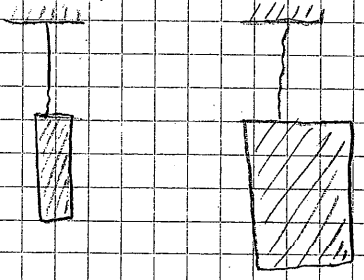
28/09/18

SCIENZA delle COSTRUZIONI

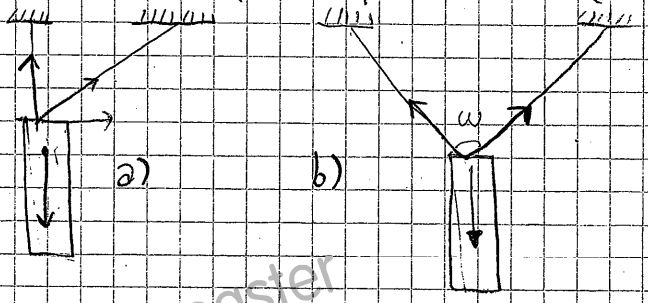
Immagino di avere una barra da appendere, un parallelepipedo di ferro. Se io lo ancoro bene al soffitto esso sta lì fermo. Però se io con lo stesso filo vado a mettermi un oggetto più grosso, cosa succede? Essi hanno pesi diversi, per cui il cavo è in grado di sopportare entrambi i corpi? Se risulta, magari però si deve "impegnare" di più quindi mi sto avvicinando ad una situazione di non ritorno ossia di rottura del cavo. Sempre c'è la situazione in cui il cavo non sopporta più e il cavo si rompe.



Posso cambiare cavo:

- se lo metto più lungo non cambia nulla, non è una soluzione, se metto più lungo non significa che sopporto i carichi. Se ero nella 1ª situazione ossia che il cavo resiste, e poi lo metto più lungo, magari continua a sostenere il carico però cosa cambia? Non mi interessano effetti dinamici che danno accelerazioni e quindi forze di deformazione, trascuro le oscillazioni. Il cavo conto se ci metto l'oggetto un po' si allunga, con un cavo più lungo avrò un allungamento maggiore.
- metto un filo più robusto, sezione più larga e anche se cambio materiale non è detto io abbia successo. Devo vedere come il materiale incida nel mio problema. Spesso solo cambiando le caratteristiche prestazionali mantenendo lo stesso materiale, arrivo alla soluzione.

Se non posso cambiare il filo, posso appendere l'oggetto non solo da un filo solo ma per es. da due, i quali posso mettere in diversi modi:



Se l'ancoraggio dei due fili è molto distante, la situazione peggiora anche se ho messo due fili. (b)

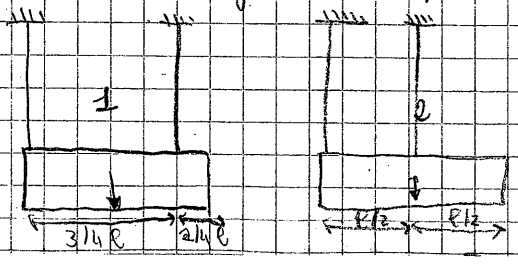
Questo perché il filo (peso) è verticale mentre la F che fornisce all'interno del peso è inclinata. Quindi per essere in equilibrio la componente verticale deve essere bilanciata dalle due componenti delle tensioni dei fili.

Nel caso a): ho il corpo che ha un certo peso, una forza, metre che va sia dentro il corpo che nel filo, mentre la componente orizzontale però non viene bilanciata da nulla, quindi la situazione rimane uguale a quella iniziale di un solo filo.

Posso pensare di girare il corpo, la situazione è migliore o peggiore, una fra i due fili cosa cambia?

La situazione migliore è la 1.

Ma poi non più solo trasloro come prima, ma anche rotatore. È meglio la 1 perché la 2 ha una propensione maggiore a ruotare.

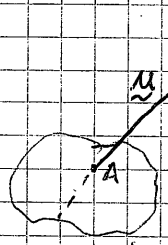


Se considero la forza peso del corpo ho che nel 2, essa è allineata con il filo e quindi va tutta dentro di essa, quindi il filo di sx è inutile è come se non ci fosse, è disposto in maniera che non riesce a dare un contributo al nostro problema. Se invece in quello di sx ci sarebbe un momento, una coppia rispetto a quel polo.

