MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

ELETTRONICA

LEZIONE 1

ARGOMENTI: { GENERAZIONE DI SEGNALI ELETTRICI / MODIFICA DI SEGNALI ELETTRICI

1. RICHIAMI DI TEORIA DEI CIRCUITI
2. AMPLIFICATORI
3. GENERATORI DI SEGNALE

RICHIAMI DI ELETTROTECNICA / AUTOMATICA / SEGNALI

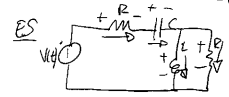
$v(t) = R\,i(t)$

$v(t) = L\,\frac{di(t)}{dt}$

$i(t) = C\,\frac{dv(t)}{dt}$

} RELAZIONI COSTITUTIVE = ESPRIMONO LA RELAZIONE CHE ESISTE, PER CIASCUNO DI QUESTI DISPOSITIVI, TRA LA TENSIONE AI CAPI DEL DISPOSITIVO E LA CORRENTE CHE L'ATTRAVERSA, SECONDO LA CONVENZIONE CHE LA CORRENTE NEL DISPOSITIVO VA DAL POTENZIALE PIÙ ALTO AL PIÙ BASSO

ES

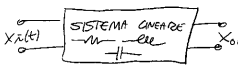


- RETE LINEARE → COSTITUITA DA SOLO DISPOSITIVI LINEARI
- COEFFICIENTI CONCENTRATI → POSSIAMO LOCALIZZARE TRA DUE PUNTI UN DISPOSITIVO CON VALORI R, C, L COSTANTI

- SE VOLESSIMO DETERMINARE LE TENSIONI AI CAPI DEI DISPOSITIVI E LE CORRENTI NEI VARI RAMI, DOVREMMO RISOLVERE DELLE EQUAZIONI INTEGRO-DIFFERENZIALI CHE REGOLANO, NEL TEMPO, L'ANDAMENTO DELLA RETE
- LA TRASFORMATA DI LAPLACE APPLICATA A UN SISTEMA LINEARE TEMPO-INVARIANTE, CI PERMETTE DI EVITARE DI RISOLVERE LE EQUAZIONI INTEGRO-DIFFERENZIALI MA DI RISOLVERE LA RETE CON UN APPROCCIO ALGEBRICO

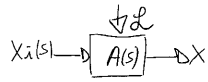
→ EQUAZIONI COSTITUTIVE NEL DOMINIO DI LAPLACE ⇒ $R \to V(s) = R\,I(s)$; $L \to V(s) = LsI(s)$; $C \to I(s) = Cs\,V(s)$

MA IL "PREZZO DA PAGARE" È CHE COMPARE s CHE È UNA VARIABILE COMPLESSA



$X_i(t)$ = SOLLECITAZIONE
$X_o(t)$ = RISPOSTA

(V, i / V, λ) IN UN SISTEMA LINEARE CI POSSONO ESSERE ALL'INTERNO R, L, C ED EVENTUALMENTE GENERATORI CONTROLLATI, CHE SONO UTILI NEL MODELLO (ANCHE LINEARE) PER LA DESCRIZIONE DI UN DISPOSITIVO



CON $A(s) = \frac{X_o(s)}{X_i(s)}$ = FUNZIONE DI TRASFERIMENTO (DEFINITA SOLO PER UN SISTEMA LINEARE)



UN SISTEMA ORIENTATO È UN SISTEMA NEL QUALE ABBIAMO STABILITO QUALE SOLLECITAZIONE CHE CI INTERESSA PRENDERE IN CONSIDERAZIONE E QUAL'È LA RISPOSTA

- PER UN SISTEMA LINEARE TEMPO-INVARIANTE A COEFFICIENTI CONCENTRATI, LA FUNZIONE DI TRASFERIMENTO HA L'ASPETTO DEL TIPO: $A(s) = \frac{N(s)}{D(s)}$ DOVE $N(s)$ E $D(s)$ SONO POLINOMI, NELLA VARIABILE s, A COEFFICIENTI REALI

→ $N(s) = 0$ ⇝ SI OTTENGONO GLI ZERI DEL SISTEMA. CIOÈ GLI ZERI SONO LE RADICI DEL NUMERATORE DELLA FUNZIONE DI TRASFERIMENTO

→ $D(s) = 0$ ⇝ SI OTTENGONO I POLI DEL SISTEMA. CIOÈ I POLI SONO LE RADICI DEL DENOMINATORE DELLA FUNZIONE DI TRASFERIMENTO

PER DETERMINARE GLI ZERI E I POLI BISOGNA AVER SPECIFICATO IN CHE MODO È STATO ORIENTATO IL SISTEMA (SE CAMBIO IN e OUT, CAMBIANO GLI ZERI E I POLI)

PROPRIETÀ DI UN POLINOMIO A COEFFICIENTI REALI NELLA VARIABILE COMPLESSA s

IN GENERALE ZERI e POLI SONO DEI NUMERI COMPLESSI

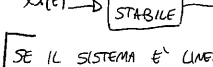
$RE\{\text{POLI}\}$ { >0 ⇒ LA SOLUZIONE DIVERGE ; <0 ⇒ DOPO UN TRANSITORIO SI ESTINGUE

⇒ LA PARTE REALE DEI POLI DETERMINA L'ANDAMENTO NEL TEMPO DELLA RISPOSTA AL SISTEMA

- QUESTO DERIVA DAL PROBLEMA DI DIRICHLET ⇒ $A\ddot{x} + B\dot{x} + Cx = f(t)$ CHE RISOLVENDO SI OTTENGONO DEGLI ESPONENZIALI. PER CUI SE LE RADICI, POLI, HANNO PARTE REALE MAGGIORE DI ZERO, L'ARGOMENTO DELL'ESPONENZIALE È >0 NEL TEMPO, PER CUI DIVERGENTE
- DIRICHLET CI DICE, ANCHE, CHE SE LA FUNZIONE FORZANTE, $f(t)$, HA UN ANDAMENTO SINUSOIDALE, ANCHE LA RISPOSTA HA ANDAMENTO SINUSOIDALE, ISOFREQUENZIALE, A REGIME [SE TUTTI I POLI HANNO PARTE REALE NEGATIVA, SE UNO SOLO CE L'HA POSITIVA, QUESTO NON È VERO MA DIVERGE]

- TUTTI I SISTEMI CHE HANNO $RE\{\text{POLI}\} \leq 0$ SONO CHIAMATI SISTEMI STABILI. PER QUESTI SISTEMI POSSIAMO PASSARE DALLA FUNZIONE DI TRASFERIMENTO ALLA RISPOSTA IN FREQUENZA (PULSAZIONE ω). QUINDI SI PASSA AL DOMINIO DI FOURIER NELLA VARIABILE REALE f

$A(s) \xrightarrow{s = j2\pi f} A(f)$ ⇝ È UNA FUNZIONE COMPLESSA ⇒ $RE\{A(f)\}$; $IM\{A(f)\}$ OPPURE $|A(f)|$; $\angle A(f)$



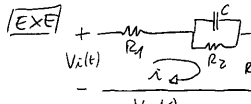
$X_i(t) = X_{im}\,\sin(2\pi f t)$
$X_o(t) = X_{om}\,\sin(2\pi f t + \theta)$

⇒ { $|A(f)| = \frac{X_{om}}{X_{im}}$ CIOÈ È IL RAPPORTO DELLE AMPIEZZE IN USCITA E IN INGRESSO
$\angle A(f) = \theta$ CIOÈ È LO SFASAMENTO, RITARDO, DELL'USCITA RISPETTO ALL'INGRESSO

SE IL SISTEMA È LINEARE E LO SOLLECITO CON UNA SOMMA DI PIÙ SOLLECITAZIONI PIÙ SEMPLICI ⇒ LA RISPOSTA È LA SOMMA DELLE RISPOSTE DI QUEL SISTEMA A CIASCUNA DELLE SOLLECITAZIONI COSTITUENTI LA SOLLECITAZIONE D'INGRESSO

