RAPPRESENTAZIONE DELL'INFORMAZIONE ALL'INTERNO DI UN CALCOLATORE

L'INFORMAZIONE È ORMAI DI ASTRATTO, PER POTERLA MANIPOLARE BISOGNA RAPPRESENTARLA

L'INFORMAZIONE VIENE RAPPRESENTATA, ALL'INTERNO DEL CALCOLATORE, BINARIAMENTE CIOÈ PER MEZZO DI SEQUENZE DI BIT. BINARIE, CIOÈ 0 e 1

BIT = BINARY DIGIT, È L'UNITÀ MINIMA DI RAPPRESENTAZIONE = L'UNITÀ DI MISURA ELEMENTARE

PER INFORMAZIONI PIÙ COMPLESSE SI UTILIZZANO 1 BYTE = 8 bit CHE È L'UNITÀ DI MISURA DELL'INFORMAZIONE

CON UN BYTE HO 2^8 CONFIGURAZIONI POSSIBILI DIVERSE.

NELLA MEMORIA HO SOLO CONFIGURAZIONI DI BIT

LA MEMORIA = CELLE DI BYTE

UNA STESSA SEQUENZA DI BIT PUÒ RAPPRESENTARE INFORMAZIONI DIVERSE IN BASE AL TIPO DI OGGETTO IN CUI NOI L'ABBIAMO MEMORIZZATA. (INT, CHAR, COLORE DI UN PUNTO)

IL MINIMO A CUI POSSO ACCEDERE È IL BYTE

CALCOLATORE

È COSTITUITO DA:

- PROCESSORE: ESEGUE LE OPERAZIONI/ISTRUZIONI LAVORANDO IN BINARIO
- MEMORIA: DOVE MEMORIZZIAMO I DATI IN SEQUENZE DI BIT, CIOÈ I Byte È UN CIRCUITO ALL'INTERNO DEL CALCOLATORE.
- DISPOSITIVI DI INGRESSO: PER INSERIRE DATI NEL CALCOLATORE (TASTIERA, MOUSE...)
- DISPOSITIVI DI USCITA:

ESISTONO POI I DISPOSITIVI IN/OUT. DISPOSITIVI DI CONVERSIONE DI IN/OUT CHE CONVERTONO DALL'INFORMAZIONE IN INPUT A BINARIO, E VICEVERSA: IN MEMORIA HO SEQUENZE DI BIT E CON I DISPOSITIVI DI CONVERSIONE MI RENDONO L'INFORMAZIONE LEGGIBILE PER L'UTENTE

RAPPRESENTAZIONE DEL TESTO

IL TESTO SI RAPPRESENTA ATTRAVERSO SEQUENZE DI 7 bit (o 8 bit, MA CON PRIMO A SINISTRA A 0) = 1 byte, 2^8 SONO CONFIGURAZIONI ESAGERATE SOLO PER I CARATTERI

ADOTTIAMO LA TABELLA ASCII CHE CI DICE AD OGNI CARATTERE LA SUA CODIFICA IN MEMORIA

LA TABELLA ASCII È UNO STANDARD.

NELLA SEQUENZA DI bit:
- IL bit PIÙ A SINISTRA È QUELLO PIÙ SIGNIFICATIVO
- IL BIT PIÙ A DESTRA È QUELLO MENO SIGNIFICATIVO

NELLA TABELLA ASCII (TRASCURANDO LO 0 INIZIALE): I PRIMI 3 BIT DA SINISTRA SONO I PIÙ SIGNIFICATIVI, GLI ULTIMI 4 bit SONO I MENO SIGNIFICATIVI

RAPPRESENTAZIONE DEI NUMERI NATURALI

LE CIFRE RAPPRESENTABILI SONO BINARIE: CIOÉ 0 e 1

QUINDI SI LAVORA IN BASE 2 INVECE CHE IN BASE 10 COME NELLA NORMALITÀ (0,1,2,3...9)

- IN BASE 10 / RAPPRESENTAZIONE POSIZIONALE IN BASE 10: QUI LE CIFRE HANNO UN PESO IN BASE 10 IN BASE ALLA POSIZIONE IN CUI SI TROVANO (IN POTENZE DI 10)

  es. $(123)_{10} = 1 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0$ => HO CIFRE DA 0 a 9

- IN BASE 2 / RAPPRESENTAZIONE POSIZIONALE IN BASE 2: QUI LE CIFRE HANNO PESO IN POTENZE DI 2

  es. $(11001)_2 = 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$ (4 3 2 1 0)

  $= 16 + 8 + 1 = (25)_{10}$ => HO CIFRE 0 e 1

PER BASI ≥ 2? UTILIZZO PIÙ O MENO CIFRE.