Se ho una trave con un carico.
Anziché come prima che la F entrava dentro il filo, qui è diverso.
Nasce il problema dell'INFLESSIONE, ho sol
lecitazione di tipo diverso.
L'oggetto è impegnato in un momento
che tende a farlo ruotare.
Quindi una trave con un peso all'estremità
anche se impercettibilmente si inflette.
L'entità di spostamento risulta più o meno percepibile
quanto una flessione è dipende da 3 fattori:
- quanto è impegnata la trave.
- quanto è lunga.
- che materiale la costituisce (tutti i materiali sono materiali deformabili)

FORZE

È una qualunque causa che riesce a modificare lo stato di quiete di un corpo. Si usano i VETTORI per rappresentarle.
Esso è dotato di: INTENSITÀ (lunghezza); ORIENTAZIONE; VERSO; PUNTO Δ; APPLICAZIONE.
Se quest'ultimo non è presente si dice vettore libero. ($\underset{\sim}{u}$) se applicato $(A, \underset{\sim}{u})$



$\underset{\sim}{u}$ = vettore

u = intensità

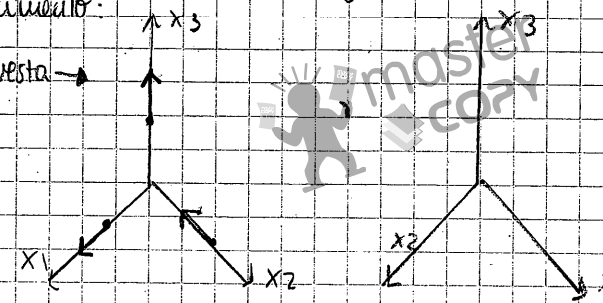
$(A, \underset{\sim}{u}) \equiv P - A$ (con la differenza di lettere si indica un vettore)

↳ vettore applicato in A.

Essenzialmente si lavora nel piano.
Il vettore può avere delle componenti scalari, che sono le componenti lungo una terna di riferimento levogira:

$$\underset{\sim}{u} = \begin{cases} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{cases}$$

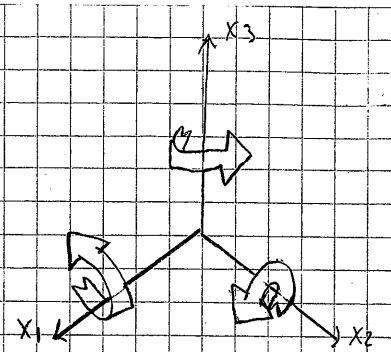
Sistemi di riferimento:



Hanno la differenza di disposizione degli assi: orario o antiorario.

Così si definiscono le componenti positive del vettore ma anche quelle negative, in base a che siano concordi o discordi rispetto agli assi.

Inoltre definiamo le ROTAZIONI POSITIVE:



Queste sono notazioni positive, in caso inverso sono le rotazioni negative.

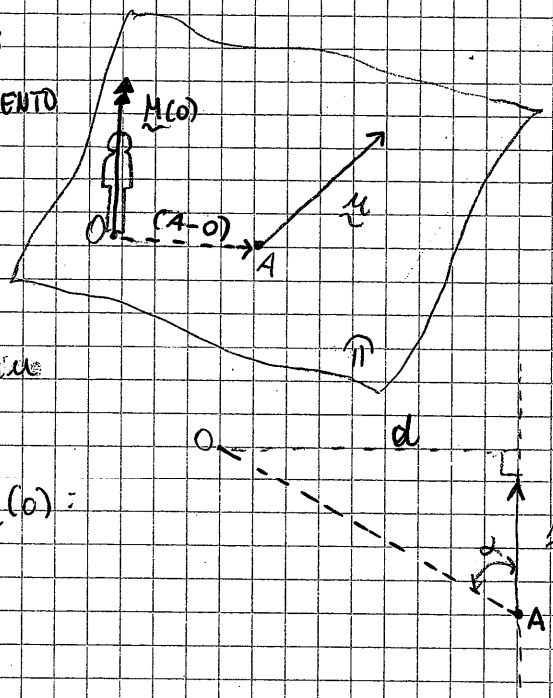
master COPY

VETTORE MOMENTO:

Immagino di essere sul piano, ho un vettore applicato. Su questo piano prendo punto O qualsiasi.

Il vettore momento $\underset{\sim}{M}(O)$ lo definisco:

$$\boxed{\underset{\sim}{M}(O) = (A-O) \wedge \underset{\sim}{\mu}} \quad \text{VETTORE MOMENTO}$$



Se faccio prodotto vettore ottengo un vettore $\perp$ al piano Π. La freccia è rivolta verso alto o basso a seconda della notazione intorno al polo O:

- positiva se vede ruotare il vettore in senso antiorario;
- negativa in senso orario.

In generale il modulo del vettore $\underset{\sim}{M}(O)$:

$$|\underset{\sim}{M}(O)| = |(A-O)| \cdot |\underset{\sim}{\mu}| \sin\alpha$$

$$= |\underset{\sim}{\mu}| \cdot |d|$$

Per le regole del triangolo rettangolo ho $|(A-O)|\,|\sin\alpha| = d$

Dove d = distanza tra il polo di riferimento e la retta su cui giace il vettore.

