$$\begin{cases} \dfrac{dN(t)}{dt} = 4(10^9 - N(t)) \\ N(0) = 10^6 \end{cases}$$

Sol:

1) • Trova la soluzione dell'omogenea: $\dfrac{dN_{OM}(t)}{dt} = -4N_{OM}(t)$

$$\Rightarrow \frac{dN_{OM}}{N_{OM}(t)} = -4\,dt$$

$$\Rightarrow \int \frac{dN_{OM}}{N} = -4\int 1\,dt$$

$$\Rightarrow \ln(N_{OM}(t)) = -4t + c$$

$$\Rightarrow e^{\ln(N_{OM}(t))} = e^{-4t}\cdot e^{c}$$

$$\Rightarrow N_{OM}(t) = \underbrace{e^{c}}_{A}\, e^{-4t}$$

$$\Rightarrow N_{OM}(t) = A\, e^{-4t}$$

• Trovo una soluzione particolare: $\dfrac{dN_{PART}}{dt} = 4\cdot(10^9 - N_{PART})$

Provo $N_{PART}(t) = B \leftarrow$ costante $\Rightarrow 0 = 4(10^9 - B) \Rightarrow B = 10^9$

$\Rightarrow$ la soluz. generale è $N(t) = N_{OM}(t) + N_{PART}(t) =$

$$N(t) = A\, e^{-4t} + B$$

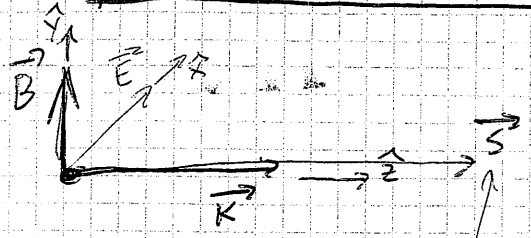
• Si ha $N(0) = 10^6$ per ipotesi $\Rightarrow N(0) = A + B \Rightarrow A = 10^6 - B$

$$\Rightarrow N(t) = (10^6 - B)\, e^{-4t} + B \quad \text{con } B = 10^9$$

2) $\lim_{t\to+\infty} N(t) = \lim_{t\to\infty} (10^6 - B)\underbrace{e^{-4t}}_{\to 0} + B = +B = 10^9$

LEZ. 1 19/09/2018 | FISICA 3

OSS. 1: URTI DI ONDE E.M. SU BERSAGLI ("SCATTERING")



master COPY

$$K = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{T}$$

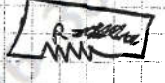
- Per onde monocromatiche $\omega = \omega(K) = cK$ nel vuoto

$\Rightarrow$ In tal caso: $\lambda = cT = \frac{c}{f}$

- Se ad esempio $f = 100\ MHz$, allora:

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8\ m/s}{100 \cdot 10^6\ Hz} = 3\ m$$

- Se ho un'onda che arriva e va a battere su una spira, cosa succede?



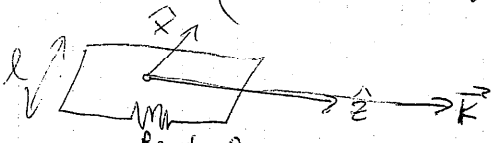
- L'onda elettromagnetica arriva su tale bersaglio (la spira) e noi vogliamo capire cosa sta succedendo. Può anche essere che la spira noi non la vediamo, ad esempio, essa può essere in una scatola.
- Cosa è che misuriamo sperimentalmente per capire cosa sta succedendo nella spira se io non la vedo? È quello che succede negli atomi e nei nuclei che non li vediamo e dobbiamo macroscopicamente per capire da quello che esce cosa sta succedendo agli atomi.
- Otterrei misurare ad esempio il calore dissipato nella resistenza R.
- Quello che succede è che c'è una parte di onda che viene assorbita.

Se quest'onda è monocromatica (vuol dire che è iniziata a $t = -\infty$ e

e termina a $t=+\infty$) allora avrò una potenza assorbita $P_{ass}(t)$ (e $\langle P_{ass} \rangle$ che è la media).

PROB. A:

• IPOTESI:



- Supponiamo che la spira è quadrata di lato l e giace nel piano $X Z$ e che sia $l \ll \lambda = \frac{2\pi}{K}$
- Ha una resistenza di carico R_{load};
- $\vec{B} = B_0 \hat{y} \cos(\omega t)$ (stiamo usando che $l \ll \lambda = \frac{2\pi}{K}$ perché altrimenti sarebbe $B_0 \cos(\omega t - Kz)$)

sarebbe $\hat{Y}$

DOMANDA: Che corrente si ha nella spira?

