NOZIONI di BASE

- notazione fondamentale $a \in A$
  a è un elemento dell'insieme X
  a appartiene ad A

SIMBOLO
$\in$
appartenenza (correlazione elemento ed insieme)

elemento ed insieme sono concetti PRIMITIVI
non vengono definiti utilizzando altri termini elementari

- notazione $a \notin A$
  a non è un elemento dell'insieme A
  a non appartiene ad A

MASTER COPY
Tel. 050 831216
Cell. 388 9837745

Postuleremo che
✓certi enti sono sistemi
✓fisseremo in modo preciso procedure per manipolarli (es. costruire nuovi oggetti da quelli dati)

- $A \subseteq B$

l'insieme A è un sottoinsieme dell'insieme B
A è contenuto in B
ogni elemento di A è anche un elemento di B
(se $a \in A$ allora $a \in B$)

strettamente
$\subset$ $\subset$
inclusione
(correlazione tra un insieme con un'altro)

es.
$\forall A$ si ha che $A \subseteq A$, postuliamo esistenza $\emptyset$ (insieme vuoto) privo di elementi
per ogni insieme A, $\emptyset \subseteq A$

$A \not\subseteq B$ se esiste un elemento $a \in A$ tale che $a \notin B$
$A \subset B$ se $A \subseteq B$ ed esiste $b \in B$ tale che $b \notin A$
strettamente contenuto

- $A = B$ se $\begin{cases} A \subseteq B \\ B \subseteq A \end{cases}$ i due insiemi hanno gli stessi elementi

quindi

$A \neq B$ se esiste $a \in A$ tale che $a \notin B$

o (che almeno una delle due circostanze)

esiste $b \in B$ tale che $b \notin A$ sia verificata

⚠ NOTAZIONI SENZA SENSO

$A \in B$ non ha senso se sono due insiemi

se $a \in A$ allora $a \subseteq A$

(ok) non ha senso però posso definirla così

$\{a\} \subseteq A$ dove $\{a\}$ è l'insieme costituito dal solo elemento a e posso sempre scrivere $a \in \{a\}$

es.

$X \subseteq Y$ ogni $x \in X$, $x \in Y$ ← NEGARE

esiste un $x \in X$ tale che $x \notin Y$

$\emptyset \subset X$ per ogni insieme X (non c'è bisogno di verifica)

$X \subset X$ $(X = X)$ doppia condizione

Costruire nuovi insiemi

- l'insieme UNIONE $A \cup B$



$A \cup B$

proprietà

$x \in A \cup B$ se e solo se $x \in A$ o $x \in B$ (almeno uno dei due)

$A, B \subseteq A \cup B$ entrambi gli insiemi sono sottoinsiemi dell'insieme unione

es. $X \cup Y = X \leftrightarrow Y \subseteq X$

- insieme intersezione $A \cap B$

è tale che $x \in A \cap B \longleftrightarrow x \in A \text{ e } x \in B$

x è elemento di entrambi gli insiemi

$A \cap B \subseteq A, B$

l'intersezione è un sotto insieme di entrambi

- insieme COMPLEMENTARE

se $A \subseteq B$ allora $C_B(A) = \{x \in B \mid x \notin A\}$



complementare di A in B



es

① $C_B(C_B(A)) = A$

C_B () = (A)

② $A, D \subseteq B$ allora

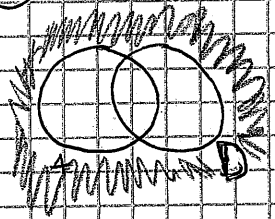
$A \cup D \subseteq B$

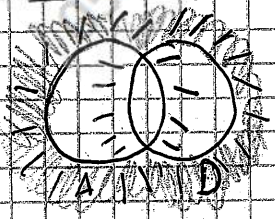
$A \cap D \subseteq B$

Ⓐ $C_B(A \cup D) = C_B(A) \cap C_B(D)$

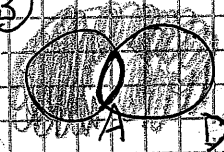
Ⓑ $C_B(A \cap D) = C_B(A) \cup C_B(D)$

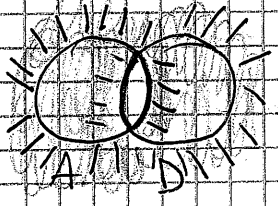
Ⓐ I° membro = II° membro





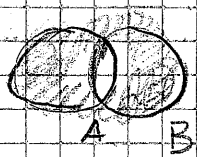
Ⓑ I° membro = II° membro





• insieme differenza

$$A \setminus B := \complement_A (A \cap B)$$



INSIEME differenza

$A \cup B \setminus A \cap B$ elementi dell'insieme unione che appartengono in modo esclusivo ad A oppure B

• insieme delle **PARTI** (Produce elementi che sono insiemi)

dato insieme A, $P(A)$ è l'insieme che ha per elementi i sottoinsiemi di A

$$A,\ P(A) = \{ B \subseteq A \}$$

$B \subseteq A$ inclusione (sono entrambi insieme)

$B \in P(A)$ ($\in$ riferito ad elemento)

↑ insieme in cui i suoi elementi sono insiemi

$P(A)$ HA SEMPRE almeno un elemento perché $\emptyset \in P(A)$

es

$\emptyset \quad P(\emptyset) = \{ \emptyset \}$

↑ unico elemento

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

es se Anonvuoto

$a \in A$, allora $a \in \{a\} \in P(A)$, ma $a \notin P(A)$

se $a \in A$ e $A \subseteq B$, allora $a \in B$

Lo stato di un ente in quanto elemento o insieme non è dato una volta per tutte ma dipende dalle relazioni con gli altri enti

si può ITERARE la costruzione in modo INDUTTIVO $P^{(n)}(A) = P(P^{n-1}(A))$

- insieme Prodotto (cartesiano)

A, B insiemi $\quad A \times B = \{ (a,b) \mid \begin{matrix} a \in A \\ b \in B \end{matrix} \}$

$B \times A \neq A \times B$

$\{(b,a)\} \quad \{(a,b)\}$

il prodotto è costituito da coppie ordinate

GENERALIZZANDO

dati $A_1, \dots, A_n$ l'insieme prodotto $A_1 \times \dots \times A_n$ ha per elementi le n-uple ORDINATE $(a_1, \dots, a_n)$ tali che $\forall j = 1, \dots, n, \; a_j \in A_j$

$$A_1 \times \dots \times A_n = \{ (a_1, \dots, a_n) \mid a_j \in A_j \;\; \forall j = 1, \dots, n \}$$

FUNZIONI

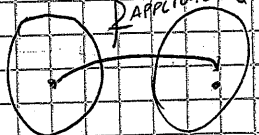
mettere in relazione gli insiemi

$f : A \to B$

A (insieme definito) DOMINIO

B (insieme dei valori possibili) CODOMINIO

f definito sull'insieme A a valori nell'insieme B, associa ad ogni $a \in A$ un unico elemento $b = f(a) \in B$



un unico elemento corrispondente

dato $f : A \to B$, il sottoinsieme di B

$$\mathbf{Im(f)} = \{ b \in B \mid \exists a \in A, \; f(a) = b \}$$

è detto Immagine di $f \longrightarrow Im(f) = f(A)$ → regola X definita solo in una zona presa da B

valori effettivamente presi

- Per ogni $C \subseteq B$ il sottoinsieme di A

$$f^{-1}(C) = \{ a \in A \mid f(a) \in C \}$$

Immagine inverso o anche CONTROimmagine

MASTER COPY
Tel. 050 831 2126
Cell. 388 9837145