MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

FISICA II

→ La carica elettrica:
- può essere >0 o <0
- è relativisticamente invariante
- segue la Legge di conservazione (la somma algebrica delle cariche di un sistema isolato non varia)
- altera le proprietà dello spazio creando un campo elettrico $\vec{E}$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r}$$ Legge di Coulomb

dove $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ C^2/N\cdot m^2$

$[E] = N/C$

$$\vec{E} = \sum \vec{E}_i$$ Principio di sovrapposizione

$$\rho = \frac{dq}{dV},\quad \sigma = \frac{dq}{dS},\quad \lambda = \frac{dq}{dl}$$ (distribuzioni di carica)

→ si costruisce la distribuzione discreta di cariche con una continua fittizia

Linee di campo $\vec{E}$ → tangenti a $\vec{E}$ in ogni punto, non si intersecano

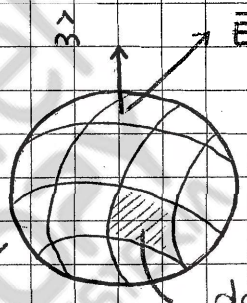
→ Legge di Gauss

$$\Phi_S(\vec{E}) = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q_{int}}{\varepsilon_0}$$

In forma differenziale:

$$\boxed{\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}}$$

→ S superficie chiusa



$dq = \rho dV$
(dV interno a S)

Dim.

$$\int_S \vec{E} \cdot \hat{m}\, dA = \int_{V(S)} \frac{\rho\, dV}{\varepsilon_0}$$

Per il teorema di Gauss della divergenza:

$$\int_{V(S)} \vec{\nabla} \cdot \vec{E}\, dV = \int_{V(S)} \frac{\rho\, dV}{\varepsilon_0}$$

→ $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \lim_{V \to 0} \frac{\int \vec{E} \cdot d\vec{S}}{V}$

$$\int_{S(V)} \vec{E} \cdot \hat{m} A = \int_{V(S)} \vec{\nabla} \cdot \vec{E}\, dV$$

Essendo $\rho(x, y, z)$

→ Simmetria piana $\rho = \rho(x)$

$E_y = E_z = 0$

$$\frac{dE_x}{dx} = \frac{\rho(x)}{\varepsilon_0}$$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

→ Simmetria cilindrica $\rho = \rho(r)$

$E_\vartheta = E_z = 0$

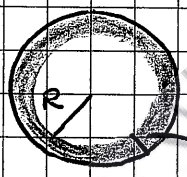
- $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r E_r) = \frac{\rho(r)}{\varepsilon_0}$

→ Simmetria sferica $\rho = \rho(R)$

$E_\vartheta = E_\varphi = 0$

- $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{1}{R^2} \cdot \frac{d}{dR} (R^2 E_R) = \frac{\rho(R)}{\varepsilon_0}$

Dim. → $E_R \neq 0$, $E_\varphi = E_\vartheta = \emptyset$



Il flusso attraverso la superficie esterna di una sfera vale:

$4\pi (R+dR)^2 E_R(R+dR)$

Il flusso interno vale:

$4\pi R^2 E_R(R)$

- $4\pi (R+dR)^2 E_R(R+dR) - 4\pi R^2 E_R(R) =$

$= \frac{\rho}{\varepsilon_0} \cdot \underbrace{4\pi R^2 dR}_{\text{Volume corona "circolare"}}$

- $(R^2 + 2R\,dR + dR^2)\left(E_R(R) + \frac{\partial E_R}{\partial R} dR_{|_{R}}\right) - R^2 E_R(R) = \frac{\rho}{\varepsilon_0} R^2 dR$

→ Nel calcolo non si considerano gli infinitesimi di ordine superiore al secondo

$$R^2 E_R(R) + 2R\,dR\,E_R(R) + R^2 \frac{\partial E_R}{\partial R} dR - R^2 E_R =$$

$$= \frac{\rho R^2 dR}{\varepsilon_0}$$

$$2RE_R + R^2 \frac{\partial E_R}{\partial R} = \rho \frac{R^2}{\varepsilon_0}$$

$$\frac{1}{R^2}\left(\frac{d}{dR}\left(R^2 E_R(R)\right)\right) = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

→ uso coord. cilindriche ε_0 dim. è analoga

In generale:

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{\rho(x,y,z)}{\varepsilon_0}$$

La divergenza di $\vec{E}$ è:

- $= 0$ dove $\rho = 0$
- > 0 dove $\rho > 0$ (sorgenti)
- < 0 dove $\rho < 0$ (pozzi)

→ Il potenziale elettrico

$$V_1 - V_2 = \int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{\ell} \qquad [V] = [J/C]$$

Il potenziale è determinato a meno di una quantità arbitraria.

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

Per i campi statici vale:

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}V = -\text{grad}\,V = \left(-\frac{\partial V}{\partial x}, -\frac{\partial V}{\partial y}, -\frac{\partial V}{\partial z}\right)$$

$$\boxed{\Delta V = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}}$$ Equazione di Poisson

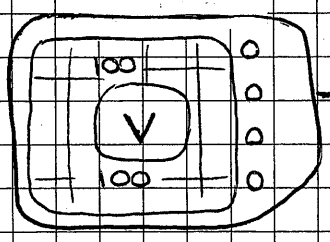
Laplaciano

→ Simmetrie:

- Piana $\rho = \rho(x) \rightarrow \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$
- Cilindrica $\rho = \rho(r) \rightarrow \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial V}{\partial r}\right) = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$
- Sferica $\rho = \rho(R) \rightarrow \frac{1}{R^2}\frac{\partial}{\partial R}\left(R^2\frac{\partial V}{\partial R}\right) = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$
- Assenza di simmetria:

$$V(x,y,z) = \int \frac{\rho(x,y,z)}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{x^2+y^2+z^2}}\,dx\,dy\,dz$$

(note le cariche)



Metodo iterativo (il valore in un punto è pari alla media dei valori in un intorno del punto)