MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

TEORIA DEI SISTEMI:

- Sistema dinamico: insieme di elementi variabili che evolvono interdipendentemente nel tempo, secondo date leggi.

- Sistema dinamico in tempo continuo:
  → lo strumento per tali sistemi sono le Eq diff. ordinarie (ODE).

$$\ddot{y} = -\frac{b}{m}\dot{y} - \frac{K}{m}(y-\hat{y}) + \frac{1}{m}u(t)$$

Rayleigh — Hooke — Newton

NB: Leggi sui circuiti:

$$v(t) = R\,i(t)$$

$$i(t) = C\frac{dv(t)}{dt}$$

$$v(t) = L\frac{di(t)}{dt}$$

- Sistemi dinamici in tempo discreto:
  → si usa in questi casi le eq. alle differenze.

Metodo: delle differenze in avanti: $f(K) \approx \frac{f(K+1)-f(K)}{T}$

Forma normale:

$$\mathbb{D}^n y = \hat{F}(y, \mathbb{D}y, \dots, \mathbb{D}^{n-1}y, u, \mathbb{D}u, \dots, \mathbb{D}^p u, t) \quad (1.1)$$

NB: 1) $\mathbb{D}^K y(t) = \frac{d^K}{dt^K} y(t)$: (1) tali sistemi si dicono continui perché nel caso delle ODE per le eq alle diff, t assume valori discreti.
2) $\mathbb{D}^K y(t) = y(t+K)$

IPOTESI (fondamentale): $n \geq p$, grazie a tale ipotesi possiamo ricondurre l'eq (1.1) di ordine "n" ad un sistema "n" eq. del primo ordine:

$$\mathbb{D}x(t) = f(x(t), u(t), t) \quad (1.2)$$

→ noto la sua soluzione ⇒ possiamo trovare la sol. di $y(t)$ di (1.1):
$y(t) = h(x_1(t), \dots, x_n(t), u(t), t) = h(x, u, t)$.

Forma di stato:

$$\mathbb{D}x = f(x,u,t)$$
$$y = h(x,u,t)$$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

Passaggio da (1.1) a (1.2):

CASO: $p=0$

$$\mathbb{D}^n y = \hat{F}(y, \mathbb{D}y, \dots, \mathbb{D}^{n-1}y, u, t)$$

Poniamo:

$$x = \begin{bmatrix} y \\ \mathbb{D}y \\ \vdots \\ \mathbb{D}^{n-1}y \end{bmatrix} \longrightarrow \mathbb{D}x = \begin{bmatrix} \mathbb{D}x_1 \\ \vdots \\ \mathbb{D}x_{n-1} \\ \mathbb{D}x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \\ \hat{F}(x,u,t) \end{bmatrix} = f(x,u,t).$$

Otteniamo la variabile y:

$$y(t) = h(x,u,t) = x_1$$

CASO: $0<p<n$ (più complesso; lo studieremo più avanti).

- Variabili di un sistema dinamico:

In forma di stato abbiamo 3 variabili principali:

1. Ingressi: I termini (funzioni o successioni) forzanti raccolti nel vettore $u(t)$ sono detti ingressi del sistema.
2. Uscite: Le funzioni (o successioni) $y(t)$ sono dette le uscite del sistema.
3. Stato: Il vettore $x \in \mathbb{R}^n$ è detto vettore di stato del sistema.

Osservazioni: tipologia ingressi/uscite:

Ingressi
- manipolabili (o di controllo): scelti a priori dal progettista per verificare precise specifiche.
- disturbi (o incontrollabili): alterano negativamente l'andamento del sistema.

Uscite: { primarie (o controllate): modificazione generale dell'andamento del sistema
- secondarie (o di misura): necessarie per acquisire informazioni sul sistema.

2° pag

Proprietà sistemi dinamici:

1. Causalità:
Un sistema è causale se l'evoluzione dell'uscita $y(t)$ dipende solo dai valori dell'ingresso, $u(\tau)$ $\forall \tau \leq t$ (oltre che dalle condizioni iniziali).
Scritta l'eq. del sistema in forma normale:

$$D^n y = \hat{F}(y, Dy, \dots, D^{n-1}y, u, Du, \dots, D^p u, t)$$

Il sistema è causale se $n \geq p$ ($n > p$ strettamente c.)

2. Stazionarietà:
Quando le equazioni di un sistema non dipendono dal tempo.
In forma di stato:

$$Dx = f(x, u)$$
$$y = h(x, u)$$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

3. Linearità:
Si dice che un sistema è lineare se è lineare nell'ingresso (fino a prodotto $n-1$) nelle uscite e in tutte le loro derivate, quindi scrivibile in forma:

$$D^n y = -\sum_{i=0}^{n-1} a_i(t) D^i y + \sum_{j=0}^{p} b_j(t) D^j u$$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745





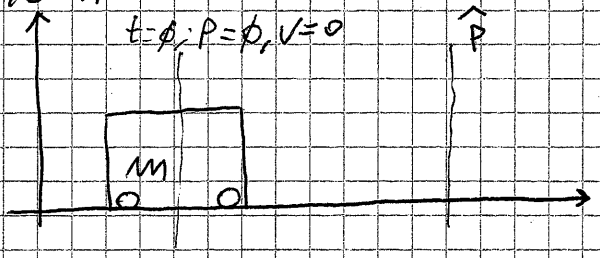
Prof: Matteo Bianchi.
Sito: Centropiaggio.unipi – Teaching – Teoria dei sistemi
Programmi necessari: MATLAB, SISOTOOL
Esame: Scritto (3 h) + orale.
Ricevimento: Venerdì, polo A (Enrico Piaggio), ore 14:30.
(Ricordo: prenotazione per mail: oggetto TdS energia)
MAIL: matteo.bianchi@centropiaggio.unipi.it
Libri di testo: dispensa sul sito + Testi in biblioteca.
Esercizi: cartella "Automatica - Raccolta es".

GOOGLE-GROUP
studenti_tds_ing_unipi

04/03/19

COSA STUDIA LA TEORIA DEI SISTEMI

ESEMPIO: legge di controllo



La massa del carrello può variare in un intervallo. Il piano è senza attrito. Vogliamo che arrivi in $\hat{P}$, con un errore dell'1%.
Dobbiamo scegliere una forza che sposti il carrello di quel tratto.

Applico la legge di Newton: $a(t) = \frac{f(t)}{m}$

$$f(t) = \begin{cases} F & 0 \le t \le T \\ -F & T \le t \le 2T \\ 0 & t > 2T \end{cases} \Rightarrow \hat{P} = \frac{FT^2}{m}$$

: ma questo non è completamente vero, idealmente funziona così, ma un realistic

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745