$

$$\dot{I}_2 = \frac{j\omega L \dot{I}}{j\omega\left(M - \frac{L \cdot L_2}{M}\right) - \frac{LR}{M}} = (-1{,}22 + j)\,A; \quad \boxed{P = R \cdot I_2^2 = 10W}$$

ESERCIZIO 2 [Principi di Ingegneria elettrica 11/01/2016]:

Il circuito si trova a regime continuo con il commutatore nella posizione 1. All'istante $t=0$ il commutatore si sposta nella posizione 2: calcolare l'andamento della corrente $i(t)$ per $t>0$.



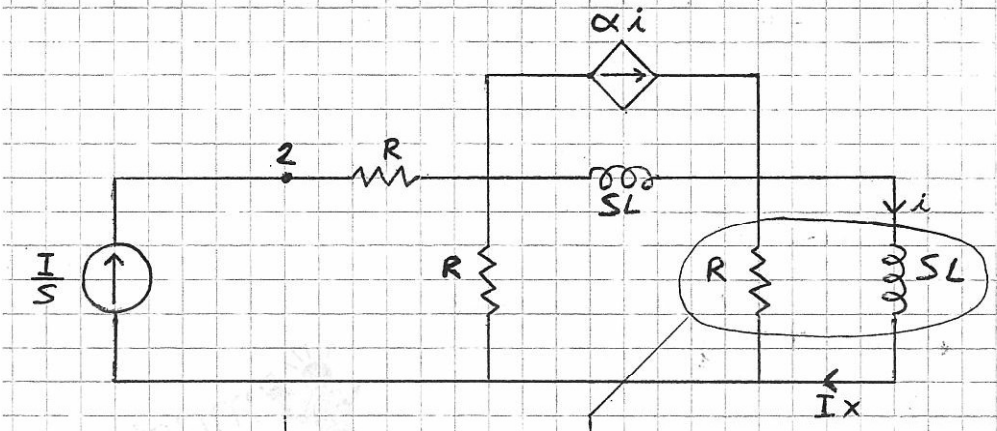
$I = 2\ A$

$R = 10\ \Omega$

$L = 10\ mH$

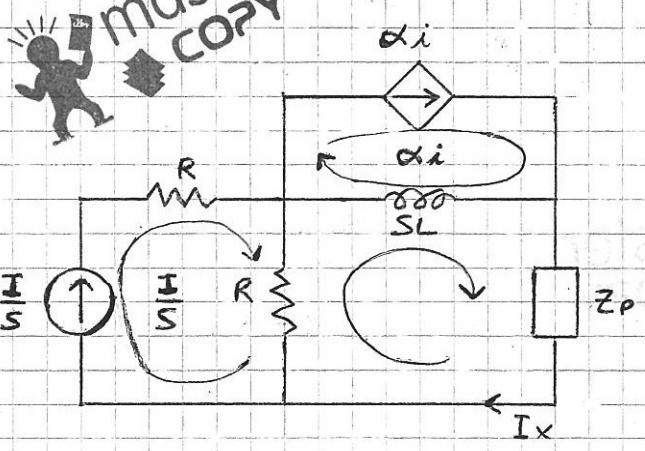
$\alpha = 2{,}6$

Per $t<0$ si ha il circuito sopra, invece per $t>0$ si ha il seguente circuito:



Troviamo $Z_P = R // SL$: $Z_P = \dfrac{R \cdot SL}{R+SL}$;

Partitore di corrente: $i(S) = I_x(S)\dfrac{R}{R+SL}$



$$0 = \left(R + SL + \frac{RSL}{R+SL}\right) I_x - R\frac{I}{S} - \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -SL\alpha\frac{R}{R+SL} I_x$$

$$I_x = \frac{RI}{S}\cdot\frac{R+SL}{R^2+(SL)^2+S(LR-L\alpha R)+2SLR}$$

$$i(S) = \frac{R^2 I}{S^3L^2 + S^2LR(3-\alpha) + SR^2} = \frac{200}{10^{-4}S^3 + 0{,}04S^2 + 100S}$$