BASE 2:	0, 1	=> PESO IN POTENZE DI 2 (2^n)
BASE 5:	0, 1, 2, 3, 4	=> PESO IN POTENZE DI 5 (5^n)
BASE 8:	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7,	=> " " " " 8 (8^n)
BASE 10:	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9	=> " " " " 10 (10^n)
BASE 16:	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F	=> " " " " 16 (16^n)
		(A = 10, B = 11, F = 15)

CIFRE

CONVERSIONE DA BASE A 10

SE NOI ABBIAMO UNA RAPPRESENTAZIONE IN UNA CERTA BASE, COME TORNIAMO IN BASE 10?

SI PARTE DALLA CIFRA MENO SIGNIFICATIVA (CIOÉ LA BASE CON ESPONENTE 0) E LA SOMMO CON LA CIFRA ADIACENTE DI POTENZA ALLA 1 e COSÌ VIA

$$N = \sum_{i=0}^{p-1} a_i \cdot \beta^i \qquad \text{DOVE } \beta = \text{BASE}$$

es. $(656)_8 = 6 \cdot 8^0 + 5 \cdot 8^1 + 6 \cdot 8^2 = (430)_{10}$

$(A03)_{16} = 3 \cdot 16^0 + 0 \cdot 16^1 + 10 \cdot 16^2 = (2563)_{10}$

$(1101)_2 = 1 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^3 = (13)_{10}$

CONVERSIONE DA 10 A BASE

DA BASE 10 AD UNA QUALUNQUE BASE β? => CIOÉ QUELLO CHE FA IL DISPOSITIVO DI CONVERSIONE IN INGRESSO

SI BASA SU UN ALGORITMO: CIOÉ UN PROCEDIMENTO SCRIVIBILE IN UN TESTO FINITO DI OPERAZIONI RIPETIBILI CHE RISOLVE UN CERTO COMPITO/PROBLEMA

DA BASE 10 A BASE β: PRENDO IL NUMERO DI PARTENZA, LO DIVIDO PER LA BASE OTTENGO UN QUOZIENTE e UN RESTO. PRENDO IL QUOZIENTE e LO DIVIDO PER LA BASE e COSÌ VIA FINO A CHE NON ARRIVO AD UN QUOZIENTE = 0

=> ALGORITMO PERCHÉ HO OPERAZIONI FINITE e RIPETUTE FINO AL QUOZIENTE = 0.

es. $(23)_{10} = (?)_2$

23 2		=> $23 : 2 = 11 + 1$
11	1	$11 : 2 = 5 + 1$
5	1	$5 : 2 = 2 + 1$
2	1	$2 : 2 = 1 + 0$
1	0	$1 : 2 = 0 + 1$
0	1	$Q = 0$

=> $= (10\,111)_2$

L'ULTIMA È LA CIFRA PIÙ SIGNIFICATIVA PERCHÉ È QUELLA PER CUI HO DIVISO PIÙ VOLTE PER LA BASE, PER OTTENERE LA CODIFICA LEGGO DAL BASSO VERSO L'ALTO, CIOÉ IN VERSO INVERSO A QUELLO CON CUI LE HO TROVATE

QUESTO ALGORITMO È ANCHE CHIAMATO MOD & DIV

DOVE: - DIV = DIVISIONE INTERA = DÀ IL QUOZIENTE;
- MOD = MODULO = DÀ IL RESTO;

IL PROCEDIMENTO SI ARRESTA A $Q_i = 0$

RAPPRESENTABILITÀ

QUANDO RAPPRESENTO LE INFORMAZIONI DEVO DIRE SU QUANTI BYTE LE RAPPRESENTO.

IN BASE A QUANTI BIT UTILIZZO HO DEI LIMITI

SE HO x BIT POSSO RAPPRESENTARE 2^x NUMERI
IL NUMERO PIÙ GRANDE SARÀ QUELLO CON TUTTI I BIT = 1 $\Rightarrow 2^x - 1$
(PERCHÉ IL PRIMO NUMERO È FORMATO DA TUTTI 0)

$\Rightarrow$ QUINDI L'INTERVALLO DI RAPPRESENTABILITÀ È $[0, 2^x - 1]$

es. 8 bit $[0, 2^8 - 1] = [0, 255] = 1$ BYTE
16 bit $[0, 2^{16} - 1] = [0, 65\,535] = 2$ BYTE
2 bit $[0, 2^2 - 1] = [0, 3]$

} IN BASE 2

OGNI INFORMAZIONE NEL CALCOLATORE È SEMPRE RAPPRESENTATA IN MODO FINITO!