FOURIER HA SPIEGATO CHE QUALSIASI FUNZIONE PUÒ ESSERE ESPRESSA CON LA SOMMA DI UN CERTO NUMERO DI SINUSOIDI

EXE



$R_1 = R_3 = 1\,k\Omega$ $R_2 = 10\,K\Omega$ $C = 10\,\mu F$ ⇒ $V_u = R_3\,i$ MA $i = \frac{V_i(t)}{Z_{EQ}}$ $\xrightarrow{\mathcal{L}}$ $I(s) = \frac{V_i(s)}{Z_{EQ}}$

$R_2 /\!/ \frac{1}{Cs} = \frac{R_2 \frac{1}{Cs}}{R_2 + \frac{1}{Cs}} = \frac{R_2}{1 + R_2 Cs}$ ⇒ $I(s) = V_i(s) \frac{1}{R_1 + \frac{R_2}{1+R_2Cs} + R_3}$

DA IMPARARE "A MEMORIA"
$R /\!/ C$ $\xrightarrow{\mathcal{L}}$ $\frac{R}{1+RCs}$

⇒ $A(s) = \frac{V_u(s)}{V_i(s)} = \frac{R_3}{R_1 + \frac{R_2}{1+R_2Cs} + R_3} = \frac{R_3(1+R_2Cs)}{(R_1+R_3)(1+R_2Cs) + R_2} = \frac{R_3(1+R_2Cs)}{R_1+R_2+R_3+(R_1+R_3)R_2Cs}$ ⇒ 1 ZERO, 1 POLO

→ $A(s) = \frac{R_3}{R_1+R_2+R_3} \frac{1+R_2Cs}{1 + \frac{(R_1+R_3)R_2C}{R_1+R_2+R_3}s}$

ZERO → $s_z = -\frac{1}{R_2C} = -10\ rad/s$

POLO → $s_p = -\frac{R_1+R_2+R_3}{R_2(R_1+R_3)C} = -60\ rad/s$

} ⇒ SISTEMA STABILE (POSSIAMO PASSARE ALLA RISPOSTA IN FREQUENZA)

⇒ $A(f) = \frac{R_3}{R_1+R_2+R_3} \frac{1 + R_2C\,j2\pi f}{1 + R_pC\,j2\pi f}$ CON $R_p = R_2 /\!/ (R_1+R_3)$

$\frac{1}{2\pi R_2 C} = f_z$ = FREQUENZA DI ZERO = $\frac{|s_z|}{2\pi}$

$\frac{1}{2\pi R_p C} = f_p$ = FREQUENZA DI POLO = $\frac{|s_p|}{2\pi}$

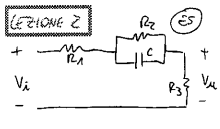
⇒ $\boxed{A(f) = \frac{R_3}{R_1+R_2+R_3} \frac{1 + j\frac{f}{f_z}}{1 + j\frac{f}{f_p}}}$

ELETTRONICA

QUINDI PER UN SISTEMA SENZA POLI O ZERI NELL'ORIGINE, MA CON UNO ZERO E UN POLO REALI E NEGATIVI ⇒ POSSIAMO SCRIVERE LA RISPOSTA IN FREQUENZA COME PRODOTTO TRA UN COEFFICIENTE COSTANTE NON DIPENDENTE DA f (o da s) PER UN TERMINE DIPENDENTE DA f (o da s) IN CUI IL NUMERATORE E' DELLA FORMA $1+s\frac{f}{f_z}$ E IL DENOMINATORE $1+s\frac{f}{f_p}$

- IL COEFFICIENTE COSTANTE RAPPRESENTA LA RISPOSTA AL SISTEMA PER $f=\infty$ $(s=\infty)$ ⇒ GUADAGNO STATICO (A_0) E PUÒ ESSERE CALCOLATO IMMEDIATAMENTE GUARDANDO LA RETE APRENDO I CONDENSATORI E CHIUDO LE INDUTTANZE (CIOE' $f=0$)

LEZIONE 2 — ES



$A(s)=\frac{V_u(s)}{V_i(s)}=\frac{R_3}{R_1+R_2+R_3}\cdot\frac{1+R_2Cs}{1+R_pCs}$ DOVE $R_p=R_2//(R_1+R_3)$

$A(f)=A_0\frac{1+s\frac{f}{f_z}}{1+s\frac{f}{f_p}}$ CON $A_0=\frac{R_3}{R_1+R_2+R_3}=\frac{1}{12}$

$f_z=\frac{|s_z|}{2\pi}=\frac{1}{2\pi R_2C}=1{,}59\ Hz$

$f_p=\frac{|s_p|}{2\pi}=\frac{1}{2\pi R_pC}=9{,}55\ Hz$

- SE IL SISTEMA HA 1 O PIÙ ZERI NELL'ORIGINE → LA RISPOSTA (E' ANCHE LA FUNZIONE DI TRASFERIMENTO) $=0$ PER $f=0$ $(s=0)$ ⇒ $A_0=\emptyset$
⇒ MA PER VEDERLO SUBITO (SENZA FARE I CONTI), MI METTEVO A FREQUENZA NULLA (APRO I CONDENSATORI E CHIUDO LE INDUTTANZE) E SE IL RAPPORTO DELL'USCITA SULL'INGRESSO E' DIVERSO DA $\emptyset$ ⇒ NON CI SONO ZERI NELL'ORIGINE
- SE IL SISTEMA HA 1 O PIÙ POLI NELL'ORIGINE → LA RISPOSTA TENDE ALL'INFINITO PER $s=\emptyset$ ⇒ $A_0=\infty$
- SE CI FOSSERO SIA ZERI SIA POLI NELL'ORIGINE $\frac{s^m(\ )(\ )}{s^n(\ )(\ )}$ → $m<n \Rightarrow s^{m-n}(\ )(\ )$; $m>n \Rightarrow \frac{(\ )(\ )}{s^{n-m}(\ )(\ )}$
⇒ CI SI RIPORTA A SOLO POLI/ZERI NELL'ORIGINE

⇒ PER SISTEMI CHE **NON** HANNO POLI O ZERI NELL'ORIGINE ⇝ POSSIAMO SCRIVERE LA RISPOSTA IN FREQUENZA CON UN COEFFICIENTE CHE CORRISPONDE AL GUADAGNO IN CONTINUA DELLA RETE, MOLTIPLICATO PER UN TERMINE DEL TIPO $1+s\frac{f}{f_z}$ PER OGNI ZERO REALE NEGATIVO, E DIVISO PER UN TERMINE DEL TIPO $1+s\frac{f}{f_p}$ PER OGNI POLO REALE NEGATIVO. ⇒ FORMA CANONICA (TERMINE NOTO UNITARIO)

- IN GRAN PARTE DEI PROBLEMI CHE VEDREMO, SI RIUSCIRA' A SCRIVERE LA RISPOSTA IN FREQUENZA $A(f)$ SENZA PASSARE DA LAPLACE E DA PASSAGGI INTERMEDI
- PARTENDO DA QUESTO ESEMPIO RICHIAMIAMO QUALCHE CONCETTO FONDAMENTALE

$A(f\to\infty)$? SI PUÒ RISOLVERE ANDANDO A VEDERE $\lim_{s\to\infty}A(s)$ OPPURE $\lim_{f\to\infty}A(f)$ OPPURE STUDIARE LA RETE PER FREQUENZA INFINITA (CONDENSATORI CHIUSI / INDUTTANZE APERTE)