$S = 0$

$S_{1,2} = -200 \pm j980$

$$= \frac{A}{S} + \frac{B}{S-S_1} + \frac{B^*}{S-S_1^*}$$

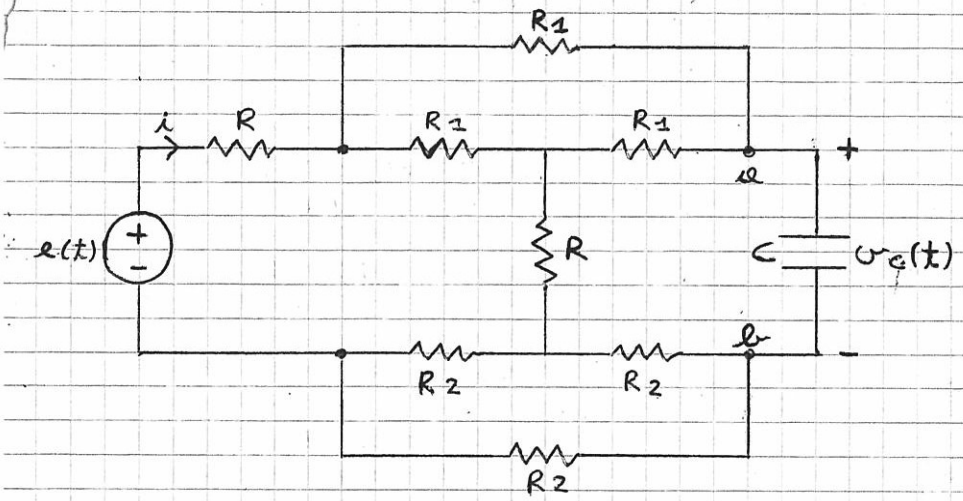
$A = 2$

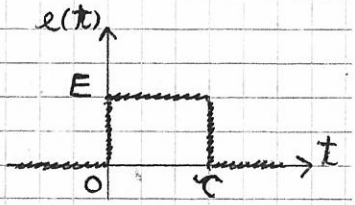
$B = -1 + j0{,}2$

$$\boxed{i(t) = [2 + 2e^{-200t}(-\cos(980t) - 0{,}2\sin(980t))]\,u(t)}$$

ESERCIZIO 2 [Principi di Ingegneria elettrica 9101/17]:

In figura sono rappresentati il circuito e le forme d'onda della tensione $e(t)$ del generatore. Determinare l'andamento della tensione $v_c(t)$ e della corrente $i(t)$ indicate in figura.





$E = 64\,V$; $\tau = 2\,\mu s$;