L'INTERVALLO DI RAPPRESENTABILITÀ PER UNA DATA BASE β SU x bit È

$$[0, \beta^x - 1]$$

PROBLEMA DELLA RAPPRESENTAZIONE FINITA DEL CALCOLATORE

IL CALCOLATORE LAVORA CON UN NUMERO FINITO DI BIT:

$p = 16$ bit e HO $A = 011\ldots = (30\,721)_{10}$
$B = 101\ldots = (43\,127)_{10}$

A e B SONO RAPPRESENTABILI NELL'INTERVALLO, SONO $\leq$ DI 65 535

MA $A + B = 73\,548$ $\Rightarrow$ NON È PIÙ RAPPRESENTABILE.

SE AL CALCOLATORE CHIEDO LA SOMMA DI QUESTI DUE NUMERI, IL NUMERO RISULTATO NON È RAPPRESENTABILE E SI DICE CHE QUESTA SOMMA HA DATO ORIGINE AD UN OVERFLOW, MA LA SOMMA VIENE CALCOLATA MA NON SARÀ QUELLA ESATTA MA QUELLA CHE SI RIESCE A RAPPRESENTARE CON 16 bit.

FACCIO LA SOMMA BINARIA DI $A + B$ E AVRÒ UN RISULTATO A 17 bit.
ALLORA HO UN RIPORTO CHE VA FUORI DAI BIT CHE ABBIAMO E IN MEMORIA VIENE SCRITTA LA PARTE FINO A 16 bit... IL RIPORTO VIENE PERSO E LA SOMMA $A + B$ HA UN NUMERO CHE PERÒ NON È LA SOMMA E VIENE SEGNALATO UN OVERFLOW

L'OVERFLOW SI HA QUANDO IL RISULTATO DI UN'OPERAZIONE TRA NUMERI ECCEDE IL VALORE MASSIMO RAPPRESENTABILE CON n BIT FISSATI A DISPOSIZIONE IN MEMORIA

CAMBIO DI BASE - NUMERI NATURALI (NUMERI SENZA SEGNO)

es. VOGLIO $(1023)_5$ IN BASE 9:

1) TRASFORMO $(1023)_5$ IN BASE 10 : $1 \cdot 5^3 + 0 \cdot 5^2 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 5^0 = (138)_{10}$

2) APPLICO L'ALGORITMO MOD/DIV PER LA BASE 9 E OTTENGO $(163)_9$

SE PASSO DA BASE 2 A UNA BASE CHE È POTENZA DI DUE C'È UN MODO PIÙ FACILE E VICEVERSA.

es. $(657)_8$ IN BASE 2! $8 = 2^3$ VOGLIO ESPRIMERLE OGNI CIFRA SU UN NUMERO DI BIT UGUALE ALLA POTENZA DEL 2

QUINDI SU 3 b.t : $6 = 110$, $5 = 101$, $7 = 111$ } $(110\ 101\ 111)_2$

$(A03)_{16}$, $16 = 2^4$: $A = 1010$, $0 = 0000$, $3 = 0011$ } $(1010\ 0000\ 0011)_2$

$(FFE4)_{16}$, $16 = 2^4$ $F = 1111$, $E = 1110$, $4 = 0100$ } $(1111\ 1111\ 1110\ 0100)_2$

$(110100111)_2$ LO VOGLIO IN BASE 8, $8 = 2^3$ PRENDO GRUPPI DI 3 b.t

$110 = 6$, $101 = 5$, $111 = 7$ } $(657)_8$

RAPPRESENTAZIONE NUMERI INTERI

I NUMERI INTERI SONO NUMERI CON SEGNO, QUINDI L'INTERVALLO DI RAPPRESENTABILITÀ ANDRÀ DA -QUALCOSA a +QUALCOSA, QUINDI SARÀ CIRCA LA METÀ DELL'INTERVALLO DI RAPPRESENTABILITÀ DEI NATURALI

ABBIAMO 3 TIPI DI RAPPRESENTAZIONE DEI NUMERI INTERI:

- MODULO E SEGNO
- COMPLEMENTO AD 1
- COMPLEMENTO A 2

TIPICAMENTE LA RAPPRESENTAZIONE DEGLI INTERI AVVIENE O MODULO E SEGNO O COMPLEMENTO A 2 E NELLA MAGGIOR PARTE DELLE ARCHITETTURE SI UTILIZZA IL COMPLEMENTO A 2 PERCHÉ SI PUÒ USARE LA STESSA CIRCUITERIA PER FARE LE OPERAZIONI CHE SI USA PER I NUMERI NATURALI.

