BURATTI

FORZE

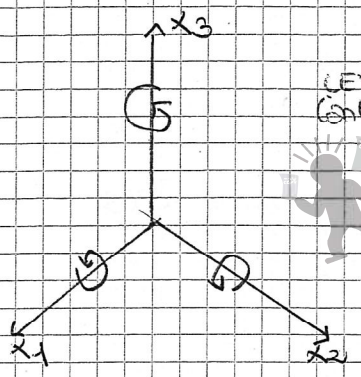
Ped A sono gli estremi di un segmento orientato

insieme di un punto e un vettore libero

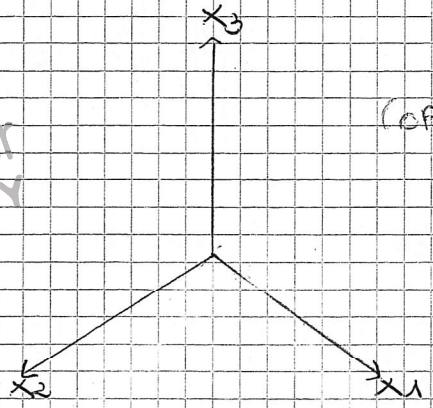
$(A,\underset{\sim}{u}) = (P-A)$ vettore applicato al punto A

$\underset{\sim}{u}$ = VETTORE LIBERO

$\underset{\sim}{u} = \begin{cases} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{cases}$ → le terne sono sempre LEVOGIRE

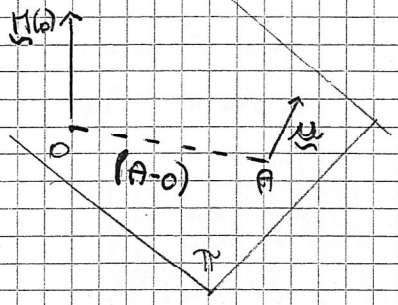


(LEVOGIRE (antioraria))



(ORARIE)

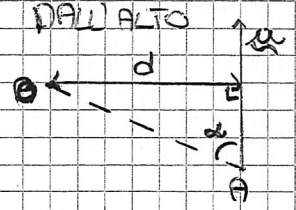
VETTORE MOMENTO



→ Momento di $(A,\underset{\sim}{u})$ rispetto al polo O

$\underset{\sim}{M}(o) = (A-o) \wedge \underset{\sim}{u}$

DALL'ALTO

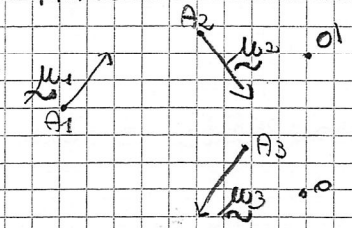


d = braccio di $(A,\underset{\sim}{u})$ rispetto ad O

$|\underset{\sim}{M}(o)| = |(A-o)|\,|\underset{\sim}{u}|\sin\alpha$

Facendo scorrere il punto A sulla retta d'azione il momento non cambia

SUL PIANO



Polo O:

$\underset{\sim}{R} = \sum \underset{\sim}{u_i}$ = RISULTANTE

$\underset{\sim}{M}(o)$ - MOMENTO RISULTATE = vettore somma dei momenti dei singoli vettori

$\underset{\sim}{M_1}(o) = (A_1 - o) \wedge \underset{\sim}{u_1}$

$\underset{\sim}{M_2}(o) = (A_2 - o) \wedge \underset{\sim}{u_2}$

$\underset{\sim}{M_3}(o) = (A_3 - o) \wedge \underset{\sim}{u_3}$

$\underset{\sim}{M}(o) = \sum (A_i - o) \wedge \underset{\sim}{u_i}$ → il vettore momento risultante è ancora ortogonale al piano.

i vettori momento sono ortogonali al piano

Polo o':