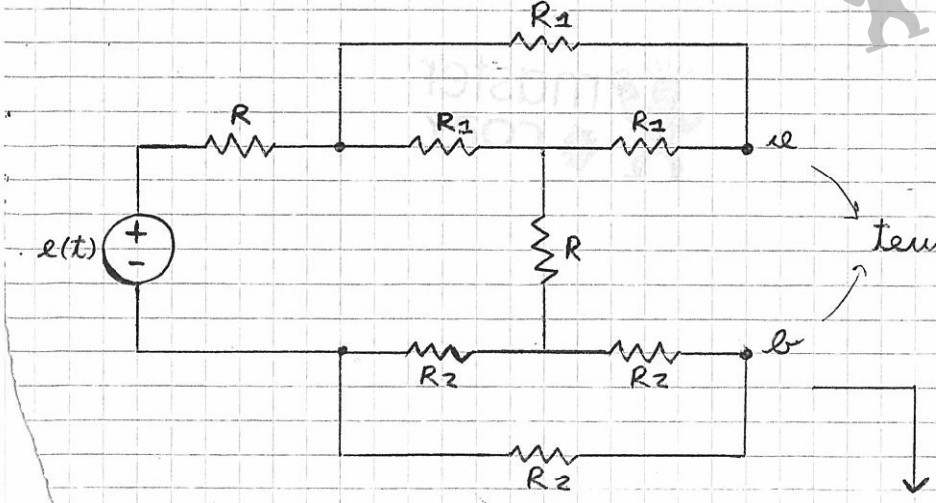
$R_1 = 9\,\Omega$; $R_2 = 18\,\Omega$,

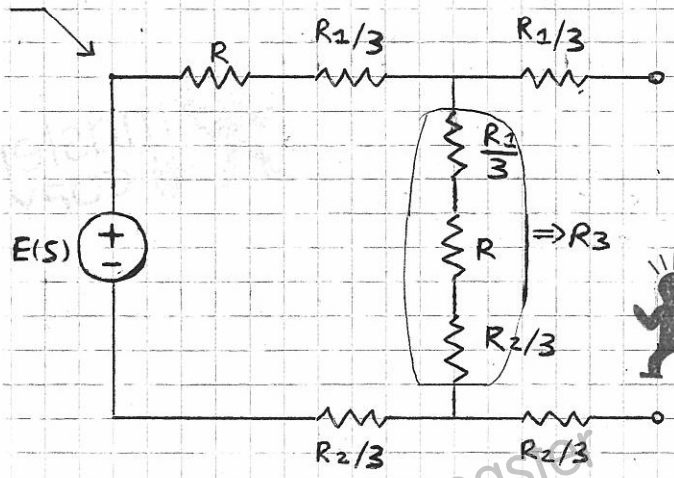
$R = 5\,\Omega$, $C = 62{,}5\,\mu F$,

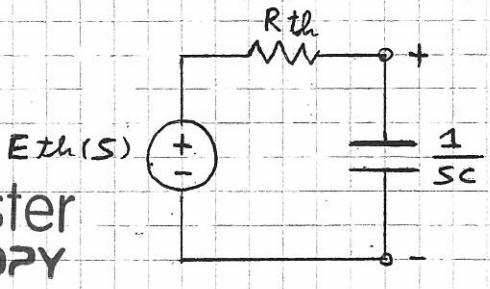
$e(t) = \boxed{E\,u(t)} - E\,u(t-\tau)$

Il circuito senza il condensatore C, visto dai terminali a-b, si tratta di un circuito tempo-invariante.

Ricerchiamo l'equivalente di Thevenin visto dai terminali a-b:







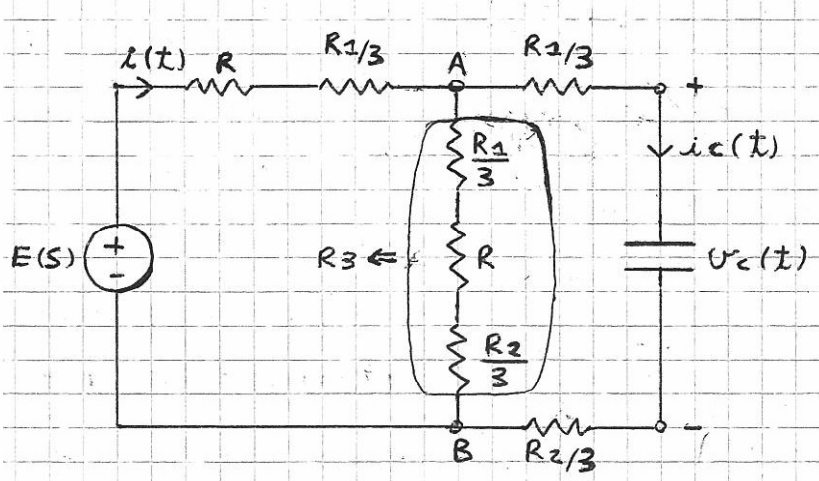
$R_{th} = 16\,\Omega, \quad \frac{E(S)}{2S} = \frac{32}{S}$

$$R_3 = \frac{R_1}{3} + R + \frac{R_2}{3} = 14\,\Omega$$

$$\frac{32 \cdot 10^3}{S(S+1000)} = V_c(S) = \frac{32}{S} \cdot \frac{1/sC}{16 + 1/sC}$$

$$\boxed{v_c(t) = 32\,(1 - e^{-1000t})\,u(t)}$$

Ricaviamo la corrente $i(t)$:



$$i_c(t) = C\frac{dv_c}{dt} = 2e^{-1000t}$$

$$v_{AB} = v_c(t) + \left(\frac{R_1}{3} + \frac{R_2}{3}\right) i_c(t)$$

$$\downarrow$$

$$v_{AB} = (32 - 14)\,e^{-1000t}$$

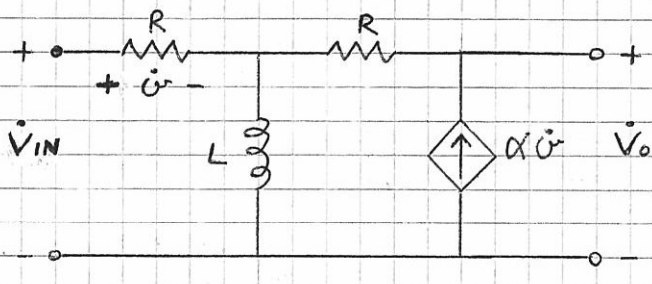
$$i(t) = \frac{v_{AB}(t)}{R_3} + i_c(t)$$

