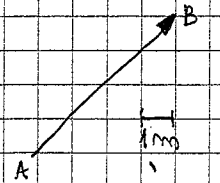
Grandezze scalari e vettoriali

- Si dice scalare una grandezza espressa tramite un numero accompagnato dalla relativa unità di misura.
- Si dice vettoriale una grandezza espressa oltre che da un numero (che ne esprime il modulo e l'intensità rispetto ad un valore prefissato) anche da una direzione e da un verso.

Le grandezze scalari si esprimono quindi con un valore numerico seguito da una delle unità di misura fondamentali o derivate del sistema internazionale (S.I.).
Per le grandezze fondamentali è stata introdotta un'etichetta di riconoscimento che ne definisce la dimensione (espressa tra parentesi quadre).
Due grandezze con le stesse dimensioni si dicono omogenee.
Le grandezze fisiche ottenute come rapporto spesso non hanno dimensione e si dicono pertanto adimensionali.
L'analisi dimensionale è utile per assegnare a ciascuna grandezza risultante da un calcolo algebrico la giusta dimensione.

Le grandezze vettoriali si esprimono tramite vettori i quali si rappresentano simbolicamente con delle frecce.



- A è detto punto di applicazione
- Il modulo o intensità è la lunghezza della freccia rapportata alla giusta unità di misura.
- La direzione del vettore è la retta a cui appartiene o su cui giace la freccia
- Il verso del vettore è quello indicato dalla freccia.

Definizioni sui vettori:

Due vettori si dicono:

- Paralleli quando giacciono su rette parallele o coincidenti
- Concordi quando sono paralleli e hanno lo stesso verso
- Discordi quando sono paralleli ma hanno verso opposto
- Ortogonali quando le loro direzioni formano tra loro un angolo di 90°.

Multipli di un vettore

Se moltiplico un vettore $\vec{v}$ per uno scalare s ottengo un vettore multiplo di $\vec{v}$ che ha la stessa direzione di $\vec{v}$ ma modulo diverso. Il verso del multiplo è concorde o discorde con quello del vettore $\vec{v}$ a seconda che lo scalare s sia positivo o negativo.

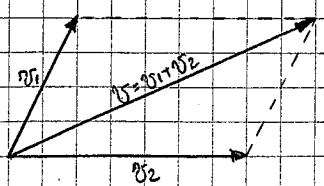
N.B.

Si definisce opposto di un vettore $\vec{a}$ il vettore $-\vec{a}$ che ha lo stesso modulo di $\vec{a}$ ma verso opposto.

Operazioni con i vettori

La somma

I vettori si sommano con la regola del parallelogramma secondo la quale la somma di due vettori $\vec{v_1}$ e $\vec{v_2}$ è il vettore $\vec{v}$ diretto lungo la diagonale del parallelogramma avente per lati $\vec{v_1}$ e $\vec{v_2}$ e avente per modulo la lunghezza della diagonale.



N.B.

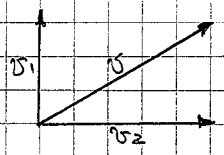
Il vettore $\vec{v}$ detto risultante non ha come modulo la somma

dei moduli dei vettori v_1 e v_2 ma ha come modulo il risultato della seguente relazione trigonometrica (dove α rappresenta l'angolo tra v_1 e v_2):

$$|V| = \sqrt{|V_1|^2 + |V_2|^2 + 2 \cdot |V_1| \cdot |V_2| \cdot \cos\alpha}$$

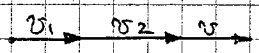
CASI PARTICOLARI

- V_1 e V_2 ortogonali tra loro ($\alpha = 90°$)



$$|V| = \sqrt{|V_1|^2 + |V_2|^2}$$

- V_1 e V_2 sono paralleli e concordi ($\alpha = 0°$)



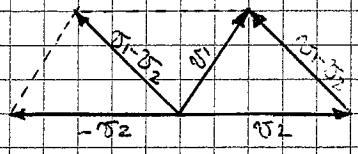
$$|V| = |V_1| + |V_2|$$

- V_1 e V_2 sono antiparalleli ($\alpha = 180°$)
  - se $|V_2| > |V_1| \longrightarrow |V| = |V_2| - |V_1|$
  - se $|V_2| < |V_1| \longrightarrow |V| = |V_1| - |V_2|$

La differenza

La differenza tra vettori si ottiene sommando il primo vettore per l'inverso del secondo.

