SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

Studia la risposta strutturale dei corpi solidi soggetti a sollecitazioni esterne; la risposta strutturale si realizza tramite deformazioni e sollecitazioni interne.

La variazione della forma implica generalmente spostamenti relativi ed assoluti dei punti del corpo.

Le sollecitazioni interne possono ritenersi come scambiate mutuamente tra le singole parti, anche infinitesime, da cui è costituito il corpo.

La risposta strutturale è determinata anche dalle sollecitazioni esterne applicate e dei vincoli imposti.
I vincoli reagiscono alle sollecitazioni esterne, imprimendo al corpo ulteriori sollecitazioni delle reazioni vincolari.

Vincoli non sovrabbondanti (dal p.d.v. cinematico)

Calcolo le reazioni vincolari considerando il corpo perfettamente rigido e applicando le eq. cardinali della statica.

Vincoli sovrabbondanti

Necessito, oltre che delle equazioni di equilibrio, delle cosiddette equazioni di congruenza

corpi deformabili

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 338 9837745

EQUILIBRIO DEL CORPO RIGIDO

Le diverse parti o strutture resistenti di una costruzione sono sollecitate da forze di varia natura.

- carichi permanenti
  - forze concentrate
  - forze statiche
  - forze ripartite : $F = \int_a^b p\,dx$
- carichi accidentali
  - forze dinamiche : $F = \int_a^b p(x)\cdot dx$ $\quad p(x) = \frac{P}{e}x$

La configurazione deformata assunta dal corpo per effetto delle forze applicate risulta in genere quasi indistinguibile dalla configurazione indeformata o iniziale prima dell'applicazione delle forze.

CORPO RIGIDO: il solido non cambia forma per effetto delle forze applicate e la distanza mutua tra una qualunque coppia di punti del solido rimane invariata con l'applicazione delle forze.

Condizione necessaria e sufficiente per l'equilibrio di un corpo rigido è che l'insieme delle forze aventi su di esso abbia risultante nulla e momento risultante nullo rispetto a un generico polo:

$$\begin{cases} \underline{R} = 0 \\ \underline{M} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_x = 0 \\ R_y = 0 \\ R_z = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} M_x = 0 \\ M_y = 0 \\ M_z = 0 \end{cases}$$

EQUAZIONI CARDINALI DELLA STATICA

Analisi statica

Le forze si distinguono in

- ATTIVE (carichi)
- REATTIVE (forze vincolari)

$$\Rightarrow \begin{cases} R_x^{(a)} + R_x^{(r)} = 0 \\ R_y^{(a)} + R_y^{(r)} = 0 \\ R_z^{(a)} + R_z^{(r)} = 0 \end{cases}$$

Le reazioni dei vincoli esterni

Ogni corpo facente parte di una costruzione deve essere vincolato al suolo o con le altre parti in modo sufficiente da impedirne qualunque movimento.
Determinare le reazioni che sorgono nei vincoli per effetto delle forze applicate al corpo e che insieme con queste costituiscono tutte le forze esterne.

I vincoli si possono distinguere (classificare) per il n° di movimenti che sono atti ad impedire

Spostamento di A: $\underline{v}_A = v_{Ax}\underline{i} + v_{Ay}\underline{j}$; Rotazione di A: φ_A

Consideriamo un sistema piano. I vincoli possono essere



- SEMPLICI → impediscono un solo movimento

CARRELLO o APPOGGIO SEMPLICE



$v_{Ax} \forall$
$v_{Ay} = 0$
$\varphi_A \forall$
$\Rightarrow$
$\begin{cases} X_A = 0 \\ Y_A \forall \\ M_A = 0 \end{cases}$



PENDOLO o BIELLA



$v_{Ax} \forall$
$v_{Ay} = 0$
$\varphi_A \forall$
$\Rightarrow$
$\begin{cases} X_A = 0 \\ Y_A \forall \\ M_A = 0 \end{cases}$