- MODULO E SEGNO : QUI IL BIT PIÙ SIGNIFICATIVO INDICA IL SEGNO : $0 = +$, $1 = -$

INTERVALLO DI RAPPRESENTABILITÀ CON p b.t : $[-(2^{p-1}-1), +(2^{p-1}-1)]$

↳ DIVIDO LE COMBINAZIONI IN 2 GRUPPI, MA HO LA DOPPIA RAPPRESENTAZIONE DELLO 0

es. 4 b.t => $[-7, +7]$

8 b.t => $[-127, +127]$

$+1$ su 4 b.t $= 0\ 001$ | $0111 = (+7)_{10}$

-1 " " $= 1\ 001$

-6 " " " $1\ 110$ | $1000 = (-0)_{10}$

- COMPLEMENTO A 2:

2 POSSIBILITÀ: • SE IL NUMERO È POSITIVO: LO RAPPRESENTO NORMALMENTE
• SE IL NUMERO È NEGATIVO es. su 4 bit -6

INTERVALLO DI RAPPRESENTABILITÀ $[-2^{p-1}, +2^{p-1}-1]$ $2^4 = 16 \Rightarrow 2^4 - |6| = 10 = 1010$

su p bit: $$X = \begin{cases} |x| & \text{se } x \geq 0 \\ 2^p - |x| & \text{se } x < 0 \end{cases} \qquad x = \begin{cases} X \text{ se } X < 2^{p-1} \\ -(2^p - X) \text{ } X \geq 2^{p-1} \end{cases}$$

es. su 4 bit = $2^4 = 16$
$+1 = 0001$
$-6 = 16 - 6 = 10 = 1010$
$-4 = 16 - 4 = 12 = 1100$

LO ZERO NON HA LA DOPPIA RAPPRESENTAZIONE QUINDI NON VIENE SPRECATA NESSUNA RAPPRESENTAZIONE

$X = 0111$ è $= 7$, È RAPPRESENTABILE SU 4 bit? SÌ $\Rightarrow +7$

$x = 1000$ è $= 8$, È RAPPRESENTABILE SU 4 bit? NO, $2^{4-1} - 1 = 7$
QUINDI FALÌ $-(16 - 8) = -8$

UNA PARTICOLARITÀ È CHE SE IL BIT PIÙ SIGNIFICATIVO È 1 ALLORA IL NUMERO FARÀ NEGATIVO.

$\Rightarrow 1000$ IN MODULO E SEGNO È $= -0$, IN COMPLEMENTO A 2 $= -8$

SOMMA TRA INTERI: $-2 + (+1) = -1$ su 4 bit

$-2 \dashrightarrow 16 - 2 = 14 \Rightarrow 1110 +$
$+1 \dashrightarrow +1 \Rightarrow 0001$
$1111 = 15$ 4bit $= [-8, +7]$

$-(16 - 15) = -1$ ✓

L'OVERFLOW SI PRESENTA QUANDO LA SOMMA IN BASE 10 SUPERA L'INTERVALLO DI RAPPRESENTABILITÀ, CHE PRINCIPALMENTE SI RICONOSCE IN MACCHINA QUANDO FACCIO LA SOMMA DI 2 INTERI CON LO STESSO SEGNO E OTTENGO UN RISULTATO CON IL SEGNO OPPOSTO

es. $7 + 5$ su 4 bit $= 12$ (7 e 5 sono rappresentabili)

$7 \Rightarrow 0111$
$5 \Rightarrow 0101$
$1100 \Rightarrow 12$, MA SU 4 bit L'INTERVALLO È $[-8, +7]$

$-(16 - 12) = -4$ = overflow

es. $7 - 1 = 6$ (7 e -1 sono rappresentabili)

$7 \Rightarrow \Rightarrow 0111$
$-1 \Rightarrow 16 - 1 = 15 \Rightarrow 1111$
$10110 = 6$ ✓

↓
SCARTATO PERCHÉ OLTRE I 4 bit $\Rightarrow$ IL RIPORTO CON 1 NON BASTA PER ANCHE OVERFLOW