Formulario degli esercizi

master COPY

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

master COPY

master COPY

MASTER COPY
Tel. 050 831 21 26
Cell. 388 9837745

master COPY

Antonino Passarello

FORMULARIO DI CONTROLLI AUTOMATICI

Sistema
$x(t) = A\,x(t) + B\,u(t)$
$y(t) = C\,x(t) + D\,u(t)$

Funzione di trasferimento
$G(s) = y(s) / u(s) = C\,(sI - A)^{-1} B + D$

Sistema Serie prodotto delle G (s)
$G(s) = \prod_i G_i(s)$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

Sistema Parallelo somma delle G (s)
$G(s) = \sum_i G_i(s)$

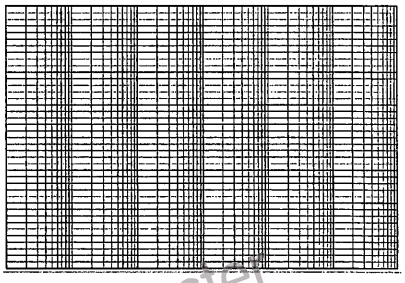
Sistema in Retroazione Negativa
$G(s) = G_1(s) / [\,1 + G_1(s)\,G_2(s)\,]$

Sistema in Retroazione Positiva
$G(s) = G_1(s) / [\,1 - G_1(s)\,G_2(s)\,]$

Funzione d'anello
$L(s) = G_1(s)\,G_2(s)$

Risposta in Frequenza
$G(jw) = y(jw) / u(jw) = C\,(jwI - A)^{-1} B + D$
PS: in sostanza si trasforma la s in jw

Diagrammi di Bode
Vengono rappresentati su carta semilogaritmica, distinguendo due diagrammi: quello del modulo (ascisse w poste in decadi, ordinate in dB decibel) e quello della fase che vede nelle ascisse gli w, anche qui posti in decadi, e nelle ordinate i gradi.



- **Fattorizzazione della G (s) e della G (jw)**

$$G(s) = \frac{\mu \prod_i (1 + \tau_i s) \prod_i (1 + 2\zeta_i s/\alpha_{ni} + s^2/\alpha_{ni}^2)}{s^g \prod_i (1 + T_i s) \prod_i (1 + 2\xi_i s/\omega_{ni} + s^2/\omega_{ni})}$$

$$G(j\omega) = \frac{\mu \prod_i (1 + j\omega\tau_i) \prod_i (1 + 2j\zeta_i \omega/\alpha_{ni} - \omega^2/\alpha_{ni}^2)}{(j\omega)^g \prod_i (1 + j\omega T_i) \prod_i (1 + 2j\xi_i \omega/\omega_{ni} - \omega^2/\omega_{ni})}$$

dove indichiamo con:

μ	Guadagno della Funzione
$(1+j\omega\tau_i)$	Zero semplice
$(1+2j\zeta_i\omega/\alpha_{ni}-\omega^2/\alpha_{ni}^2)$	Zero complesso coniugato
$(j\omega)^g$	Polo nell'origine se **g>0**, zero nell'origine se **g<0**
$(1+j\omega T_i)$	Polo semplice
$(1+2j\xi_i\omega/\omega_{ni}-\omega^2/\omega_{ni})$	Polo complesso coniugato

master COPY

- **Diagramma del Modulo**

NB: per gli zeri la retta sale, per i poli la retta scende!!!

(μ)

X = 20 $\log_{10}$ | μ| retta parallela all'asse 0dB. Se manca si traccia la retta lungo l'asse 0dB per tutto il diagramma

$(j\omega)^g$

Retta inclinata di 20dB/decade (moltiplicata per g) che attraversa tutto il diagramma e passa dal punto 10^0 all'intersezione con la retta di μ oppure se manca di 0dB

$(1+j\omega\tau_i)$

Retta inclinata di 20dB/decade che parte dal punto τ nella retta di μ oppure se manca di 0dB. Dove τ = 1/w_c e dove w_c è il coefficiente di jw

$(1+j\omega T_i)$

Retta inclinata di 20dB/decade che parte dal punto **T** nella retta di μ oppure se manca di 0dB. Dove **T** = 1/w_c e dove w_c è il coefficiente di jw