$\Rightarrow A_\infty=\frac{R_3}{R_1+R_3}$

$\Rightarrow \lim_{s\to\infty}A(s)=\frac{R_3}{R_1+R_2+R_3}\cdot\frac{R_2(R_1+R_2+R_3)}{R_2(R_1+R_3)}=\frac{R_3}{R_1+R_3}$

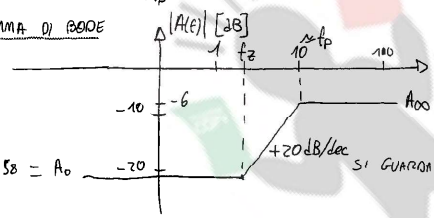
$\Rightarrow f\to\infty\begin{cases}\lim_{f\to\infty}|A(f)|=\lim_{f\to\infty}A_0\sqrt{\frac{1+f^2/f_z^2}{1+f^2/f_p^2}}=A_0\frac{f_p}{f_z}=\frac{R_3}{R_1+R_2+R_3}\cdot\frac{2\pi R_2C(R_1+R_2+R_3)}{2\pi R_2C(R_1+R_3)}=\frac{R_3}{R_1+R_3}\\ \lim_{f\to\infty}\angle A(f)=\lim_{f\to\infty}\arg(A_0)+\operatorname{arctg}\left(\frac{f}{f_z}\right)-\operatorname{arctg}\left(\frac{f}{f_p}\right)=\emptyset\end{cases}$

PER EVITARE DI FARE TUTTI I CONTI CON $\lim_{f\to\infty}|A(f)|$ E $\lim_{f\to\infty}\angle A(f)$, SI PUÒ FARE "AD OCCHIO" ANCHE SE MATEMATICAMENTE SBAGLIATO.

$\to A_\infty=A_0\frac{1+s\frac{f}{f_z}}{1+s\frac{f}{f_p}}\simeq A_0\frac{s\frac{f}{f_z}}{s\frac{f}{f_p}}\Rightarrow \boxed{|A_\infty|=|A_0|\frac{f_p}{f_z}}$ → DI QUESTE 4 INCOGNITE, 3 SI POSSONO RICAVARE DALLA RETE IMMEDIATAMENTE E IL QUARTO SI RICAVA DALLA FORMULA

⇒ I 4 METODI, PER VEDERE A_∞, SONO IDENTICI

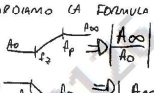
DIAGRAMMA DI BODE



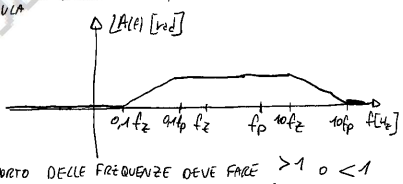
$A_0=20\log\frac{1}{12}=-21{,}58\ dB$

$A_\infty=\frac{1}{2}\to 20\log\frac{1}{2}\simeq -6\ dB$

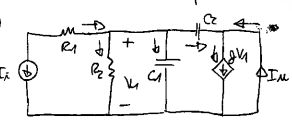
SE NON CI RICORDIAMO LA FORMULA DI f_∞ SI GUARDA IL DIAGRAMMA:



$\Rightarrow\left|\frac{A_\infty}{A_0}\right|=\frac{f_p}{f_z}$ IL RAPPORTO DELLE FREQUENZE DEVE FARE >1 o <1 A SECONDA SE $A_\infty>A_0$ o $A_\infty<A_0$



ES



$R_2=1{,}5\ k\Omega$ $C_1=100\ pF$ $C_2=10\ pF$

$g=80\cdot10^{-3}\ \left[S=\frac{A}{V}\right]$

$A(s)=\frac{I_u(s)}{I_i(s)}$ [ADIMENSIONALE] $\quad V_{C_2}=V_1$

$I_u(s)=gV_1(s)-I_{C_2}(s)=gV_1(s)-sC_2V_1(s)$

$I_i(s)=I_{R_2}(s)+I_{C_2}(s)+I_{C_1}(s)=\frac{V_1(s)}{R_1}+sC_1V_1(s)+sC_2V_1(s)$

$\Rightarrow A(s)=\frac{g-sC_2}{\frac{1}{R_2}+s(C_1+C_2)}\overset{\text{FORMA CANONICA}}{=}\underset{\text{ADIMENSIONALE}}{(gR_2)}\frac{1-s\frac{C_2}{g}}{1+s\frac{(C_1+C_2)}{R_2}}$ ADIMENSIONALE

LA FUNZIONE DI TRASFERIMENTO SCRITTA IN FORMA CANONICA PRODUCE DUE TERMINI { UNO ADIMENSIONALE (DIPENDENTE DA s) / UNO CHE MI DA' LA DIMENSIONE DI $A(s)$ } ⇒ A_0

$s_z=\frac{g}{C_1}>0$

$s_p=-\frac{1}{R_2(C_1+C_2)}<0$ } ⇒ STABILE (LA STABILITA' NON DIPENDE DAGLI ZERI)

$f_z=\frac{|s_z|}{2\pi}=\frac{g}{2\pi C_2}=1{,}27\ GHz$

$f_p=\frac{|s_p|}{2\pi}=\frac{1}{2\pi R_2(C_1+C_2)}=964\ kHz$

$A_0=gR_2=120$

$\Rightarrow A(f)=A_0\frac{1-s\,f/f_z}{1+s\,f/f_p}$

⇒ TUTTE LE VOLTE CHE HO UNO ZERO POSITIVO LA RISPOSTA IN FREQUENZA IN FORMA CANONICA HA LA FORMA DEL TIPO $1-s\,f/f_z$ ⇒ CIOE' IL SEGNO E' L'OPPOSTO DEL SEGNO DELLO ZERO

- PER IL MODULO NON CAMBIA NIENTE (QUINDI SE SI GUARDA IL DIAGRAMMA DI BODE DEL MODULO O SI GUARDA $|A(f)|$ → NON SI OTTIENE INFORMAZIONI SUL SEGNO DELLO ZERO)

$\lim_{f\to\infty}|A(f)|=\lim_{f\to\infty}|A_0|\sqrt{\frac{1+f^2/f_z^2}{1+f^2/f_p^2}}=|A_0|\frac{f_p}{f_z}=|A_\infty|$

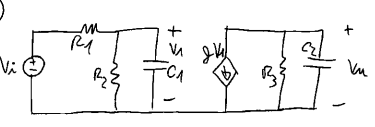
$\lim_{f\to\infty}\arg(A_0)+\operatorname{arctg}\left(-\frac{f}{f_z}\right)-\operatorname{arctg}\left(\frac{f}{f_p}\right)=0-\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{2}=-\pi$

- $\forall$ ZERO POSITIVO, IL CONTRIBUTO ALLA FASE E' DELLO STESSO TIPO DI QUELLO DI UN POLO REALE NEGATIVO

⇒ LA PRESENZA DI UNO ZERO POSITIVO, OLTRE A UN POLO NORMALE, SE NON CI SONO ALTRE SINGOLARITA' ⇒ CAMBIA IL SEGNO DEL GUADAGNO DA $f=0$ A $f\to\infty$

- SE SI VUOLE TROVARE $A(f)$ SENZA PASSARE DA LAPLACE, SI PARTE DALLA FORMULA $\left|\frac{A_\infty}{A_0}\right|=\frac{f_p}{f_z}$. POI SI TOGLIE IL VALORE ASSOLUTO E SI VEDE SE A_∞ HA SEGNO DIVERSO DA A_0 ⇒ VUOL DIRE CHE LO ZERO E' POSITIVO

ES



$R_1=2{,}7\ k\Omega$ $R_2=1{,}2\ k\Omega$ $R_3=100\ k\Omega$ $C_1=100\ nF$ $C_2=100\ pF$

