MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

Indice

1 Teoria

1.1 Instabilità dell'Equilibrio 1
1.2 Meccanica dei Continui 8
1.3 Deformazioni Infinitesime 14
1.4 Tetraedro di Cauchy 18
1.5 Equazioni Costitutive 22
1.6 Cerchi di Mohr 29
1.7 Criterio di Tresca 32
1.8 Criterio di Von Mises 35
1.9 Teorema dei Lavori Virtuali 37
1.10 Principio di Sovrapposizione degli Effetti 40
1.11 Teorema di Unicità 41
1.12 Teorema di Betti 44
1.13 Teorema di Clapeyron 47
1.14 Soluzione di de Saint Venant 48
1.15 Formula di Navier 50
1.16 Formula di Jourawski 53
1.17 Torsione Pura 56
1.18 Analogia Idrodinamica 60
1.19 Torsione su Sezioni Aperte 63

2 Formulario

3 Esami

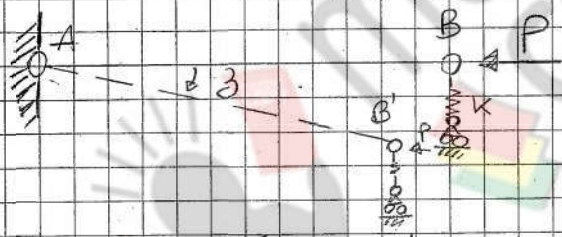
3.1 Esame 17/02/2018 70
3.2 Esame 03/02/2018 76
3.3 Esame 13/01/2018 80
3.4 Esame 16/08/2017 84
3.5 Esame 01/07/2017 90
3.6 Esame 08/04/2017 94
3.7 Esame 18/02/2017 99
3.8 Esame 28/01/2017 103
3.9 Esame 14/01/2017 109
3.10 Esame 05/11/2016 115
3.11 Esame 15/08/2016 119
3.12 Esame 23/07/2016 122

Master Copy COPISTERIA 050/8312126 388/9837745

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

INSTABILITÁ DELL'EQUILIBRIO

Una trave soggetta a un carico di punta presenta chiaramente dei problemi di instabilità, una minima variazione dell'eccentricità può portare a eventi disastrosi, è quindi necessario conoscere il carico massimo applicabile, prima di trattare una trave a elasticità diffusa consideriamo un esempio più semplice:



$\overline{AB} = \ell$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

Il sistema è a 1 grado di libertà, e come parametro prendiamo l'angolo ϑ, nella configurazione deformata si ha che:



Per l'equilibrio alla rotazione in A

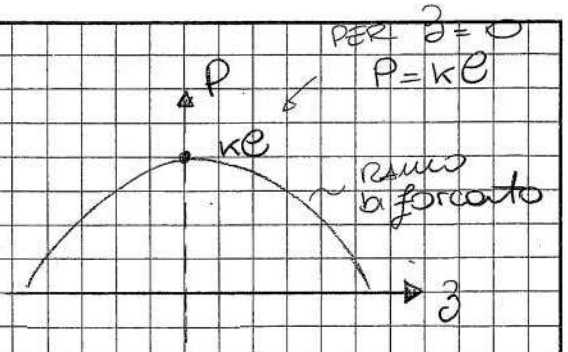
$$k\ell \sin\vartheta \cos\vartheta - P\ell \sin\vartheta = 0$$

$$\sin\vartheta(k\ell\cos\vartheta - P) = 0$$

Cod. 75900401328

che è verificata per:

$$\begin{cases} \sin\vartheta = 0 \rightsquigarrow \vartheta = 0 \\ P = k\ell\cos\vartheta \end{cases}$$



il ramo fondamentale è quello verticale finché si rimane su quello non succede nulla di disastroso, ma superato il carico critico per una piccola oscillazione ci si allontana dalla config di equilibrio.

Questo tipo di analisi si chiama analisi non lineare di tipo geometrico, ma nel caso di configurazioni complesse diventa complicata. Facendo l'ipotesi di piccoli valori di ϑ e sviluppando in serie di Taylor il problema di prima può essere riscritto come:

dato che:
$\sin\vartheta \approx \vartheta$
$\cos\vartheta \approx 1$

$$k\ell\vartheta\ell - P\ell\vartheta = 0$$

E quindi

$$\vartheta(k\ell - P) = 0$$

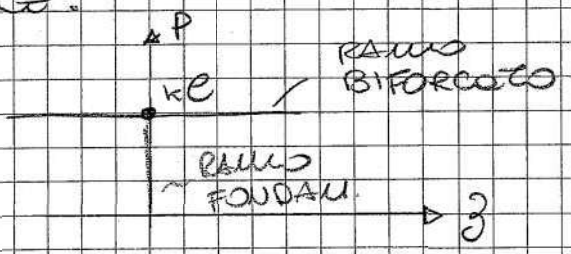
che ha come soluzione:

$$\vartheta = 0 \quad \forall P$$

$$P_{cr} = k\ell$$

Cod. 75900401328

GRAFICAMENTE:



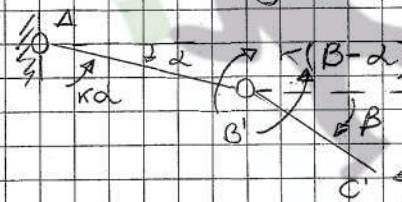
Con questo tipo di analisi perdo la forma del ramo biforcato (quindi non so se la config è stabile o instabile) ma ottengo subito il carico critico

Consideriamo ora un sistema a 2 g.d.l.

$\overline{AB} = \overline{BC} = \ell$



nella config finale:



le eq. linearizzate saranno:

A) $k\alpha - P\ell(\alpha+\beta) = 0$

B') $k(\beta-\alpha) - P\ell\beta = 0$

se $\det \neq 0 \rightsquigarrow \alpha = \beta = 0$

se $\det = 0 \rightsquigarrow \infty$ soluzioni

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 366 9837745