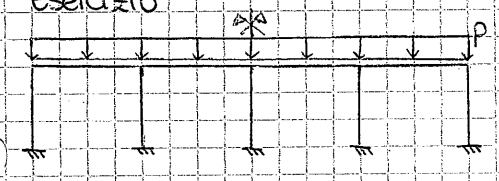
TEORIA
delle
STRUTTURE

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

Esercizio

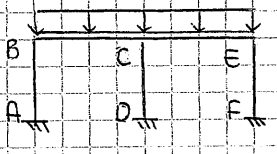


G.d.L = 6·3 = 18

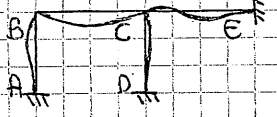
G.d.V. = 5·3 + 3·5 = 30

12 volte iperstatico → il metodo delle forze sarebbe troppo lungo.

Per risolverlo con il SWP devo conoscere E, A e J.



Se $EA=\infty$ allora EF (che è sull'asse di simmetria) non si può spostare → metto un incastro



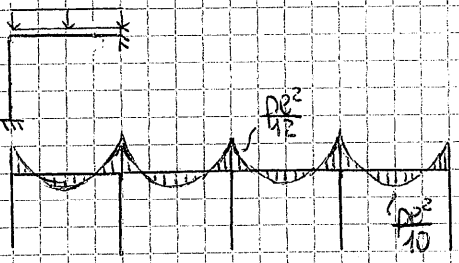
6 incognite iperstatiche

Ipotizzo $EA=\infty$ per tutte le travi: è una buona approssimazione perché le deformazioni estensionali sono di un ordine di grandezza inferiore di quelle flessionali

Anche B e C non si spostano

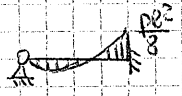
È più sollecitata BA o CD? BA è più sollecitata perché i momenti di BC e CE si equilibrano.

Vale per tutte le strutture che i pilastri interni sono soggetti principalmente a sforzo normale e quelli esterni anche a flessione.



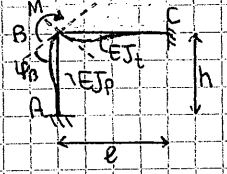
I momenti negativi massimi sono $p\ell^2/12$, quelli di incastro perfetto; i momenti positivi più grandi sono nelle campate esterne.

In C però $p\ell^2/12$ non è a favor di sicurezza:



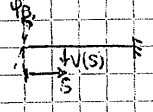
Con la linea elastica devo esaminare 9 tratti di trave → 9·4 = 36 equazioni di bordo.

Metodo degli spostamenti



B può solo ruotare: ruota di φ_B

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745



Supponendo noto φ_B, sono in grado di determinare l'andamento di v?

Sì, perché posso risolvere $EJv^{IV}=0$ con $v(\ell)=0$; $v'(\ell)=0$
$v(0)=0$; $v'(0)=\varphi_B$

Se conosco v, allora conosco le sollecitazioni: $M=-EJ\chi=-EJv''$; $T=M'$

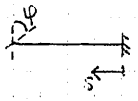
Per lo sforzo normale considero che $v_t(0)=u_p(h)$ e $v_p(h)=u_t(0)$

Quindi ho una sola incognita cinematica: se conosco quella, conosco tutto.

↳ il sistema ha 1 grado di libertà.

Devo trovare un'equazione di equilibrio per calcolare φ_3.

$v(s) = as^3 + bs^2 + cs + d$



$v(0)=0$; $v'(0)=0$; $v(\ell)=0$; $v'(\ell)=\varphi$

$d=0$ $\quad$ $c=0$

$$\begin{cases} v(\ell) = a\ell^3 + b\ell^2 = 0 & b = a\ell \\ v'(\ell) = 3a\ell^2 + 2b\ell = \varphi & a = \frac{\varphi}{\ell^2} \ ; \ b = -\frac{\varphi}{\ell} \end{cases} \rightarrow v(s) = \varphi\left(\frac{s^3}{\ell^2} - \frac{s^2}{\ell}\right)$$

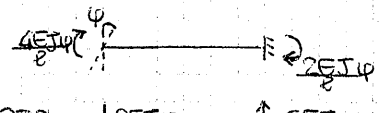
c'è proporzionalità diretta tra v e φ: se φ raddoppia, raddoppiano anche v, M e T.

$$v''(s) = \varphi\left(\frac{6s}{\ell^2} - \frac{2}{\ell}\right) \ ; \ M = -EJ\varphi\left(\frac{6s}{\ell^2} - \frac{2}{\ell}\right)$$

$M(0) = \frac{2EJ}{\ell}\varphi$

$M(\ell) = \frac{4EJ}{\ell}\varphi$

RIGIDEZZA

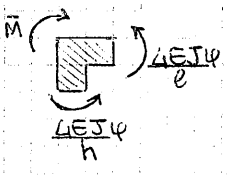


$\frac{4EJ\varphi}{\ell}$ $\quad$ $\frac{2EJ\varphi}{\ell}$ $\quad$ $\frac{6EJ}{\ell^2}\varphi$