$$\downarrow$$

$$\boxed{i(t) = (2{,}29 + e^{-1000t})\,u(t)}$$

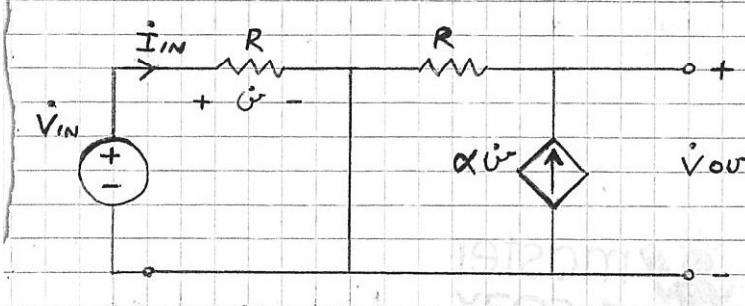
ESERCIZIO 4 [Principi di Ingegneria elettrica 18/02/2016]:
Nel circuito in figura, l'oggetto di studio è la risposta in frequenza $\frac{\dot{V}_{OUT}}{\dot{V}_{IN}}$; determinare nell'ordine:

- la risposta in frequenza per $\omega \to 0$;
- il valore di α affinchè nella condizione di cui sopra ($\omega \to 0$) il valore della funzione di trasferimento sia uguale a 2;
- il valore della risposta in frequenza per $\omega \to \infty$ con il valore di α precedentemente calcolato;
- disegnare i diagrammi di Bode della risposta in frequenza con il valore di α precedentemente calcolato;



$R = 1\ \Omega$,
$L = 1\ \mu H$,

Per $\omega \to 0$ l'induttore diventa un cortocircuito, quindi il circuito diventa:



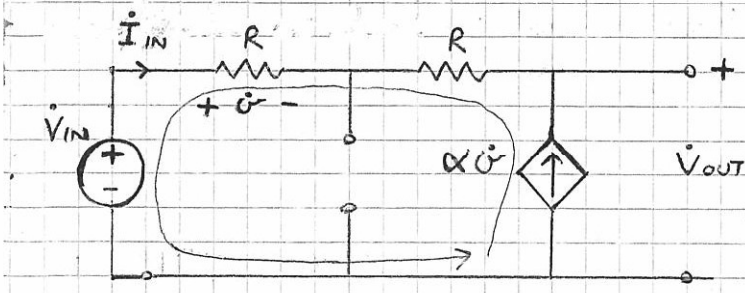
$$\dot{I}_{IN} = \frac{\dot{V}_{IN}}{R}$$

$$\dot{V}_{OUT} = \alpha \dot{v} R = \alpha R \dot{V}_{IN}$$

$$\boxed{\frac{\dot{V}_{OUT}}{\dot{V}_{IN}} = \alpha R} \Leftarrow \underset{\omega \to 0}{H(\omega)}$$

$H(\omega) = 2$ ($\alpha = ?$ per $\omega \to 0$), $\underset{\omega \to 0}{H(\omega)} = \alpha R = 2 \Rightarrow$ essendo $R = 1\ \Omega$, si ha $\boxed{\alpha = 2}$

Invece per $\omega \to \infty$ l'induttore diventa un circuito aperto



$$-\dot{V}_{OUT} + R\alpha\dot{v} + R\alpha\dot{v} + \dot{V}_{IN} = 0$$

$$\dot{V}_{OUT} = 2R\alpha\dot{v} + \dot{V}_{IN}$$

$\dot{v} = -R\alpha\dot{v} \Rightarrow \dot{v} = 0$, quindi: $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \boxed{\dot{V}_{OUT} = \dot{V}_{IN}} \Rightarrow \underset{\omega \to \infty}{H(\omega)} = 1.$$