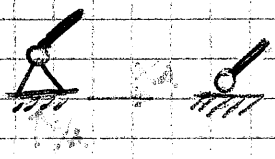


- DOPPI → impediscono due movimenti

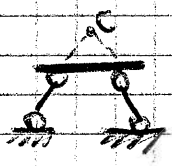
CERNIERA



$v_{Ax} = 0$
$v_{Ay} = 0$
$\varphi_A \forall$
$\Rightarrow$
$\begin{cases} X_A \forall \\ Y_A \forall \\ M_A = 0 \end{cases}$



CERNIERA IDEALE



$v_x = 0$
$v_y = 0$
$\varphi_C \forall$
$\Rightarrow$
$\begin{cases} X \forall \\ Y \forall \\ M_C = 0 \end{cases}$

DOPPIO PENDOLO o BIPENDOLO



$v_x \forall$
$v_y = 0$
$\varphi = 0$
$\Rightarrow$
$\begin{cases} X = 0 \\ Y \forall \\ M \forall \end{cases}$



INCASTRO SCORREVOLE



$v_x \forall$
$v_y = 0$
$\varphi = 0$
$\Rightarrow$
$\begin{cases} X = 0 \\ Y \forall \\ M \forall \end{cases}$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

- TRIPLI → impediscono 3 movimenti, cioè tutti i possibili movimenti nel piano.

INCASTRO



$v_{Ax} = 0$
$v_{Ay} = 0$
$\varphi_A = 0$
$\Rightarrow$
$\begin{cases} X_A \forall \\ Y_A \forall \\ M_A \forall \end{cases}$





DOPPIO BIPENDOLO



$v_x = 0$
$v_y = 0$
$\varphi = 0$
$\Rightarrow$
$\begin{cases} X \forall \\ Y \forall \\ M \forall \end{cases}$

PRINCIPIO DI EULERO
Ad ogni spostamento impedito dal vincolo corrisponde una reazione da parte del vincolo.

Si suppone che i vincoli siano:
- privi d'attrito
- bilaterali
- applicati ad un punto geometrico della trave.

Analisi cinematica del corpo rigido vincolato

Si può giudicare l'efficacia dei vincoli agenti sulla costruzione verificando che i vincoli siano in numero, collocazione e direzione sufficienti a impedire rototraslazioni compatibili

- STRUTTURA LABILE ⇝ i vincoli sono insufficienti a bloccare o CINEMATICAMENTE nel piano la posizione del corpo rigido INDETERMINATA
- STRUTTURA ISOSTATICA ⇝ i vincoli sono strettamente sufficienti o CINEMATICAMENTE ISOSTATICAMENTE DETERMINATA
- STRUTTURA IPERSTATICA ⇝ i vincoli sono sovrabbondanti, ci sono vincoli che si possono eliminare senza che il sistema diventi labile o CINEMATICAMENTE IPERDETERMINATA

Vincoli interni ⇝ Un corpo è in equilibrio se è in equilibrio esternamente ed internamente

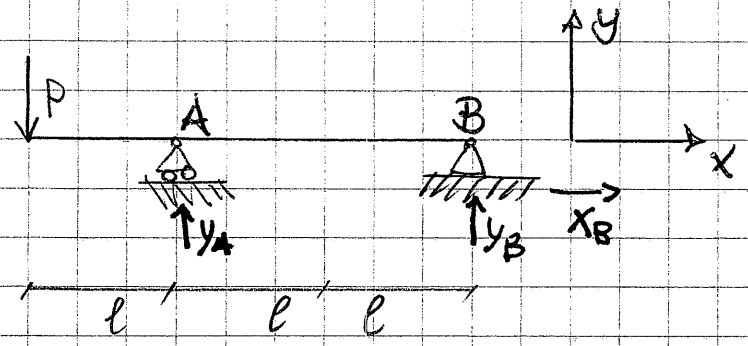
Un vincolo interno tra due punti A e B della trave/tura definisce a priori il valore della differenza tra i valori assunti in A e in B di uno o più parametri cinematici.

P.d.v. cinematico: moto relativo tra i punti A e B
P.d.v. statico: interazione tra i punti A e B, che rispetta il principio di azione e reazione per cui essa è costituita da una reazione di A su B e di una uguale in modulo e centrale in verso di B su A.

I vincoli interni possono essere anche considerati come degli scorrimenti (o scorrimessori) di grado $(3-g)$.

