1° semestre – 2018/2019

Analisi matematica 1

Benedetti Riccardo
Broglia Fabrizio

12 CFU

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745



LEZ. 26/09/2018

NOTAZIONI INSIEMISTICHE

- $a \in A$ < "a è un elemento dell'insieme A" / "a appartiene ad A"

dove "elemento" ed "insieme" sono concetti primitivi

- $A \subseteq B$ < "A è contenuto in B" / "A è un sottoinsieme dell'insieme B"

significato: se $a \in A$, allora $a \in B$

- $A = B$ se $A \subseteq B$ e $B \subseteq A$ (hanno gli stessi elementi)

UNIONE: $A \cup B$

$a \in A \cup B \iff a \in A$ o $a \in B$ (almeno uno dei due)

INTERSEZIONE: $A \cap B$

$a \in A \cap B \iff a \in A$ e $a \in B$ (a è un elemento di entrambi)

COMPLEMENTARE: se $A \subseteq B$, allora $C_B(A) = \{x \in B \mid x \notin A\}$

PRODOTTO: $A \times B = \{(a,b) \mid a \in A \text{ e } b \in B\}$

ha per elementi le coppie (o n-uple) ordinate

INSIEME DELLE PARTI: $\mathcal{P}(A)$

$\mathcal{P}(A)$ è l'insieme dei sottoinsiemi di A.

- $\mathcal{P}(A)$ è sempre non vuoto poiché $\emptyset \in \mathcal{P}(A)$
- se $a \in A$, $a \in \{a\} \in \mathcal{P}(A)$, ma $a \notin \mathcal{P}(A)$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

Le Funzioni

$B^A = \{f: A \to B\}$ è l'insieme di tutte le funzioni definite su A a valori in B.

Una funzione $f: A \to B$, definita sull'insieme A a valori nell'insieme B, associa ad ogni elemento di A un unico elemento di B.

$$\forall a \in A, \exists! b = f(a) \in B$$

A = DOMINIO = insieme di definizione
B = CODOMINIO = insieme dei valori possibili

- **IMMAGINE DI f**

$$Im(f) = \{b \in B \mid \exists a \in A, f(a) = b\}$$

sono i punti di B definiti dalla funzione (è un sottoinsieme di B)

- **CONTROIMMAGINE DI C**

$\forall C \subseteq B$, è un sottoinsieme di A:

$$f^{-1}(C) = \{a \in A \mid f(a) \in C\}$$

- **GRAFICO DI f**

è un sottoinsieme di $A \times B$:

$$G(f) = \{(a,b) \in A \times B \mid b = f(a)\}$$

Proprietà di una funzione: $f: A \to B$

- **SURGETTIVA** se $B = Im(f)$, quindi se $\forall b \in B, \exists a \in A$ t.c. $f(a) = b$
- **INIETTIVA** se $\forall b \in Im(f), \exists! a \in A$ t.c. $f(a) = b$
  equivalentemente: se $a_1 \neq a_2$, allora $f(a_1) \neq f(a_2)$
- **BIGETTIVA** (o BIUNIVOCA) se è sia surgettiva che iniettiva
  ↳ si può definire la funzione inversa

$$f^{-1}: B \to A$$

dove $\forall b \in B$, $a = f^{-1}(b)$ è l'unico $a \in A$ t.c. $f(a) = b$

- **IDENTITÀ**: $id_A: A \to A$, $\forall a \in A$, $id_A(a) = a$
- **COMPOSTA**: date due funzioni $\begin{cases} f: A \to B \\ g: B \to C \end{cases}$, la funzione composta è:

$$g \circ f: A \to C, \forall x \in A, (g \circ f)(x) = g(f(x))$$

www.mobycopy.it 051/831212 3801983745

27/09/2018

Dimostrazione di un teorema

Significa verificare che una certa IMPLICAZIONE è vera

$P \Rightarrow Q$ (se P, allora Q ; P implica Q)

Segue una REGOLA DI DEDUZIONE:

se P è vera ed è vera anche l'implicazione, allora anche Q è vera.

$P \Rightarrow Q$ significa anche "non(P) o Q" poiché se P è vera, allora non(P) è falsa e di conseguenza Q è vera.

Tipi di dimostrazioni:

- CONTRONOMINALE
  è la negazione della tesi per arrivare ad una negazione dell'Hp.
  $P \Rightarrow Q$ è equivalente alla sua contronominale $non(Q) \Rightarrow non(P)$

ESEMPIO

Vogliamo dimostrare che: $h = f \circ g$ iniettiva $\Rightarrow$ g iniettiva

la sua contronominale è: g non iniettiva $\Rightarrow$ $f \circ g$ non iniettiva

g non iniettiva: $\exists x_1, x_2 \in X, \quad x_1 \neq x_2 \quad t.c. \quad g(x_1) = g(x_2) = y$

$(f \circ g)(x_1) = f(g(x_1)) = f(y)$

$(f \circ g)(x_2) = f(g(x_2)) = f(y)$

$\Rightarrow$ sono uguali, quindi $f \circ g$ iniettiva $\Rightarrow$ $\Rightarrow$ g iniettiva

- LA DIMOSTRAZIONE PER ASSURDO
  Suppongo per assurdo che la tesi sia falsa, e in questo modo giungo ad una NEGAZIONE dell'Hp (che è vera) e dunque ad una contraddizione.

  $P \Rightarrow Q$

  per assurdo: P e non Q

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745