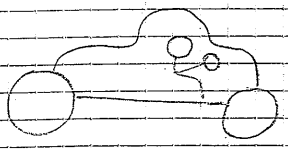
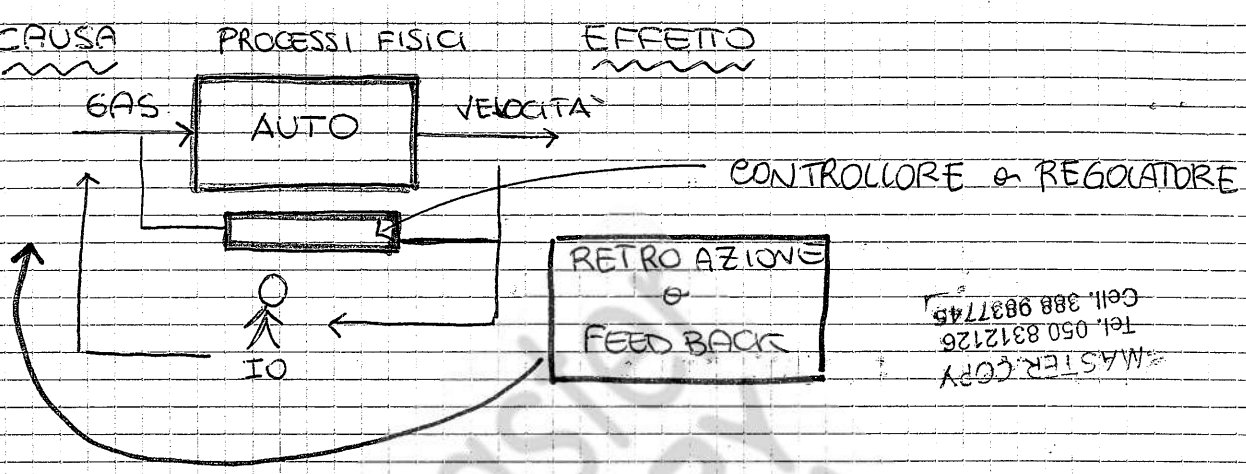
Voto: 28

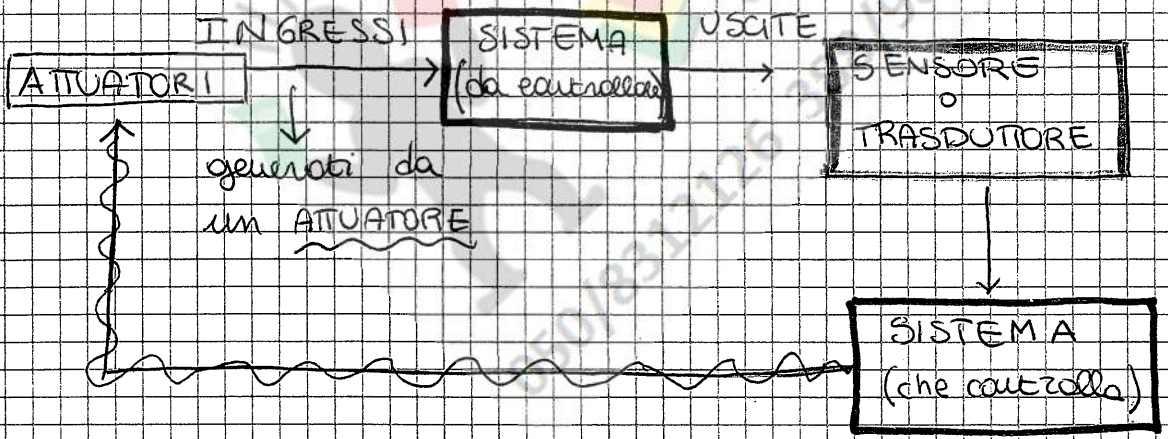


Ho un'auto e voglio viaggiare a 85km/h → e diminuisco o accelero se diminuisce la velocità o se aumenta. → scelgo io



MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

Nelle auto moderne c'è il CRUISE CONTROL che compie questo lavoro per me.



In ogni sistema posso trovare dei sottosistemi. Questo procedimento posso averlo sia per processi fisici che biologici.

Devo descrivere i miei sistemi in modo astratto e per questo utilizzo la matematica della teoria dei sistemi.

prende dalla casa e uscite e regisce come effetto di regolare gli attuatori.