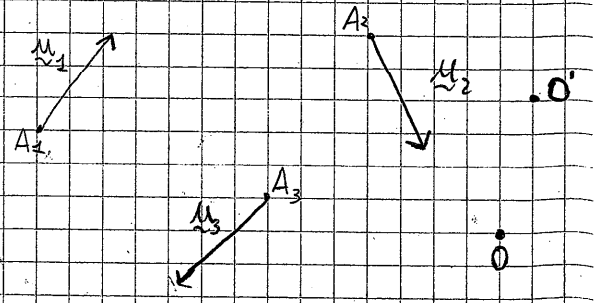
Se prendo $\underset{\sim}{\mu}$ e lo traslo verso l'alto, il momento non cambia, poiché la distanza d è fissa. Quindi se ho vettori che si muovono lungo la loro retta di applicazione non cambia la situazione.

Serie di vettori:

Siamo sul piano.

Noi chiamiamo come RISULTANTE dei vettori la sommatoria di tutti questi $\underset{\sim}{\mu}_i$ vettorialmente. $\boxed{\underset{\sim}{R} = \sum \underset{\sim}{\mu}_i}$

Essendo sul piano questi vettori sono tutti complanari. Quindi per ognuno di essi posso definire il proprio momento rispetto al polo O.



$\underset{\sim}{M}_1(O) = (A_1 - O) \wedge \underset{\sim}{u}_1$

$\underset{\sim}{M}_2(O) = (A_2 - O) \wedge \underset{\sim}{u}_2$

$\underset{\sim}{M}_3(O) = (A_3 - O) \wedge \underset{\sim}{u}_3$

$\Rightarrow$ Il vettore momento totale sarà: è la sommatoria di tutti i momenti.

$$\boxed{\underset{\sim}{M}(O) = \sum (A_i - O) \wedge \underset{\sim}{u}_i}$$

Essendo complanari, quello totale sarà ancora ortogonale al piano.

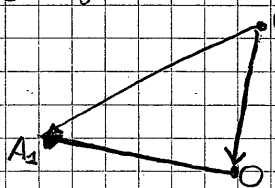
→ Se volessi cambiare il polo da O a O', cosa cambia?

- $\underset{\sim}{R} = \sum \underset{\sim}{u}_i$ in questo caso il vettore risultante non cambia poiché la definizione non tiene conto del polo.
- $\underset{\sim}{M}(O') = \sum (A_i - O') \wedge \underset{\sim}{u}_i$ qui invece cambia.

Però non sono $\underset{\sim}{M}(O)$ e $\underset{\sim}{M}(O')$ completamente scollegati, infatti posso dire:

$$\underset{\sim}{M}(O') = \sum (A_i - O') \wedge \underset{\sim}{u}_i = \sum (A_i - O + O - O') \wedge \underset{\sim}{u}_i = \text{algebra}$$

$$= \underbrace{\sum (A_i - O) \wedge \underset{\sim}{u}_i}_{\text{è il momento rispetto al polo O}} + \underbrace{\sum (O - O') \wedge \underset{\sim}{u}_i}_{\text{Sto moltiplicando ogni vettore per una lunghezza così in quanto non dipende dal vettore, quindi lo levo dalla sommatoria.}} =$$



$$= \underset{\sim}{M}(O) + (O - O') \wedge \underbrace{\sum \underset{\sim}{u}_i}_{\underset{\sim}{R}} = \underset{\sim}{M}(O) + (O - O') \wedge \underset{\sim}{R}$$

Quindi:

$$\boxed{\underset{\sim}{M}(O') = \underset{\sim}{M}(O) + (O - O') \wedge \underset{\sim}{R}}$$

Avevamo $(A_i - O')$ che è il vettore che collega A_i a O' e lo abbiamo spezzato in 2. Andiamo da O' ad A passando per O.

Per cui se abbiamo calcolato il momento rispetto ad un polo e vogliamo calcolarlo rispetto ad un altro posso usare quella formula.

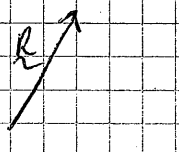
Se sposto il polo O, la variazione del momento è dovuta alla quantità del 2° termine. Abbiamo un contributo aggiunto particolare, il vettore R è la risultante che potrebbe essere nulla. Nel mutare da O a O' non c'è influenza sulla risultante ma c'è mutazione nel momento.

$(O - O') \wedge \underset{\sim}{R} = ?$

Questo contributo è 0 se $R = 0 \Rightarrow (O - O') \wedge \underset{\sim}{R} = 0$

Ciò non significa che ogni vettore è zero, ma i loro contributi totali si annullano.

Ciò comporta che se anche cambio polo il vettore momento rimane uguale poiché $R = 0$.