$\underset{\sim}{R} = \sum \underset{\sim}{u_i}$ è uguale a quello del polo O

$\underset{\sim}{M}(o') = \sum (A_i - o') \wedge \underset{\sim}{u_i} = \underbrace{\sum (A_i - o) \wedge \underset{\sim}{u_i}}_{\underset{\sim}{M}(o)} + \sum (o - o') \wedge \underset{\sim}{u_i}$

porto fuori perché è una distanza costante

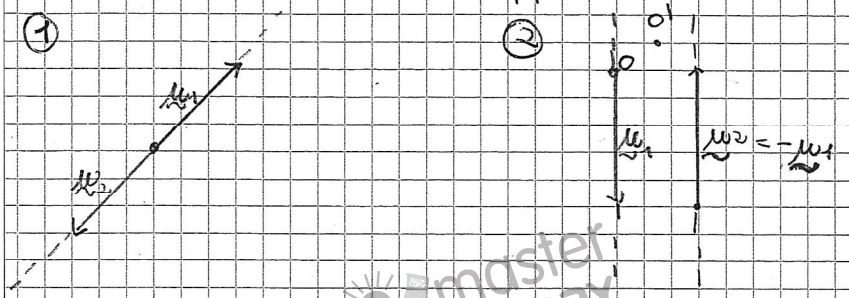
$(o-o') \wedge \underbrace{\sum \underset{\sim}{u_i}}_{=\underset{\sim}{R}}$

$\Rightarrow \underset{\sim}{M}(O') = \underset{\sim}{M}(O) + (O-O') \wedge \underset{\sim}{R}$

Cambiare polo non influisce sulla risultante ma solo sul momento.

$(O-O') \wedge \underset{\sim}{R} = 0 \iff R=0$ oppure se $R \parallel (O-O')$

① ②



In entrambi i casi $\underset{\sim}{R}=0$ ma solo nel 1° caso il momento è nullo

$\underset{\sim}{M}(O) = \underset{\sim}{M}_1(O) + \underbrace{\underset{\sim}{M}_2(O)}_{(A-O)\wedge \underset{\sim}{\omega}_2}$

$\underset{\sim}{M}_1(O) = 0$

$\underset{\sim}{M}(O) = |\omega_2| \cdot d$

Il momento $\underset{\sim}{M}(O')$ è uguale a $\underset{\sim}{M}(O)$ perché la risultante è nulla.

COPPIA Sistema con risultante nulla che ha momento costante rispetto a qualsiasi polo.

SISTEMI DI VETTORI

SISTEMI EQUIVALENTI

$S = \{\underset{\sim}{\omega}_1, \underset{\sim}{\omega}_2, \dots \underset{\sim}{\omega}_n\} \Rightarrow \{\underset{\sim}{R}; \underset{\sim}{M}(O)\}$

$S' = \{\underset{\sim}{\omega}'_1, \dots \underset{\sim}{\omega}'_m\} \Rightarrow \{\underset{\sim}{R}'; \underset{\sim}{M}'(O)\}$

$\underset{\sim}{R} = \underset{\sim}{R}'$

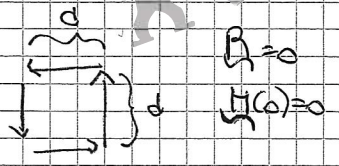
$\underset{\sim}{M}(O) = \underset{\sim}{M}'(O)$

Due sistemi sono equivalenti se hanno stessa risultante e momento uguale rispetto ad ogni polo

Se hanno momento uguale rispetto ad un punto allora lo hanno per ogni altro punto perché la distanza è la stessa indipendentemente dai sistemi.

SISTEMA NULLO

$S = \{\underset{\sim}{\omega}_1, \dots \underset{\sim}{\omega}_n\} \Rightarrow \begin{cases} \underset{\sim}{R} = 0 \\ \underset{\sim}{M}(O) = 0 \end{cases}$



$\underset{\sim}{R} = 0$

$\underset{\sim}{M}(O) = 0$

Si può vedere come composto da due coppie.