Quanto vale φ? $|\varphi| \ll 1$

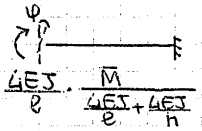
Ho già verificato:
- congruenza interna dei punti della linea d'asse (tramite $EJv^{IV}=0$)
- equilibrio dei punti interni (tramite le condizioni di bordo)

Devo imporre l'equilibrio del nodo:



lo sforzo di taglio non lo considero perchè il nodo ha dimensioni infinitesime.

$$\left(\frac{4EJ}{\ell} + \frac{4EJ}{h}\right)\varphi = \bar{M} \rightarrow \text{trovo } \varphi = \frac{\bar{M}}{\frac{4EJ}{\ell} + \frac{4EJ}{h}}$$



$\frac{4EJ}{\ell} \cdot \frac{\bar{M}}{\frac{4EJ}{\ell} + \frac{4EJ}{h}}$

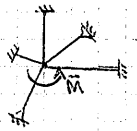
Le sollecitazioni si ripartiscono con quota maggiore sugli elementi più rigidi.

momento sopportato da una trave: $M = \frac{\frac{4EJ}{\ell}}{\frac{4EJ}{\ell} + \frac{4EJ}{h}}\bar{M}$

- $\ell \rightarrow 0$, $M \rightarrow \bar{M}$
- $h \rightarrow 0$, $M \rightarrow 0$
- $\ell \rightarrow \infty$, $M \rightarrow 0$
- $h \rightarrow \infty$, $M \rightarrow \bar{M}$



In generale:



$M_i = \frac{\text{rigidezza}_i}{\sum_i \text{rigidezze}}\bar{M}$

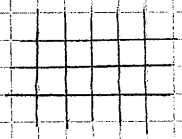
Rimane da dire:
- quanto vale la rigidezza di una trave a seconda dei vincoli
- come si calcola $\bar{M}$ se è causato da una forza o una distribuzione di forze.

MASTER COPY
Tel. 050 8312126

CALCOLO DEI TELAI

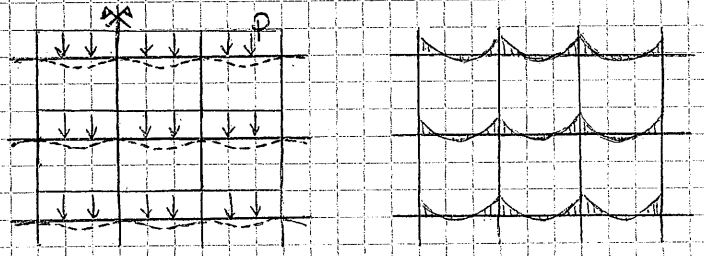
Palazzo → mensola ≃ tubo

Reticolo a maglie quadrate



MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

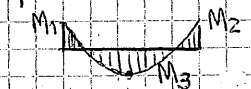
Poichè il numero di maglie è molto alto, posso ipotizzare che sia infinito: ciò a permette di fare considerazioni di simmetria



"struttura a nodi fissi"

per simmetria • i pilastri non si spostano: $EA \to \infty$ e non ruotano

• quindi le travi sono travi incastrate soggette a carico uniforme



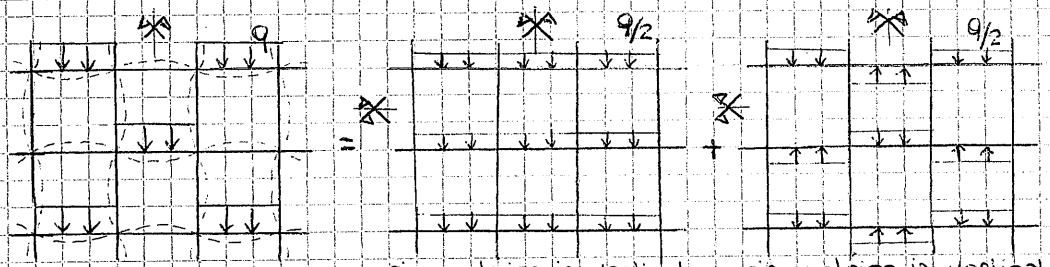
$M_1 = M_2 = \frac{pl^2}{12}$

$M_3 = \frac{pl^2}{12}$

• i pilastri sono soggetti solo a sforzo normale.

Il regime di sollecitazione di una campata non dipende dal carico sulle altre campate nel caso in cui p è costante su tutte

SCHEMA DEI CARICHI ECCEZIONALI

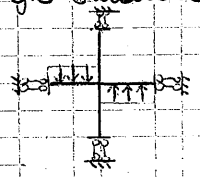


simmetrica in verticale
antisimmetrica in orizzontale

simmetrica in verticale
simmetrica in orizzontale

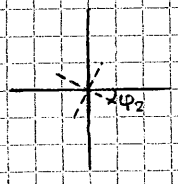
Lo schema antisimmetrico l'ho già studiato

Studio lo schema simmetrico:



uso il metodo degli spostamenti:

1 incognita cinematica: rotazione del nodo



$v = as^3 + bs^2 + cs + d$

• $v'''(l/2) = 6a = 0$ → $v = -\frac{\varphi_2}{l}s^2 + \varphi_2 s$

• $v(0) = d = 0$

• $v'(0) = \varphi_2$

• $v'(l/2) = 0$

$M = -EJv'' = -\frac{2EJ}{l}\varphi_2$