TRACCE D'ESAME SVOLTE

Corso di Laurea in Ingegneria Elettronica
ANALISI E TRASMISSIONE DEI SEGNALI
Prova scritta d'esame del 12-06-2013

Esercizio 1
Si calcolino l'energia e la potenza del segnale $y(t) = x(t)c(t)$, dove $x(t) = B\text{sinc}^2(Bt)$ e

$$c(t) = \sum_k (-1)^k \text{sinc}\left[B_a\left(t - k\frac{1}{2B}\right)\right]$$

con $B_a = 3B$.

Esercizio 2
Sia dato un sistema lineare stazionario con risposta impulsiva $h(t)$ e risposta in frequenza $H(f) = H_R(f) + jH_I(f)$, dove $H_R(f)$ e $H_I(f)$ rappresentano, rispettivamente, la parte reale e la parte immaginaria di $H(f)$. Assumendo che $H_R(f)$ e $H_I(f)$ siano legate dalla relazione

$$H_I(f) = -H_R(f) \otimes \frac{1}{\pi f}$$

(il simbolo $\otimes$ indica una convoluzione), dire se il sistema considerato è causale o meno.
Inoltre, indicando con $h_R(t)$ la trasformata inversa di $H_R(f)$ ed assumendo che $h_R(t)$ sia assolutamente integrabile, dire se il sistema considerato è stabile in senso BIBO.

Esercizio 3
Si considerino la variabile aleatoria $X \in U[0, 2\pi)$ e la variabile aleatoria Y ottenuta dalla trasformazione

$$Y = g(X) = \sin\left(\frac{X}{2}\right) \cdot \text{rect}\left(\frac{X - \pi/2}{\pi}\right).$$

Si calcolino:
1) i valori medi delle variabili aleatorie X e Y;
2) la varianza della variabile aleatoria Y;
3) la densità di probabilità della variabile aleatoria Y;

Si dica, motivando adeguatamente le affermazioni, se queste due variabili aleatorie sono incorrelate

Esercizio 4
Il processo aleatorio stazionario Gaussiano $X(t$ ha funzione di autocorrelazione $r_X(\tau) = \delta(\tau) + 1$ Tale processo viene filtrato con il sistema $H(f)$ con risposta in ampiezza:

$$|H(f)| = \sqrt{\cos\left(\frac{\pi fT}{2}\right) \cdot \text{rect}\left(\frac{fT}{2}\right)},$$

ottenendo il processo di uscita $Y(t)$.

1) Si calcoli e si rappresenti graficamente l densità spettrale di potenza $S_X(f)$ de processo $X(t)$.
2) Si calcoli e si rappresenti graficamente l funzione di autocorrelazione $r_Y(\tau)$ del processo di uscita $Y(t)$, la densità spettrale d potenza $S_Y(f)$, la potenza media statistic P_Y.
3) Siano $Y(t_1)$ e $Y(t_2)$ due variabili aleatori estratte dal processo aleatorio di uscita $Y(t$ rispettivamente agli istanti t_1 e t_2. Si determinino gli istanti t_1 e t_2 per i quali le variabili aleatorie ~~X e Y~~ risultano indipendenti. $Y(t_1)$ e $Y(t_2)$

ANALISI & TRASMISSIONE DEI SEGNALI - ESAME ①

12-06-2018

ES 1)

$c_A(t) = \text{sinc}(3Bt)$

$c_A(t) = \frac{1}{3B}\,\text{Rect}(t/3B)$

$c_K = \frac{1}{T}\cdot\frac{1}{3B}\,\text{Rect}\left(\frac{K}{3BT}\right)$ essendo $\frac{1}{T} = 2B$ (periodo con il quale si ripete il segnale)

$\Rightarrow c_K = \frac{2}{3B}\,\text{Rect}\left(\frac{2}{3}K\right)$

$C(t) = \sum_K (-1)^K \frac{2}{3}\,\text{Rect}\left(\frac{2}{3}K\right) e^{\frac{j2\pi K t}{2B}}$

$E_y = E_x \cdot P_c$

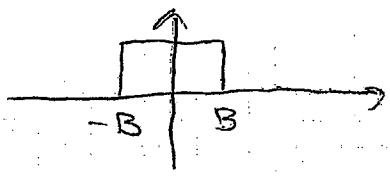
$E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} |3B\,\text{sinc}^2(Bt)|^2\,dt \overset{\text{PARSEVAL}}{=} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(1-\frac{|f|}{B}\right)^2 \text{Rect}\left(\frac{f}{2B}\right) df =$

$= \int_{-B}^{B} \left(1-\frac{|f|}{B}\right)^2 df = \int_{-B}^{B} df - \frac{2}{B}\int_{-B}^{+B} f\,df + \frac{1}{B^2}\int_{-B}^{B} f^2\,df =$

$= 2B + \frac{1}{B^2}\cdot\frac{2}{3}B^3 = 2B + \frac{2}{3}B = \frac{8}{3}B$

$P_c = \sum_K (c_K)^2 = \sum_K \frac{4}{9}\,\text{Rect}\left(\frac{2K}{3B}\right) = \frac{4}{9}$

↑ Solo $K=0$ perché, si ricorda, che il periodo è $\frac{1}{2B} \Rightarrow Kf_0 = K2B$ e per $K=1$ siamo già fuori dalla rect



$E_y = \frac{4}{9}\cdot\frac{8}{3}B = \frac{32}{27}B \rightarrow P_y = \infty$ perché energia finita