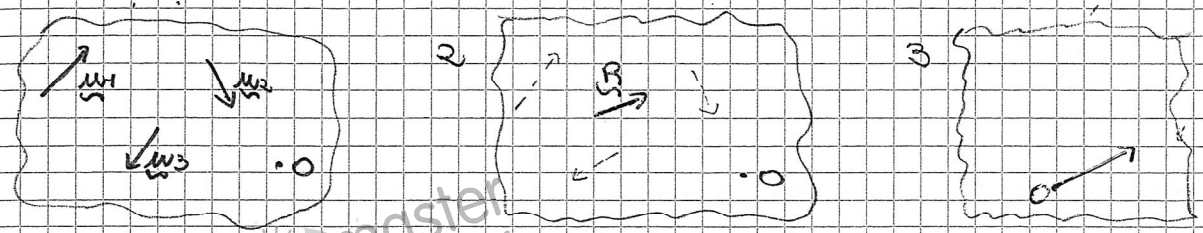
SISTEMA EQUILIBRANTE

$S = \{\underset{\sim}{\omega}_1, \dots \underset{\sim}{\omega}_n\} \Rightarrow \{\underset{\sim}{R}, \underset{\sim}{M}(O)\}$

$S' = \{\underset{\sim}{\omega}'_1, \dots \underset{\sim}{\omega}'_m\} \Rightarrow \{\underset{\sim}{R}', \underset{\sim}{M}'(O)\}$

S' sistema equilibrante di S $\iff$ $\begin{cases} \underset{\sim}{R} + \underset{\sim}{R'} = 0 \\ \underset{\sim}{M}(o) + \underset{\sim}{M'}(o) = 0 \end{cases}$

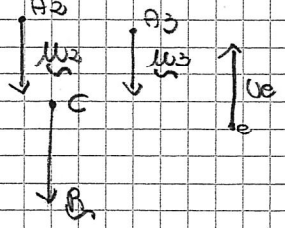
RIDUZIONE DI UN SISTEMA S IN UN SISTEMA S' FORMATO DA UNA FORZA E UNA COPPIA



1 e 2 sono equivalenti. Il 3 no perché ha momento diverso.
Se aggiungo un momento uguale e opposto a 3 allora è equivalente agli altri due.

$I = M(o) \cdot R$ = INVARIANTE SCALARE $\Rightarrow$ se è nullo i sistemi sono equivalenti

SISTEMI DI VETTORI COMPLANARI E PARALLELI



$S = \{\underset{\sim}{\mu_1}, \underset{\sim}{\mu_2}, \dots\}$

$S' = \{\underset{\sim}{R}\}$

Voglio S equivalente ad S': $S \to M(o) = \sum (A_i - o) \wedge \underset{\sim}{\mu_i}$

$S' \to M'(o) = (C - o) \wedge \underset{\sim}{R}$

$M(o) = M'(o)$

$$\sum (A_i - o) \wedge \underbrace{\underset{\sim}{\mu_i}}_{\mu_i \underset{\sim}{e}} = (C - o) \wedge \underbrace{\underset{\sim}{R}}_{R \cdot \underset{\sim}{e}}$$

versore

$$\sum (A_i - o) \wedge \mu_i \underset{\sim}{e} = (C - o) \wedge R \underset{\sim}{e}$$

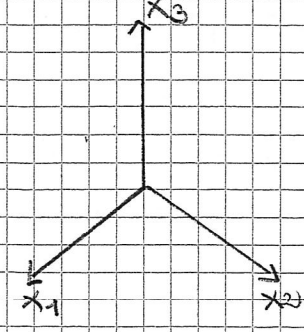
Porto fuori perché componenti, non vettori ma numeri