$V_u(s)=-gV_1(s)\frac{R_3}{1+R_3C_2s}$ $\quad V_1(s)=V_i(s)\cdot\frac{\frac{R_2}{1+R_2Cs}}{R_1+\frac{R_2}{1+R_2Cs}}$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

ELETTRONICA

$$A(s)=\frac{V_u(s)}{V_i(s)}=-g\frac{R_3}{1+R_3C_2s}\cdot\frac{R_2}{R_1+R_2+R_1R_2C_1s}$$

$$\Rightarrow A(s)=-gR_3\frac{R_2}{R_1+R_2}\cdot\frac{1}{1+R_3C_2s}\cdot\frac{1}{1+\frac{R_1R_2C_1}{R_1+R_2}s}$$

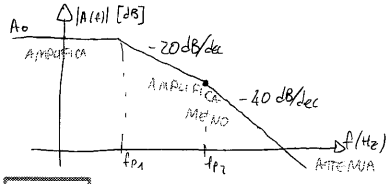
PER PORTARCI IN FORMA CANONICA BISOGNA RENDERE UNITARIO IL TERMINE NOTO. SI DOVREBBE MOLTIPLICARE I DENOMINATORI E METTERE IN EVIDENZA (POLINOMIO DI 2° GRADO). MA SICCOME ABBIAMO GIÀ POLINOMI DI 1° GRADO, SI POSSONO GIÀ RICAVARE I DUE POLI SENZA RISOLVERE L'EQUAZIONE DI 2° GRADO $\Rightarrow$ NON CONVIENE MOLTIPLICARE, PERÒ SI DEVONO RENDERE UNITARI I TERMINI NOTI DI CIASCUN POLINOMIO

$$s_{P_1}=-\frac{1}{C_1\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}}\qquad s_{P_2}=-\frac{1}{R_3C_2}$$

$\Rightarrow$ STABILE NO $f_{P_1}=\frac{1}{2\pi C_1(R_1/\!/R_2)}$ $\qquad f_{P_2}=\frac{1}{2\pi R_3C_2}$ $\qquad A_0<0$

$$\Rightarrow \boxed{A(f)=A_0\frac{1}{(1+j\frac{f}{f_{P_1}})(1+j\frac{f}{f_{P_2}})}}$$

SE ABBIAMO PIÙ POLI, REALI NEGATIVI, E NON ABBIAMO NÉ ZERI NÉ POLI NELL'ORIGINE $\Rightarrow$ POSSIAMO RICAVARE LA RISPOSTA IN FREQUENZA SENZA PASSARE DA LAPLACE, ATTRAVERSO QUESTA FORMA (AGGIUNGENDO UN TERMINE $1+j\frac{f}{f_Z}$ X ZERO NEGATIVO O $1-j\frac{f}{f_Z}$ X ZERO POSITIVO)



QUESTO SISTEMA HA UN GUADAGNO COSTANTE FINO A f_{P_1}, DOPO DI CHE' IL GUADAGNO CALA FINO A CHE IL GUADAGNO IN DECIBELL DIVENTA NEGATIVO, CIOE' CHE L'AMPIEZZA DELL'USCITA RAPPORTATA A QUELLA DELL'INGRESSO E' MINORE DI 1 (USCITA ATTENUATA)

E' UTILE SAPERE FINO A QUANDO AMPLIFICA E A CHE COMPONENTI E' DOVUTA QUELLA FREQUENZA f_{P_1} (IN QUESTO CASO BASTA CAMBIARE C_1)

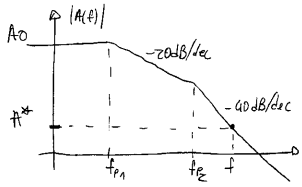
$\Rightarrow$ PER QUESTO SI CERCA DI CALCOLARE LA RISPOSTA IN FREQUENZA SENZA PASSARE DA LAPLACE E SOPRATTUTTO SI CERCA DI CAPIRE CHE COMPONENTI INFLUENZANO LE FREQUENZE DI SINGOLARITA'

LE LEZIONE 3

RIPRENDENDO L'ULTIMO ESERCIZIO $\rightsquigarrow A(f)=A_0\frac{1}{(1+j\frac{f}{f_{P_1}})(1+j\frac{f}{f_{P_2}})}$

$$f_{P_1}=\frac{1}{2\pi C_1(R_1/\!/R_2)}=1{,}91\ KHz\qquad f_{P_2}=\frac{1}{2\pi C_2R_3}=15{,}9\ KHz$$

$g=50\ mS \rightsquigarrow A_0=-gR_3\frac{R_2}{R_1+R_2}=-1538=63{,}8\ dB$



- SE VOLESSI SAPERE QUANTO VALE IL GUADAGNO EFFETTIVO (CIOE' RICAVATO DAL DIAGRAMMA REALE, NON ASINTOTICO) AD UNA DETERMINATA FREQUENZA f' $\rightsquigarrow |A(f=f')|=|A_0|\frac{1}{\sqrt{(1+f'^2/f_{P_1}^2)(1+f'^2/f_{P_2}^2)}}$
- SE VOLESSI DETERMINARE LA FREQUENZA PER LA QUALE IL MODULO DEL GUADAGNO HA UN CERTO VALORE A^*

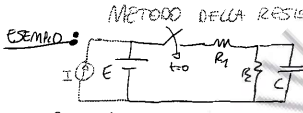
$\rightsquigarrow A^*=\frac{|A_0|}{\sqrt{(1+f^2/f_{P_1}^2)(1+f^2/f_{P_2}^2)}}\rightarrow (1+\frac{f^2}{f_{P_1}^2})(1+\frac{f^2}{f_{P_2}^2})A^{*2}=|A_0|^2$ ← EQUAZIONE DI GRADO M PARI AL NUMERO DI POLI (ZM, MA E' BIQUADRATICA)

$\Rightarrow$ L'ORDINE DELL'EQUAZIONE IN f^2 E' DATO DAL NUMERO MASSIMO TRA POLI E ZERI (QUINDI RISOLVIBILE, SEMPLICEMENTE, CON AL MASSIMO 2 POLI/ZERI)

$\rightarrow f^2=A \rightsquigarrow f=\pm\sqrt{A}$
$\rightarrow f^2=B \rightsquigarrow f=\pm\sqrt{B}$
} DI QUESTE 4 SOLUZIONI, SI SCARTANO QUELLE NEGATIVE, MA SICURAMENTE O $A<0$ O $B<0$ PERCHE' SI HA UNA SOLA FREQUENZA PER CUI $A(f)=A^*$. SE ANCHE L'ALTRA E' <0, VUOL DIRE CHE IL GUADAGNO CERCATO A^* NON INTERSECA IL DIAGRAMMA DI BODE

METODO DELLA RESISTENZA VISTA

ESEMPIO:



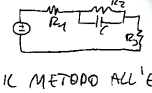
CONDENSATORE INIZIALMENTE SCARICO, QUANDO CHIUDO IL TASTO IL CONDENSATORE SI CARICA CON UN ANDAMENTO ESPONENZIALE. LA COSTANTE DI TEMPO DI QUESTO ESPONENZIALE SI PUÒ VEDERE AD OCCHIO

$\Rightarrow$ LA COSTANTE DI TEMPO IN UNA RETE CON UN SOLO CONDENSATORE SI PUÒ RICAVARE: DISATTIVANDO I GENERATORI INDIPENDENTI E CALCOLARE LA RESISTENZA VISTA DAI MORSETTI DEL CONDENSATORE (~ THEVENIN) $\Rightarrow \tau=CR_{VISTA}$

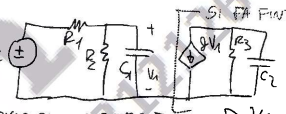
$\Rightarrow \tau_f=C(R_1/\!/R_2)\qquad \Rightarrow \tau_i=CR_2$