$$V_1 - V_2 = V_1 + (-V_2)$$



Prodotto tra vettori

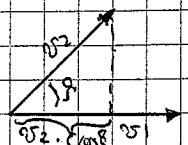
Prodotto scalare

Il prodotto scalare di due vettori è un numero puro definito dalla relazione:

$$v_1 \cdot v_2 = |v_1| \cdot |v_2| \cdot \cos\vartheta \qquad \text{con } \vartheta \text{ angolo tra } v_1 \text{ e } v_2$$

In alternativa se non ho l'utilizzo questa formula:

$A_x \cdot B_x + A_y + B_y + A_z \cdot B_z$



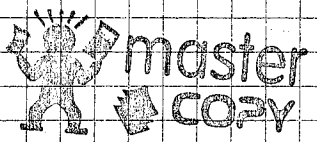
• con A_x componente x di A ecc...

Prodotto vettoriale

Il prodotto vettoriale $a \wedge b$ è un vettore così definito:

- Intensità: $|a| \cdot |b| \cdot \sin\vartheta$
- Direzione: perpendicolare al piano individuato da a e b
- Verso: determinato dalla regola della mano destra

master copy



master copy

$$v_s(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{s(t+\Delta t) - s(t)}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$$ velocità istantanea

$$v_s\, dt = ds$$

$$\int_{t_1}^{t_2} v_s\, dt = \int_{s(t_1)}^{s(t_2)} ds = s\Big|_{s(t_1)}^{s(t_2)} = s(t_2) - s(t_1)$$

$$s(t_2) = s(t_1) + \int_{t_1}^{t_2} v_s(t)\, dt \qquad t_2 = t$$

$$s(t) = s(t_1) + \int_{t_1}^{t} v_s(t)\, dt$$

$$\Delta s = s(t) - s(t_1)$$

$$v_m(t_1, t_2) = \frac{s(t_2) - s(t_2)}{t_2 - t_1} = \frac{\int_{t_1}^{t_2} v_s(t)\, dt}{t_2 - t_1}$$ = velocità media

$$a_m(t) = \frac{v_s(t_2) - v_s(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v_s}{\Delta t}$$ = accelerazione media

$$[a_m] = L T^{-1} T^{-1} = L T^{-2}$$

$$a_s = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{v_s(t - \Delta t) - v_s(t)}{\Delta t} = \frac{d(v_s)}{dt}$$

$$a_s = \frac{d(v_s)}{dt} \qquad a_i = \frac{d}{dt}\left(\frac{ds}{dt}\right) = \frac{d^2 s(t)}{dt^2}$$

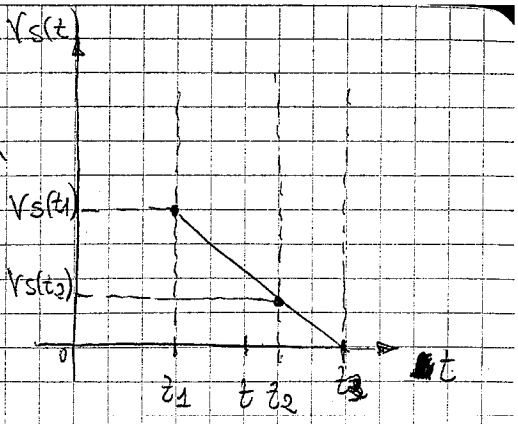
accelerazione istantanea

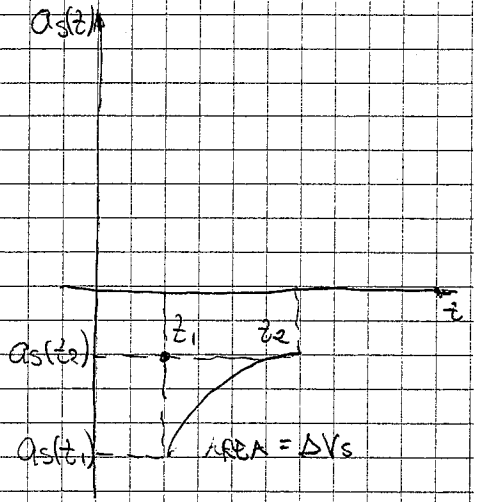
$$\int_{t_1}^{t_2} a_s\, dt = \int_{v_s(t_1)}^{v_s(t_2)} a_s\, dv_s$$

$$v_s(t_2) = v_s(t_1) + \int_{t_1}^{t_2} a_s(t)\, d(t)$$

con $t_2 = t$

$$v_s(t) = v_s(t_1) + \int_{t_1}^{t} a_s(t')\, dt$$





master copy