$\sum \mu_i (A_i - o) \wedge \underset{\sim}{e} = R(C - o) \wedge \underset{\sim}{e}$ $\rightarrow$ sono sulla stessa direzione

$$\sum \mu_i (A_i - o) = R(C - o)$$

$$\boxed{(C - o) = \frac{1}{R} \sum \mu_i (A_i - o)}$$

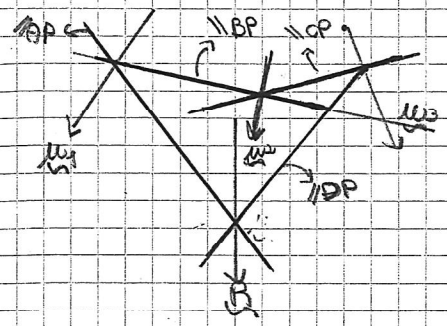
C = CENTRO DEL SISTEMA

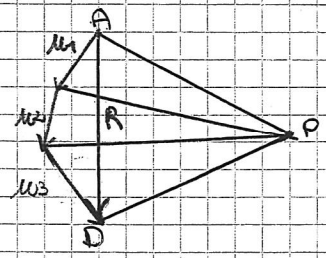


$$\begin{cases} x_1(C) = \frac{1}{R} \sum \mu_i x_1(A_i) \\ x_2(C) = \frac{1}{R} \sum \mu_i x_2(A_i) \\ x_3(C) = \frac{1}{R} \sum \mu_i x_3(A_i) \end{cases}$$

COORDINATE DEL CENTRO

POLIGONO FUNICOLARE

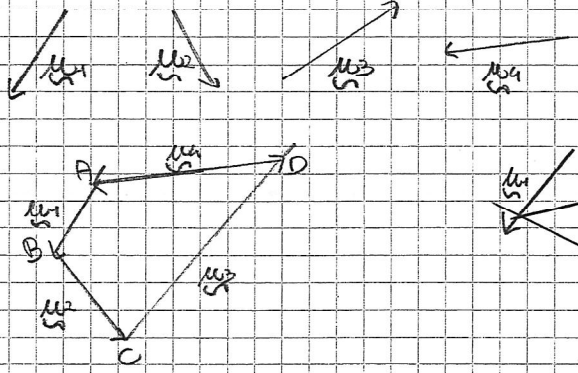


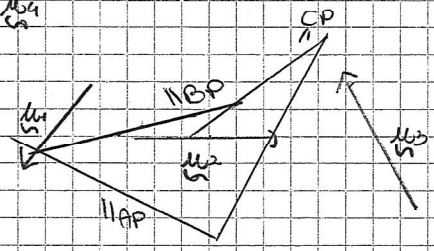


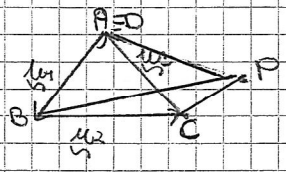
- Si sceglie un polo P arbitrario e si collegano i punti di applicazione a P
- Costruisco su w_1 la parallela ad $\overline{AP}$
- Nell'intersezione con w_1 e //AP traccio //BP (lo stesso per C e D)
- L'ultima parallela si unisce con la prima

In questa costruzione i vettori formano sempre un poligono chiuso. La risultante unisce il primo e l'ultimo punto. Se coincidono è nulla, ma se c'è momento il sistema non è nullo.