$\boxed{f_P=\frac{1}{2\pi\tau}}$ $\rightsquigarrow$ QUINDI SE SIAMO IN GRADO DI DETERMINARE LE COSTANTI DI TEMPO, SIAMO IN GRADO DI CALCOLARE LE FREQUENZE DI POLO SENZA FARE TUTTI I CALCOLI (PASSANDO DA LAPLACE)

NO ESEMPIO



$\Rightarrow f_P=\frac{1}{2\pi C[R_2/\!/(R_1+R_3)]}$



SI FA FINTA DI NON VEDERE LA PARTE DI CIRCUITO A DESTRA

$\rightsquigarrow \tau_1=C_1(R_1/\!/R_2)$ PER τ_2 NON SI PUÒ FARE

- APPLICHIAMO IL METODO ALL'ESERCIZIO IN ESAME $\rightarrow$ I GENERATORI CONTROLLATI VARIANO (O NO) QUANDO DISSATTIVO I GENERATORI INDIPENDENTI $\Rightarrow V_1=0 \Rightarrow \tau_2=C_2R_3$

$\rightarrow$ IL METODO DELLA RESISTENZA VISTA SI PUÒ APPLICARE ANCHE A UNA RETE A PIÙ CONDENSATORI QUANDO LA RESISTENZA VISTA DA UN CONDENSATORE, NON DIPENDE DAGLI ALTRI CONDENSATORI $\Rightarrow$ IL METODO DELLA RESISTENZA VISTA E' APPLICABILE QUANDO I CONDENSATORI DELLA RETE SONO INDIPENDENTI (NON INTERAGENTI)

COME POSSIAMO ARRIVARE A SCRIVERE $A(f)$ SENZA PASSARE DA LAPLACE?

$\rightarrow$ VEDIAMO SE CI SONO POLI/ZERI NELL'ORIGINE $\rightsquigarrow$ SI APRONO I CONDENSATORI E SI CALCOLA $A_0 \Rightarrow V_u=-gV_1R_3$, $V_1=V_i\frac{R_2}{R_1+R_2} \Rightarrow A_0=-gR_3\frac{R_2}{R_1+R_2}\neq 0 \Rightarrow$ NO POLI/ZERI NELL'ORIGINE

$\rightarrow$ CI SONO DUE CONDENSATORI, QUINDI CI SONO DUE POLI $\begin{cases}f_{P_1}=\frac{1}{2\pi\tau_1}\\ f_{P_2}=\frac{1}{2\pi\tau_2}\end{cases}$ MA CI POTREBBERO ANCHE ESSERE 2 ZERI

DAL PUNTO DI VISTA ANALITICO, LO ZERO E' LA RADICE DEL POLINOMIO AL NUMERATORE DELLA FUNZIONE DI TRASFERIMENTO $\rightsquigarrow A(s)=\frac{V_u(s)}{V_i(s)}\Big|_{s=s_z}=0$

QUESTO VUOL DIRE CHE PUR IN PRESENZA DI SOLLECITAZIONE, IN CORRISPONDENZA DI $s=s_z$, $\rightarrow$ L'USCITA VA A 0 (MA NON FISICAMENTE) $\Rightarrow$ CIOE' LO ZERO, NEL DOMINIO DI LAPLACE, E' IL VALORE DI s CHE RENDE NULLA LA TRASFORMATA DELL'USCITA ANCHE SE LA TRASFORMATA DELL'INGRESSO E' DIVERSA DA 0

$\rightarrow$ QUINDI CI POTREBBERO ESSERE DEGLI ZERI FINITI O DEGLI "ZERI ALL'INFINITO" (CIOE' LA RISPOSTA VA A 0 PER $s(o\ f)\rightarrow\infty$). QUINDI C'E' IL POLO MA NON C'E' LO ZERO)

PROVIAMO A VEDERE SE CI SONO ZERI ALL'INFINITO $\rightarrow$ GUARDO LA RETE PER $f\rightarrow\infty$ E SE LA RISPOSTA VA A 0 $\rightarrow$ C'E' IL POLO MA NON LO ZERO

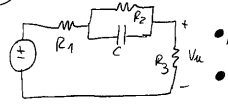
$\rightarrow V_u(s)=-gV_i(s)\cdot Z(s)$ HO UNO ZERO (O PIÙ ZERI) SE PER UN CERTO VALORE DI $s\rightarrow V_u(s)=0$. QUESTO SI PUÒ VERIFICARE SE $Z(s)=0$ O $V_i(s)=0$

- $Z(s)=\frac{R_3}{1+R_3C_2s}$ E' UGUALE A 0 PER $s\rightarrow\infty \Rightarrow$ PER $f\rightarrow\infty$, SE NON AVVIENE CHE $V_i(s)\rightarrow\infty$ PER LO STESSO VALORE DI s, IL PRODOTTO $(V_u(s))$ VA A 0 QUINDI ABBIAMO CHE UNO DEI CONDENSATORI HA LO ZERO ALL'INFINITO (HA IL POLO MA NON LO ZERO)
- $V_u(s)=V_i(s)\frac{\frac{R_2}{1+R_2C_2s}}{R_1+\frac{R_2}{1+R_2C_2s}}=V_i(s)\frac{Z_p(s)}{R_1+Z_p(s)}$ $\rightsquigarrow$ PER $s\rightarrow\infty$ $(f\rightarrow\infty)$, LA $Z_p\rightarrow 0$ CIOE' CORTOCIRCUITO $\Rightarrow$ PER $f\rightarrow\infty$, LA RISPOSTA $V_u(s)=0$ PERCHÉ Z_p/R_1+Z_p VA A 0. QUINDI ABBIAMO CHE ANCHE IL 2° CONDENSATORE HA POLO MA NON LO ZERO

$\Rightarrow$ PER $f\rightarrow\infty$ LA RISPOSTA DELLA RETE VA A 0 COME $1/f^2$. PER $f\rightarrow\infty$, VA A 0 L'IMPEDENZA SU CUI PRENDO LA TENSIONE IN USCITA E VA A 0 ANCHE LA CORRENTE CHE SCORRE SULL'IMPEDENZA $\Rightarrow$ LA TENSIONE DI USCITA, PER $f\rightarrow\infty$, E' UNO ZERO DI ORDINE 2

ELETTRONICA

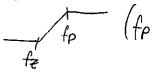
ES RIPRENDIAMO UN ESERCIZIO PASSATO E PROVIAMO A CALCOLARE LA RISPOSTA IN FREQUENZA SENZA FARE TUTTI I CONTI



- APPIAMO IL CONDENSATORE → $A(0) = \frac{R_3}{R_1+R_2+R_3} \neq 0$ ⇒ NON CI SONO POLI/ZERI NELL'ORIGINE
- 1 SOLO ELEMENTO REATTIVO → AL PIÙ UN POLO ⇒ $f_p = \frac{1}{2\pi\tau}$ (τ CON IL METODO DELLA RESISTENZA VISTA)

$R_{V_c} = R_2 // (R_1+R_3)$ ⇒ $f_p = \frac{1}{2\pi C R_{eq}}$ • ORA RIMANE DA VEDERE SE C'È UNO ZERO FINITO O NON C'È UNO ZERO: SE SI HA ZERO ALL'INFINITO ⇒ $A_\infty = \emptyset$; ALTRIMENTI $A_\infty \neq 0$

A_∞ { $= \emptyset$, $> A_0$, $< A_0$ }

$f \to \infty$ ⇒ CORTOCIRCUITO IL CONDENSATORE ⇒ $A_\infty = \frac{R_3}{R_1+R_3} \neq \emptyset$ ⇒ ZERO FINITO e $A_\infty > A_0$ ⇒  ($f_p > f_z$)

[NON C'È CAMBIO SEGNO TRA A_0 e A_∞ ⇒ ZERO $< \emptyset$] ⇒ $A(f) = A_0 \frac{1+jf/f_z}{1+jf/f_p}$