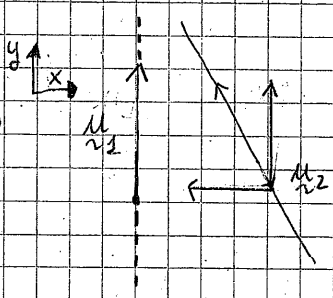


È vero anche il viceversa che se $(O - O') \wedge \underset{\sim}{R} = 0 \Rightarrow R = 0$?

NO! Sto lavorando con prodotti vettoriali, può essere zero anche se i singoli vettori sono $\neq 0$. Ma è 0 se il $\sin\theta = 0$ e questo succede quando i vettori sono $\parallel$.

Focalizziamo l'attenzione su sistemi di forze che abbiamo risultante nullo.
Se ho un solo vettore ed $\underset{\sim}{R}=0$,
Supponga di avere 2 vettori e vogliamo che abbiano $\underset{\sim}{R}=0$. Come facciamo noi.

2 vettori $\begin{cases} \underset{\sim}{u}_1 \\ \underset{\sim}{u}_2 \end{cases} \Rightarrow \underset{\sim}{R} = 0 = \underset{\sim}{u}_1 + \underset{\sim}{u}_2$



In questo caso non ce la faccio ad avere $\underset{\sim}{R}=0$ poiché una componente non riesco ad annullarla:

$\begin{cases} u_{1x} + u_{2x} = 0 \\ u_{1y} + u_{2y} = 0 \end{cases}$ (u_{1x} non annullabile, u_{2x})

Per poter annullarla dovrei mettere una forza contraria.
Consideriamo però questo caso:

non avviene lungo lo stesso direttrice

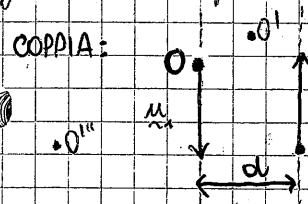
Applico una F una e trasla, quindi $\underset{\sim}{R}=0$ quindi sta ferma e corpo una sola rotola. Il momento è $\neq 0$.
Qui abbiamo che:

$\underset{\sim}{M}(O) = \underset{\sim}{M}_1(O) + \underset{\sim}{M}_2(O)$

braccio è $\overline{(A-O)} \wedge \underset{\sim}{u}_2$

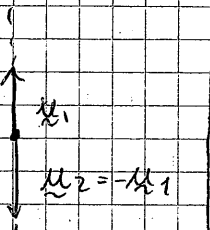
$|\underset{\sim}{M}(O)| = |u_2| \cdot d$ modulo momento rispetto a O

COPPIA:



$\underset{\sim}{u}_1 (O-1)$
$\underset{\sim}{u}_2 (O+1)$
$\underset{\sim}{R}(0\,0)$

In questo caso invece è nulla sia $\underset{\sim}{R}=0$ che il momento di questo sistema rispetto a tutti i punti è nullo in quanto:



$\underset{\sim}{M}(O') = \underset{\sim}{M}(O) + (O-O') \wedge \underset{\sim}{R}$

$\underset{\sim}{M}(O)$: rispetto ad un punto. $\underset{\sim}{R}$: 0

$\Rightarrow$ nullo rispetto a tutti i punti.

Se cambio polo O, O', O'', O''' il momento sarà sempre quello poiché $\underset{\sim}{R}=0$.
La quantità $(O-O') \wedge \underset{\sim}{R}$ è nulla poiché $\underset{\sim}{R}=0$. Quindi se cambio polo il momento è sempre uguale a quello calcolato in quel polo O.

Coppia di forze = sono due forze uguali come nel caso sopra in alto.

SISTEMI EQUIVALENTI

Un sistema S di vettori $S\{\underset{\sim}{u}_1, \underset{\sim}{u}_2, \dots, \underset{\sim}{u}_n\} \Rightarrow \{\underset{\sim}{R}; \underset{\sim}{M}(O)\}$

Prendo un altro sistema $S'\{\underset{\sim}{u}'_1, \underset{\sim}{u}'_2, \dots, \underset{\sim}{u}'_m\} \Rightarrow \{\underset{\sim}{R}'; \underset{\sim}{M}'(O)\}$

Questi due sistemi si dicono equivalenti se:

$\underset{\sim}{R} = \underset{\sim}{R}'$ e $\underset{\sim}{M}(O) = \underset{\sim}{M}'(O)$. Quindi se hanno la stessa risultante e lo stesso momento rispetto a tutti i punti del piano.

(In quanto il momento $\underset{\sim}{M}(O') = \underset{\sim}{M}(O) + (O-O') \wedge \underset{\sim}{R}$ l'ultimo pezzo è sempre uguale in quanto R rimane uguale e anche la distanza O-O').