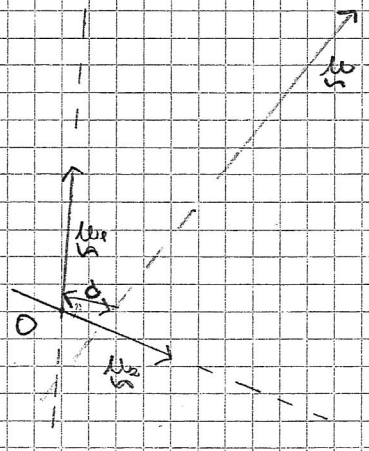
ESEMPIO







DECOMPOSIZIONE DI VETTORI



$S = \{w\}$

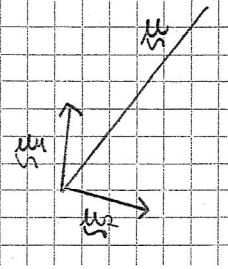
$S' = \{w_1, w_2\}$

} voglio che siano equivalenti: stesso M e stesso R

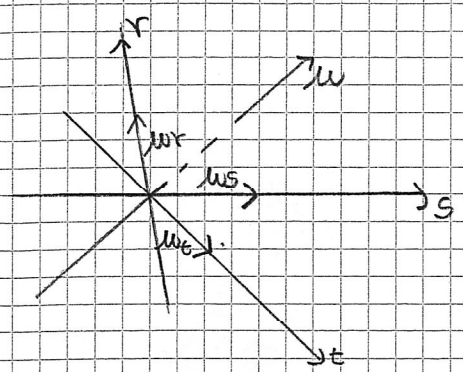
$$|M'(O)| = \pm |w_1| d_1 \pm |w_2| d_2 = 0$$

$$|M(O)| = \pm |w| d \neq 0$$

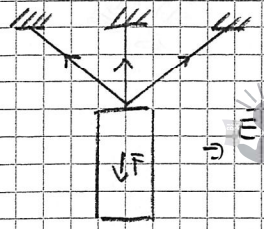
Non sempre, dato w, è possibile decomporlo in due direzioni assegnate



→ In questo caso la retta d'azione di w interseca le 2 direzioni di w_1 e w_2 nella loro intersezione, allora è possibile decomporla.



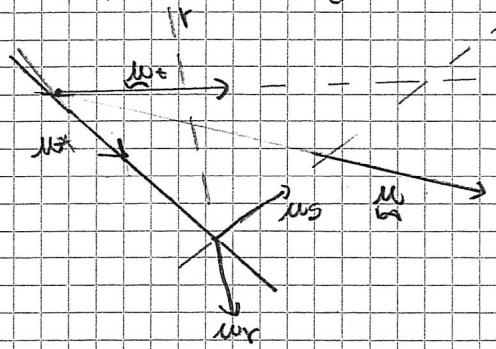
Se impongo wr riesco a trovare le altre due. Ho la possibilità di decomporre una forza lungo 3 direzioni.



⇒ È indeterminato. Ho la possibilità di distribuire i carichi

Se ho un problema di statica indeterminato vuol dire che la statica da sola non basta. Trovo la soluzione considerando la deformazione dei corpi.

- Decomposizione lungo 3 direzioni non incidenti sullo stesso punto.



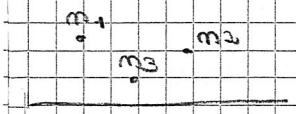
Scelgo di partire da wt. Tramite la direzione ausiliaria trovo w*; poi la decompongo in ws e wr

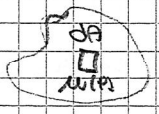
Se si sposta il punto di applicazione di una forza si deve introdurre il momento di trasporto.

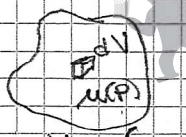
GEOMETRIA DELLE MASSE E DELLE AREE

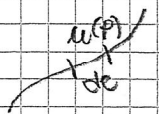
Considero oggetti CONTINUI. [C, $\mu(P)$] → campo occupato dal corpo, densità di massa

[Pi, mi] → sistemi discreti = punti materiali di massa mi con $\mu(P)=1$



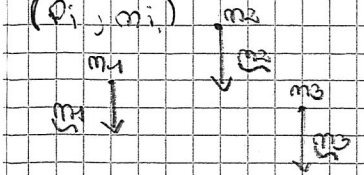






$M = \sum m_i$ $\quad M = \int_A \mu(P)\,dA$ $\quad M = \int_V \mu(P)\,dV$ $\quad M = \int_e \mu(P)\,de$

BARICENTRO



Attribuisco al vettore la massa del punto.

"G" = BARICENTRO = centro dei sistemi di vettori mi

$$(G-O) = \frac{1}{R}\sum m_i (P_i - O) \rightarrow \begin{cases} (P_i-O)_1 \\ (P_i-O)_2 \\ (P_i-O)_3 \end{cases}$$

con $R = \sum m_i$