• PER CALCOLARE f_z → $\frac{A_\infty}{A_0} = \frac{f_p}{f_z} \rightsquigarrow f_z = f_p \frac{A_0}{A_\infty}$

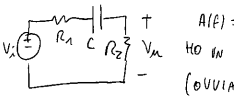
OSS PER DETERMINARE f_z SI POTEVA LAVORARE NEL DOMINIO DI LAPLACE → $V_u(s) = R_3 I(s)$ → L'UNICA CAUSA CHE CI SIA UNO ZERO, E' CHE PER UN VALORE DI $S \to I(s) = \emptyset$

$I(s) = V_i(s) / Z_{maglia}$ ⇒ PER RENDERE $I(s) = 0 \rightsquigarrow Z_{maglia}$ DEVE TENDERE A ∞ ⇒ $Z(s) = R_1 + R_3 + \frac{R_2}{1+R_2Cs}$ e $Z(s) \to \infty$ SE $1+R_2Cs \to \emptyset$ ⇒ $S = -\frac{1}{R_2C}$

⇒ SI HA UNO ZERO CON $S_z = -\frac{1}{R_2C}$ ⇒ $f_z = \frac{1}{2\pi R_2 C}$

[LA FUNZIONE DI TRASFERIMENTO VA A $\emptyset$ IN CORRISPONDENZA DI $S = S_z$, MA LA RISPOSTA IN FREQUENZA NON VA A $\emptyset$ IN CORRISPONDENZA DI $f = f_z$]

SISTEMI CON UNO ZERO NELL'ORIGINE

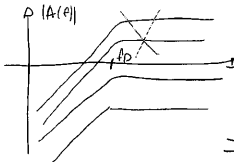


$A(f) = \frac{V_u}{V_i}$ $\quad A(0) \overset{\text{CONDENSATORE APERTO}}{=} \emptyset$ ⇒ HO UNO ZERO NELL'ORIGINE

HO UN CONDENSATORE, QUINDI HO UN POLO $\rightsquigarrow$ METODO DELLA RESISTENZA VISTA $\quad R_{V_c} = R_1 + R_2 \Rightarrow f_p = \frac{1}{2\pi C(R_1+R_2)}$

(OVVIAMENTE LO ZERO NON C'È PERCHÈ È NELL'ORIGINE)

FORMA DEL DIAGRAMMA DI BODE



TRA QUELLE FORME, QUAL È QUELLA GIUSTA? ⇒ LA RETE È PASSIVA → $V_u < V_i$ ⇒ QUINDI SICURAMENTE NON PUÒ ESSERCI GUADAGNO ⇒ $|A(f)| \leq 0\,dB$

PER TROVARE QUELLA GIUSTA DEVO CONOSCERE IL GUADAGNO NELLA ZONA PIATTA, CHE È A_∞

⇒ CONDENSATORE CHIUSO $A_\infty \overset{\text{CHIUSO}}{=} \frac{R_2}{R_1+R_2}$ CHE INFATTI È < 1 ($< \emptyset\,dB$) (SE A_∞ VARIA → IL DIAGRAMMA SI TRASLA VERTICALMENTE)

⇒ $\boxed{A(f) = K \frac{jf/f_z}{1+jf/f_p}}$ PER SCRIVERLA IN FORMA CANONICA, LA PARTE DIPENDENTE DA S DEVE ESSERE ADIMENSIONALE. PER QUESTO SI DIVIDE PER UNA GENERICA FREQUENZA f^*. POI CI SARÀ UNA COSTANTE K CHE TIENE CONTO DELLA TRASLAZIONE VERTICALE (QUINDI È LEGATO A A_∞)

K e f^* SONO QUELLI GIUSTI QUANDO ALL'ESPRESSIONE CORRISPONDE IL DIAGRAMMA, CIOÈ SE $\lim_{f\to\infty} |A(f)| = A_\infty$

$\lim_{f\to\infty} |A(f)| = \lim_{f\to\infty} K \frac{f/f^*}{\sqrt{1+f^2/f_p^2}} = K \frac{f/f^*}{f/f_p} = A_\infty$ ⇒ LA SCELTA DI K CORRETTA È QUELLA CHE SODDISFA ⇒ $\boxed{\frac{K}{f^*} = \frac{A_\infty}{f_p}}$ (NON POSSO VARIARE K o f^* SEPARATAMENTE, MA K/f^*)

- SE $f^* = f_p \to K = A_\infty$ ⇒ $\boxed{A(f) = A_\infty \frac{jf/f_p}{1+jf/f_p}}$ (FORMA DA "RICORDARE")
- SE $f^* = 100\,Hz = f_A \to K = A_\infty \frac{f_A}{f_p}$ ⇒ $\boxed{A(f) = A_\infty \frac{f_A}{f_p} \frac{jf/f_A}{1+jf/f_p}}$

UGUALI, QUINDI CI SONO INFINITI MODI DI RAPPRESENTARE $A(f)$ VARIANDO f^* E RISPETTANDO $\frac{K}{f^*} = \frac{A_\infty}{f_p}$

⇒ SE METTO f^* UGUALE ALLA FREQUENZA DI SINGOLARITÀ PRIMA DI UNA ZONA PIATTA → OTTENGO CHE IL COEFFICIENTE A MOLTIPLICARE LA $A(f)$, È PROPRIO IL GUADAGNO CHE HO NEL DIAGRAMMA DEL MODULO SUBITO DOPO QUESTA FREQUENZA

• OGNI VOLTA CHE HO UN SISTEMA CON UN SINGOLO POLO E UNO ZERO NELL'ORIGINE, IL MINIMO CHE MI SERVE PER DETERMINARE LA RISPOSTA IN FREQUENZA È: A_∞ e f_p

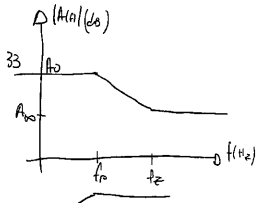
EXE TROVARE LA RISPOSTA IN FREQUENZA DALLA FUNZIONE DI TRASFERIMENTO SCRITTA IN FORMA NON CANONICA

$A(s) = \frac{R_2}{R_1+R_2}\left(1+\frac{R_3}{R_4+Ls}\right) = \frac{R_2}{R_1+R_2}\left(\frac{R_3+R_4+Ls}{R_4+Ls}\right) = \frac{R_2}{R_1+R_2}\cdot\frac{R_3+R_4}{R_4}\cdot\frac{1+s\frac{L}{R_3+R_4}}{1+s\frac{L}{R_4}}$ ⇝ SCRITTA IN FORMA CANONICA

$S_z = -\frac{R_3+R_4}{L} \to f_z = \frac{R_3+R_4}{2\pi L}$ $\quad S_p = -\frac{R_4}{L} \to f_p = \frac{R_4}{2\pi L}$

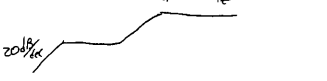
NON ESSENDOCI ZERI NELL'ORIGINE → $A_0 = \frac{R_2}{R_1+R_2}\frac{R_3+R_4}{R_4} \overset{(ES)}{=} 45{,}5 \simeq 33\,dB$

$\frac{A_\infty}{A_0} = \frac{f_p}{f_z} \to A_\infty = A_0 \frac{f_p}{f_z}$



OSS ANCHE CON UNA RETE RL, LA FREQUENZA DEL POLO $f_p = \frac{1}{2\pi\tau} \Rightarrow \tau = \frac{L}{R}$

LEZIONE 4

EXE SO CHE UN CERTO SISTEMA HA UNA RISPOSTA IN FREQUENZA CHE HA, QUALITATIVAMENTE, UN ANDAMENTO DEL GENERE: 