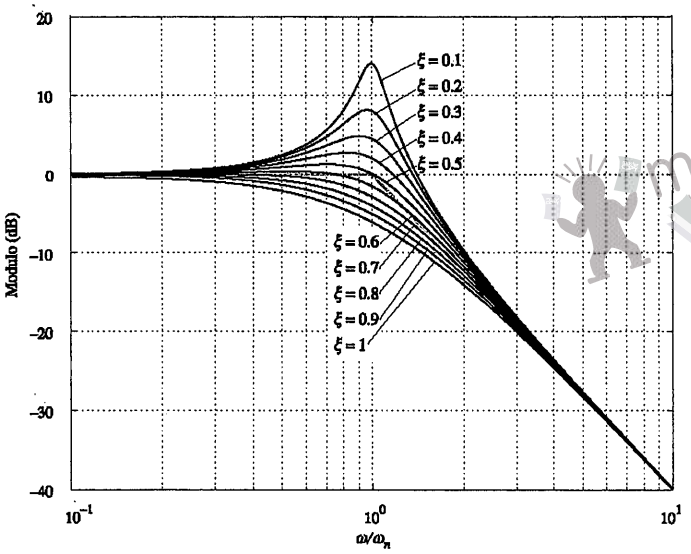
$(1+2j\zeta_i\omega/\alpha_{ni}-\omega^2/\alpha_{ni}^2)$

Retta inclinata di 40dB/decade che parte dal punto $w_n = \sqrt{T}$ nella retta di μ oppure se manca di 0dB. Dove **T** = 1/coefficiente termine quadro.

$(1+2j\xi_i\omega/\omega_{ni}-\omega^2/\omega_{ni})$

Retta inclinata di 40dB/decade che parte dal punto $w_n = \sqrt{T}$ nella retta di μ oppure se manca di 0dB. Dove **T** = 1/coefficiente termine quadro. Inoltre calcoliamo anche il termine ξ = [w_n x coeff.di jw] / 2 che ci dice quanto scosta il diagramma reale da quello asintotico.

Diagramma de valore ξ (il suo valore è sempre compreso tra 0 e 1)



master COPY

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

Tracciati tutti i contributi si sommano algebricamente, formando il diagramma asintotico…e da questo si traccia qualitativamente il diagramma reale.

- **Diagramma della fase**

PS: sono tutte linee orizzontali parallele

μ μ > 0 retta orizzontale a 0° su tutto il diagramma
μ < 0 retta orizzontale a – 180° su tutto il diagramma

$(j\omega)^g$ g > 0 retta orizzontale a – 90°g su tutto il diagramma
g < 0 retta orizzontale a 90°g su tutto il diagramma

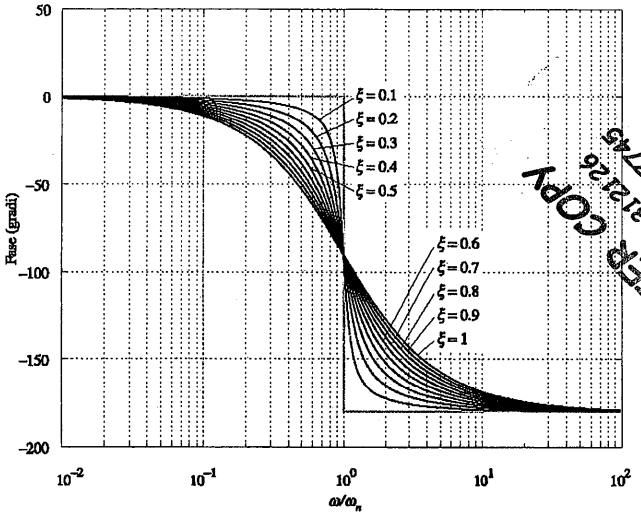
$(1+j\omega\tau_i)$ Retta orizzontale a 90° che parte dal punto τ

$(1+j\omega T_i)$ Retta orizzontale a – 90° che parte dal punto **T**

$(1+2j\zeta_i\omega/\alpha_{ni}-\omega^2/\alpha_{ni}^2)$ Retta orizzontale a 180° che parte dal punto w_n

$(1+2j\xi_i\omega/\omega_{ni}-\omega^2/\omega_{ni})$ Retta orizzontale a – 180° che parte dal punto w_n

Diagramma de valore ξ (il suo valore è sempre compreso tra 0 e 1)



Tracciati tutti i contributi si sommano algebricamente, formando il diagramma asintotico…e da questo si traccia qualitativamente il diagramma reale.

Criterio di Bode

Se la funzione di trasferimento d'anello L (s) non ha poli con parte reale positiva (P=0) e se inoltre il diagramma del modulo di Bode della L (s) attraversa una sola volta l'asse a 0dB allora il sistema si dirà asintoticamente stabile se risulta μ > 0 e margine della fase > 0.

Margine di guadagno K_m

Misura la distanza in corrispondenza alla pulsazione w_p per la quale si ha una fase di – 180° tra il valore del modulo della funzione e l'asse a 0 dB. Se tale valore non esiste allora $K_m = \infty$