SOL:

$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{load}} \Rightarrow$ Calcoliamo $\mathcal{E}$:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(B_0 \cos(\omega t)\, l^2\right) = \omega B_0 l \sin(\omega t)$$

PROB. B:

• Se invece non mettiamo l'IP. $l \ll \frac{2\pi}{K} = \lambda$, che succede? ~~Supponiamo però che comunque $\frac{l}{\lambda}$ sia piccolo ma non troppo piccolo.~~

SOL:

$$\mathcal{E} = -\frac{d}{dt}\Phi(\vec{B}) = -\frac{d}{dt}\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}}\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} B_0 \cos(\omega t - Kz)\, dx\, dz =$$

$$= -\frac{d}{dt}\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} B_0 l \cos(\omega t - Kz)\, dz =$$

$$= +\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \omega B_0 l \sin(\omega t - Kz)\, dz = \omega B_0 l \left[\frac{\cos(\omega t - Kz)}{K}\right]_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} =$$

$$= \frac{\omega B_0 l}{K}\left[\cos\left(\omega t - K\frac{l}{2}\right) - \cos\left(\omega t + K\frac{l}{2}\right)\right] =$$

$$= \frac{\omega B_0 l}{K}\left[\cos(\omega t)\cos\left(K\frac{l}{2}\right) + \sin(\omega t)\sin\left(K\frac{l}{2}\right) - \cos(\omega t)\cos\left(K\frac{l}{2}\right) + \sin(\omega t)\sin\left(K\frac{l}{2}\right)\right] =$$

SOMMA COSENI

$$= \frac{2\omega B_0 l}{K} \operatorname{sen}(\omega t) \operatorname{sen}\left(\frac{Kl}{2}\right) = \omega B_0 l^2 \operatorname{sen}(\omega t) \cdot \left(\frac{\operatorname{sen}\left(\frac{Kl}{2}\right)}{\frac{Kl}{2}}\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{\mathcal{E}_{(t)} = \omega B_0 l^2 \operatorname{sen}(\omega t) \cdot \left[\frac{\operatorname{sen}\left(\frac{Kl}{2}\right)}{\left(\frac{Kl}{2}\right)}\right]}$$

(che tende al risultato precedente per $l \ll \frac{2\pi}{K}$)

- si ha dunque $I_{(t)} = \frac{\mathcal{E}_{(t)}}{R_{load}}$



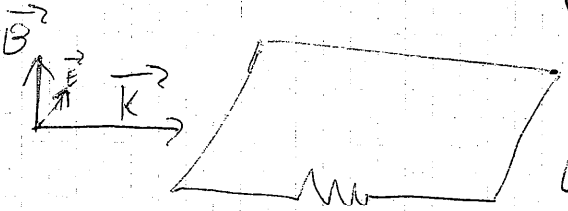
- Una spira percorsa da corrente ha un momento di dipolo magnetico

$$\vec{P}_m = I l^2 \vec{n} \quad (\perp \text{alla spira})$$

- Quando $\vec{P}_m$ varia nel tempo c'è irraggiamento
- Questo accade anche quando c'è un momento di dipolo elettrico $\vec{P}_e$ e un momento di quadrupolo elettrico Q_{ij}.

OSSERVAZIONE:
- Se noi abbiamo un'onda di $\lambda \approx 30$ cm e quella spira noi possiamo decidere di che lunghezza fatta, la corrente nella spira è UNIFORME in ogni punto della spira? (o ci possono essere degli accumuli di carica?)

SOL:



- Nell'ipotesi in cui la lunghezza della spira è molto minore della lunghezza d'onda (cioè nell'ip. che $l \ll \lambda$), allora la corrente nella spira ha lo stesso valore in ogni punto.

• Se invece $l \simeq \lambda$ o anche $l > \lambda$, la spira non è più una singola spira ma è una linea di trasmissione in cui ci possono essere degli accumuli di carica e quindi in cui la corrente assume valori diversi anche se il "loop" (cioè l'"anello") è uno soltanto, cioè la corrente non è uniforme!

• Banalmente $I = \frac{\mathcal{E}}{R_{load}}$; il circuito difficilmente si accorge se invece di avere la fem che arriva da un'onda voi ci mettete un generatore di fem: la corrente dovrebbe essere la stessa. Ma se voi mettete un generatore di fem ad alta frequenza in cui il $\lambda = \frac{2\pi}{K} = \frac{2\pi c}{\omega} \ll l$, la spira non è più un singolo circuito, ma si comporta come una linea di trasmissione.

Se si deve andare su "linee di trasmissione" accadono dei fenomeni particolari molto più complicati. In particolare, se c'è un effetto di questo tipo (cioè corrente non uniforme) mi dite che implicazioni ha sul dipolo elettrico $\vec{p}_e$?

se non ci sono accumuli di carica lungo la spira, cioè se la corrente è uniforme, allora $\vec{p}_e = \vec{0}$, siccome è noto che $\vec{p}_e$ ha più "peso" rispetto a $\vec{p}_m$ è bene preoccuparsi prima di tutto del termine $\vec{p}_e$.

se invece ci sono accumuli di carica, ci sarà un momento di dipolo elettrico indotto $\vec{p}_e$.

• Ritorno al caso $l \ll \lambda = \frac{2\pi}{K}$. Se c'è una corrente che circola e irraggia allora questa spira irraggia un campo elettrico $\vec{E}$ e un campo magnetico $\vec{B}$ t.c. a distanza $|\vec{R}| \gg l$ si ha $|\vec{E}|, |\vec{B}| \sim \frac{1}{|R|}$. (CAMPI LONTANI)