⇒ SICURAMENTE HA UNO ZERO NELL'ORIGINE; CI SONO 2 POLI REALI; C'È UNO ZERO REALE

• SONO IN GRADO DI SCRIVERE $A(f)$? → CI MANCA IL SEGNO DELLO ZERO → CI MANCA QUALCOSA CHE CI DICA IN CHE POSIZIONE, VERTICALE, SI TROVA L'ANDAMENTO ⇒ SI DEVE TROVARE IL GUADAGNO A QUALSIASI FREQUENZA

$A(f) = K \frac{jf/f_{z1}(1\pm jf/f_{z2})}{(1+jf/f_{p1})(1+jf/f_{p2})}$ ⇒ SI DEVE DETERMINARE QUANDO VALE $\frac{K}{f^*}$ IN MODO DA RENDERE $A(f)$ = GUADAGNO TROVATO A UNA QUALCHE FREQUENZA

IN QUESTO ESEMPIO POSSIAMO CALCOLARE IL GUADAGNO A FREQUENZA ∞, PERCHÈ SOLO IN UNA RETE RESISTIVA, IL GUADAGNO NON DIPENDE DALLA FREQUENZA (COSTANTE)

⇒ QUANDO C'È UNO (O PIÙ) ZERO NELL'ORIGINE, PER POTER DEFINIRE L'ESPRESSIONE DELLA RISPOSTA IN FREQUENZA, OLTRE A CONOSCERE LE FREQUENZE DI POLO E DI ZERI (E IL SEGNO DEGLI ZERI), OCCORRE CONOSCERE IL GUADAGNO AD UNA CERTA FREQUENZA

[IN QUESTO ESEMPIO, C'È UN'ALTRA ZONA IN CUI IL DIAGRAMMA È COSTANTE ASINTOTICAMENTE (SE LE SINGOLARITÀ SONO SUFFICIENTEMENTE LONTANI). MA IN QUELLA ZONA DELLA RETE ALCUNI CONDENSATORI SONO APERTI E ALTRI CHIUSI → QUINDI COMPLESSIVAMENTE RESISTIVA. MA IN GENERALE NON SI PUÒ SAPERE QUALI SONO APERTI E QUALI NO]

• SUPPONIAMO DI AVERE $S_z < \emptyset$ E $A_\infty = -5$ ⇒ $\begin{cases} \lim_{f\to\infty} |A(f)| = 5 \\ \lim_{f\to\infty} \angle A(f) = \pm\pi \end{cases}$ (SBAGLIATO IN MATEMATICA) ⇝ $\lim_{f\to\infty} \frac{K}{f^*} \frac{jf/f_{z1}(1\pm jf/f_{z2})}{(1+jf/f_{p1})(1+jf/f_{p2})} = K \frac{f_{p1}f_{p2}}{f^* f_{z2}} = A_\infty$

STESSE DIMENSIONI DI $A(f)$ — ADIMENSIONALE

⇒ $\boxed{\frac{K}{f^*} = A_\infty \frac{f_z}{f_{p1}f_{p2}}}$ ⇝ SE VOGLIO $A(f)$ IN FORMA CANONICA → FISSO f^* E TROVO K

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

ELETTRONICA

PROVIAMO A SCRIVERE DELLE ESPRESSIONI EQUIVALENTI DI $A(f)$ VARIANDO f^*

$\rightarrow f^* = 1Hz = f_A \rightsquigarrow k = A_\infty \frac{f_z f_A}{f_{A1} f_{z2}} \Rightarrow A(f) = A_\infty \frac{f_z f_A}{f_{p1} f_{z2}} \frac{(1+j\frac{f}{f_{A1}})(1+j\frac{f}{f_{z2}})}{(1+j\frac{f}{f_{p1}})(1+j\frac{f}{f_{p2}})}$

$\rightarrow f^* = f_{p1} \rightsquigarrow k = A_\infty \frac{f_z}{f_{p2}} \Rightarrow A(f) = A_\infty \frac{f_z}{f_{p1}} \frac{(1+j\frac{f}{f_{p1}})(1+j\frac{f}{f_{z2}})}{(1+j\frac{f}{f_{p1}})(1+j\frac{f}{f_{p2}})}$

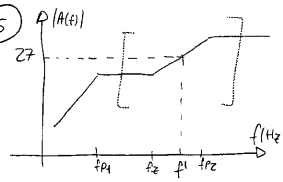
$\rightarrow f^* = f_{p2} \rightsquigarrow k = A_\infty \frac{f_z}{f_{p1}} \Rightarrow A(f) = A_\infty \frac{f_z}{f_{p1}} \frac{(1+j\frac{f}{f_{z2}})}{(1+j\frac{f}{f_{p1}})(1+j\frac{f}{f_{p2}})}$

(QUESTO RICORDA UN SISTEMA IN CUI E' PRESENTE SOLO UNO ZERO E UN POLO — $A_0 \rightarrow A_\infty$ a f_p, f_z — $\Rightarrow A_0 = A_\infty \frac{f_z}{f_p}$)

$\Rightarrow$ QUINDI NELL'ESEMPIO SE METTO $f^* = f_{p1}$ (LA PRIMA FREQUENZA DI POLO, QUELLA PIÙ BASSA) $\rightarrow$ SI TROVA COME COEFFICIENTE A MOLTIPLICARE IL GUADAGNO NELLA ZONA PIATTA CHE C'E' SUBITO DOPO QUELLA FREQUENZA DI POLO

[QUINDI SE NELLA RETE (CON ZERO NELL'ORIGINE), E' ABBASTANZA FACILE CALCOLARE IL GUADAGNO, NON A ∞, MA IN UNA ZONA PIATTA $\rightarrow$ POSSIAMO METTERE $f^* = f_p$ PIÙ BASSA E IL K ADEGUATO PER SCRIVERE $A(f)$]

ES



SUPPONIAMO DI CONOSCERE IL MODULO DEL GUADAGNO AD UNA CERTA FREQUENZA NOTA f' $\rightarrow$ COME E' FATTO $A(f)$?

$|A(f)| = |k| \left| \frac{f}{f^*} \sqrt{\frac{1+f^2/f_z^2}{(1+f^2/f_{p1}^2)(1+f^2/f_{p2}^2)}} \right|_{f=f'} = 27$ L'INCOGNITA E' $\frac{k}{f^*} \rightsquigarrow \frac{|k|}{f^*} = 27 \; H$ (H = DETERMINE RECIPROCO DELLA RADICE)

MA NON SO SE $\frac{|k|}{f^*} \lessgtr 0$ $\rightarrow$ SE CONOSCO IL SEGNO A_∞, CONOSCO ANCHE IL SEGNO DI K (PERCHÉ SONO UGUALI)

OSS [IN UN ANDAMENTO DIPENDENTE DALLA FREQUENZA $\rightarrow$ NELLA RETE SI MANIFESTANO ELEMENTI REATTIVI, PER CUI IL GUADAGNO NON PUÒ ESSERE REALE. PER CUI DOVREI RISOLVERE ANCHE $\angle A(f') =$ FASE A QUELLA FREQUENZA]

PRENDENDOLA DA PRIMA $A(f) = A_\infty \frac{f_z}{f_{p2}} \frac{(1+j\frac{f}{f_{p1}})(1+j\frac{f}{f_{z2}})}{(1+j\frac{f}{f_{p1}})(1+j\frac{f}{f_{p2}})}$ $\rightarrow$ SO SCRIVERE UN'ESPRESSIONE EQUIVALENTE SULL'INTERVALLO DI FREQUENZE [ ] ?

RESTRIZIONE DI UNA FUNZIONE = ESPRESSIONE CHE APPROSSIMA QUELLA SU UN DOMINIO LIMITATO RISPETTO AL DOMINIO COMPLETO

[ ] $\rightsquigarrow$ HO ESCLUSO LO ZERO NELL'ORIGINE E IL PRIMO POLO ($\rightarrow$ QUINDI POTREI RESTRINGERE [...])