- BIELLA INTERNA (scorrimessori doppi)
$$\begin{cases} u_x^{(2)} - u_x^{(1)} = 0 \\ u_y - u_y \ \forall \\ \varphi_2 - \varphi_1 \ \forall \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X \ \forall \\ Y = 0 \\ M = 0 \end{cases}$$
- CERNIERA (scorrimessori semplici)
$$\begin{cases} u_x^{(2)} - u_x^{(1)} = 0 \\ u_y^{(2)} - u_y^{(1)} = 0 \\ \varphi_2 - \varphi_1 \ \forall \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X \ \forall \\ Y \ \forall \\ M = 0 \end{cases}$$
- DOPPIO PENDOLO (scorrimessori semplici)
$$\begin{cases} u_x^{(2)} - u_x^{(1)} = 0 \\ u_y^{(2)} - u_y^{(1)} \ \forall \\ \varphi_2 - \varphi_1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X \ \forall \\ Y = 0 \\ M \ \forall \end{cases}$$
- DOPPIO BIPENDOLO (scorrimessori doppi)
$$\begin{cases} u_x^{(2)} - u_x^{(1)} \ \forall \\ u_y^{(2)} - u_y^{(1)} \ \forall \\ \varphi_2 - \varphi_1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X = 0 \\ Y = 0 \\ M \ \forall \end{cases}$$

Esercizi



Struttura isostatica.

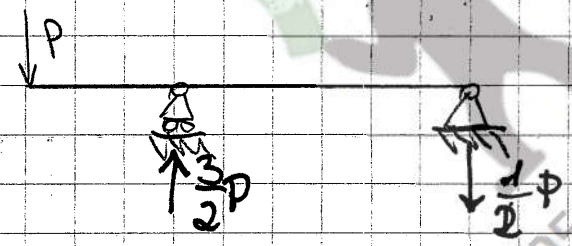
$$\begin{cases} v_{Ax} \forall \\ v_{Ay} = 0 \\ \varphi \forall \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_A = 0 \\ y_A \forall \\ M_A = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} v_{Bx} = 0 \\ v_{By} = 0 \\ \varphi \forall \end{cases} \qquad \begin{cases} x_B \forall \\ y_B \forall \\ M_A = 0 \end{cases}$$

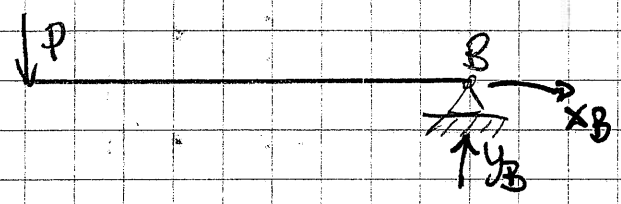
I eq. cardinale lungo x: $x_B = 0$

y: $y_A + y_B - P = 0$

II eq. cardinale attorno a B: $y_A \cdot 2\ell - P \cdot 3\ell = 0$

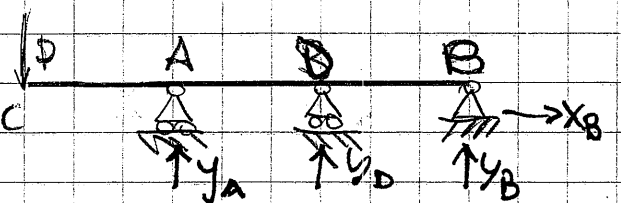
$$\begin{cases} x_B = 0 \\ y_A + y_B - P = 0 \\ y_A \cdot 2\ell - P \cdot 3\ell = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_B = 0 \\ \frac{3}{2}P + y_B - P = 0 \\ y_A = \frac{3}{2}P \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_B = 0 \\ y_B = -\frac{1}{2}P \\ y_A = \frac{3}{2}P \end{cases}$$





$$\begin{cases} x_B = 0 \\ y_B - P = 0 \\ y_B = 0 \end{cases}$$

Sistema impossibile



$$\begin{cases} x_B = 0 \\ y_A + y_B + y_D - P = 0 \\ y_D \cdot \ell + y_A \cdot 2\ell - P \cdot 3\ell = 0 \end{cases}$$

Struttura iperstatica

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745