QUESTE FREQUENZE ALL'INTERNO DELL'INTERVALLO, ALMENO ASINTOTICAMENTE POSSONO ESSERE CONSIDERATI MOLTO MAGGIORI DELLA FREQUENZA DEL PRIMO POLO/ZERO ("ASINTOTICAMENTE" NEL SENSO CHE TRASCURO LA DIFFERENZA TRA ANDAMENTO REALE E ASINTOTICO)

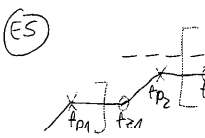
SE $f \gg f_{p1} \rightarrow A(f) \simeq A_\infty \frac{f_z}{f_{p2}} \frac{1+jf/f_z}{1+jf/f_{p2}} \Rightarrow$ LA RISPOSTA IN FREQUENZA DELLA QUALE ABBIAMO SOTTOCCHIO IL DIAGRAMMA DEL MODULO, SE LA RESTRINGO A QUELL'INTERVALLO DI FREQUENZE, E' APPROSSIMABILE DA UNA RISPOSTA IN FREQUENZA CARATTERIZZATA DA UN SINGOLO POLO E UN SINGOLO ZERO (QUELLI RIMASTI NELL'INTERVALLO) E CON GUADAGNO IN CONTINUA, CHE E' UGUALE AL GUADAGNO DELLA FUNZIONE SUBITO DOPO LA f_{p1} (COME VISTO PRIMA)

$\Downarrow$

IN QUESTA MANIERA ABBIAMO RIDOTTO IL NUMERO DI SINGOLARITÀ

$\Rightarrow$ QUESTO E' UTILE QUANDO DOBBIAMO DETERMINARE LA FREQUENZA PER LA QUALE IL GUADAGNO ASSUME UN CERTO VALORE. DOVE C'E' DA RISOLVERE UN'EQUAZIONE DI GRADO M NELLA VARIABILE f^2 (DOVE M = MASSIMO DEL NUMERO DI POLI o ZERI) [QUINDI, IN PRATICA, LA RESTRIZIONE RIDUCE QUESTO M]

ES



ABBIAMO 5 POLI, 3 ZERI + ZERO NELL'ORIGINE. SE VOLESSIMO CALCOLARE LA FREQUENZA PER LA QUALE IL GUADAGNO VALE QUEL VALORE (- - -), DOVREI RISOLVERE UN'EQUAZIONE DI 5° GRADO IN f^2

$\Rightarrow$ INVECE DI USARE L'ESPRESSIONE COMPLETA, USO UNA RESTRIZIONE CHE CONTENGA IL VALORE CERCATO. [ESCLUDENDO LE SINGOLARITÀ PIÙ ESTERNE]

$\Rightarrow$ IN QUESTA RESTRIZIONE USO 2 POLI E 2 ZERI (EQUAZIONE DI 2° GRADO IN f^2)

$A(f) = K \frac{(1+j\frac{f}{f_{A1}})(1+j\frac{f}{f_{A2}})(1+j\frac{f}{f_{z1}})(1+j\frac{f}{f_{z2}})}{(1+j\frac{f}{f_{p1}})(1+j\frac{f}{f_{p2}})(1+j\frac{f}{f_{p3}})(1+j\frac{f}{f_{p4}})}$ $\leftarrow$ LA RESTRIZIONE $\begin{cases} f \gg f_{p1}, f_{p2}, f_{p3} \\ f \ll f_{p5} \end{cases} \Rightarrow A(f) = \frac{K}{f^*} \frac{f_{p1} f_{p2}}{f_{z1}} \frac{(1+j\frac{f}{f_{z2}})(1+j\frac{f}{f_{z1}})}{(1+j\frac{f}{f_{p3}})(1+j\frac{f}{f_{p4}})}$

$\Rightarrow$ POTREI USARE UNA RESTRIZIONE VALIDA FINO A] E UNA A PARTIRE DA [$\rightarrow$ CIASCUNO DEI SOTTODOMINI HA UNA SOLA RADICE (MA DEVO ESSERE SICURO CHE LA RADICE SIA PRESA) $\Rightarrow$ NELLA PRIMA PARTE HO 3 ZERI, MA FINO A f_B (])

$\Rightarrow$ CIOÈ LE RESTRIZIONI $f_{p1} \ll f \ll f_{p2}, f_{p3}, f_{p5}$ e $f \gg f_{p1}, f_{p2}, f_{p3}, f_{z1}, f_{z2}$ $\Rightarrow$ I RISULTATI SONO APPROSSIMATI ANCHE STO BUTTANDO VIA DELLE SINGOLARITÀ

(TANTO PIÙ, DOVE VALORE DETERMINATO, E' VERA QUESTA CONDIZIONE, TANTO PIÙ ACCURATI SONO I RISULTATI)

$\Rightarrow$ LA FUNZIONE "RISTRETTA" E' TANTO MENO DIVERSA DA QUELLA COMPLETA, QUANTO PIÙ LE RADICI SONO LONTANE DALLE SINGOLARITÀ CHE HO TRASCURATO

METODO DI GRABEL $\rightsquigarrow$ CONSENTE DI DETERMINARE IL POLINOMIO CARATTERISTICO PER UNA RETE RC (LE RADICI DI QUESTO POLINOMIO SONO I POLI DELLA RETE)

IL METODO PERMETTE DI TROVARE I COEFFICIENTI DEL POLINOMIO $P(s) = 1 + a_1 s + a_2 s^2 + a_3 s^3 + a_4 s^4 + \dots + a_m s^m$ (m = ORDINE DELLA RETE, "NUMERO DI CONDENSATORI")

$\rightarrow$ SI RICHIEDE DI DISTINGUERE I CONDENSATORI (NUMERI, LETTERE, ECC)

- $R_i^{\varnothing} = R_{Ci}^{\varnothing}$ INDIVIDUA LA RESISTENZA VISTA DA C_i CON TUTTI GLI ALTRI CONDENSATORI APERTI
- R_i^{J} INDICA LA RESISTENZA VISTA DA C_i CON C_J CHIUSO E TUTTI GLI ALTRI CONDENSATORI APERTI
- R_i^{JK} SI INDICA LA RESISTENZA VISTA DA C_i CON C_J e C_K CHIUSI E TUTTI GLI ALTRI CONDENSATORI APERTI

(QUESTO SI PUÒ ITERARE $\rightarrow R_o^{\dots}$)

} DISATTIVANDO I GENERATORI INDIPENDENTI

$\rightarrow a_1 = \sum_{i=1}^{m} C_i R_i^{\varnothing}$

SI DICE ANCHE CHE a_1 E' LA SOMMA DELLE COSTANTI DI TEMPO (RC) A CONDENSATORI APERTI (NON SONO LE COSTANTI DI TEMPO DELLA RETE)

$\rightarrow a_2 = \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=i+1}^{m} C_i C_j R_i^{\varnothing} R_j^{i}$

$\rightarrow a_3 = \sum_{i=1}^{m-2} \sum_{j=i+1}^{m-1} \sum_{k=j+1}^{m} C_i C_j C_k R_i^{\varnothing} R_j^{i} R_k^{ij}$

$\rightarrow a_4 = \sum_{i=1}^{m-3} \sum_{j=i+1}^{m-2} \sum_{k=j+1}^{m-1} \sum_{l=k+1}^{m} C_i C_j C_k C_l R_i^{\varnothing} R_j^{i} R_k^{ij} R_l^{ijk}$

$\vdots$

(ESSENDO UN METODO ITERATIVO, SI PUÒ IMPLEMENTARE IN ALGORITMI PER I CALCOLATORI)

MASTER COPY 050 8312126 388 9837745