- TEORIA DEI SISTEMI
  - DINAMICA
    - → eq. differenziali
    - → Metodo della Trasformata di Laplace (x sist. lineari o linearizzabili)
  - CONTROLLI AUTOMATICI

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

DINAMICA

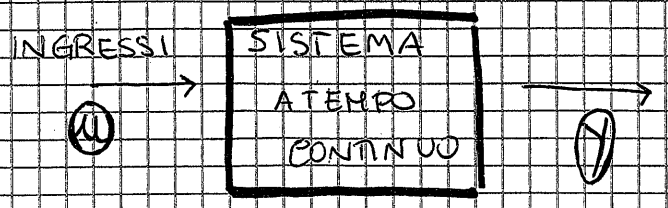
SISTEMA DINAMICO : CONCETTO PRIMITIVO
qualsiasi oggetto fisicamente definibile sul quale agiscono cause e si possono misurare gli effetti.

descritta da: ① eq. differenziali $\dot{x} = f(x,u)$ SIST. DINAMICI A TEMPO CONTINUO

② eq. alle differenze $x(k+1) = f(x(k), u(k))$ $k \in \mathbb{N}$ SIST. A TEMPO DISCRETO

③ descrizioni linguistiche
IF... THEN... ELSE ⟶ a eventi

STATO : (del sistema dinamico) a tempo t_0
l'insieme di informazioni V necessarie per poter determinare tutte le uscite del sistema dal tempo t_0, data la conoscenza degli ingressi a tempo t_0 in poi



u è determinato da t_0 in poi

EX: $\dddot{y} + 4\ddot{y} + 28\dot{y} + \frac{1}{\pi} y = 5u$

→ all'istante t_0 devo dare le condizioni iniziali, così sono in grado di determinare univocamente la sol.

→ il t_0 è arbitrario

→ ho bisogno di 3 condizioni iniziali che evolvono nel tempo e dunque ho bisogno di 3 variabili di stato

$$\begin{cases} \dot{\underline{x}}(t) = f(\underline{x}(t), u(t)) \leftarrow \text{EQ. STATO} \\ y(t) = g(\underline{x}(t), u(t), t) \leftarrow \text{EQ. USCITA} \end{cases}$$

(IN) (OUT)

→ a secondo del tempo la variabile può cambiare è TEMPO VARIANTE

$\underline{x}(t) \in \mathbb{R}^n$

$\underline{u}(t) \in \mathbb{R}^m$

$\underline{y}(t) \in \mathbb{R}^p$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

Se non vi è esplicita dipendenza da t il sistema è STAZIONARIO

L'evoluzione del sistema a partire da condizioni iniziali e dagli ingressi non dipende dall'istante iniziale (X)

→ a partire di ingresso applicato e condizioni iniziali l'evoluzione del sistema non dipende dall'istante iniziale t_0.

→ per convenzione, nei sistemi stazionari si assume $t_0 = 0$

Se $\underline{u}(t)$ è presente in $g(\cdot)$, il sistema si dice PROPRIO.

Se $\underline{u}(t)$ NON è presente di $g(\cdot)$, il sistema si dice STRETTAMENTE PROPRIO

ex. amplificatore

$u(t) \longrightarrow |K| \longrightarrow y(t) = K\,u(t)$

Si ricava che $u(t)$ è una relazione tra ingresso e uscita.

(P) → vedo nello stesso ist. di tempo

(SP) → vedo nell'istante (t_0^+) → più accumulazione dopo rispetto a t_0

Nella realtà esistono solo sistemi (SP), ma a causa delle caratteristiche troppo veloci che cambiano considereremo tutti come (P)

$$\text{Se} \begin{cases} \dot{\underline{x}} = A(t)\,\underline{x}(t) + B(t)\,\underline{u}(t) \\ \underline{y}(t) = C(t)\,\underline{x}(t) + D(t)\,\underline{u}(t) \end{cases} \quad \text{SISTEMA LINEARE}$$

($\underline{x}$: n, $\underline{u}$: m, $\underline{y}$: p)

↓

cambiamento numero di stati e di ingressi

- $A(t) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ → matrice quadrata

  n righe

  n colonne → come soluzioni

- $B(t) \in \mathbb{R}^{n \times m}$ n righe, m colonne

  m → dimensione vettore $\underline{u}(t)$

- $C(t) \in \mathbb{R}^{p \times n}$ e • $D(t) \in \mathbb{R}^{p \times m}$

È un sistema proprio, se mai ci fosse D sarebbe (SP)

Sist lineare → si possono compiere

$u_1 \longrightarrow y_1$

$u_2 \longrightarrow y_2$

α_1 e α_2 numeri $\in \mathbb{R}$

• $\alpha_1 u_1 + \alpha_2 u_2 \longrightarrow \alpha_1 y_1 + \alpha_2 y_2$ • VI: stesse condizioni iniziali stesse.

ingressi uscite

È importante perché in un sist. lineare vale la SOVRAPPOSIZIONE degli EFFETTI quindi per calcolare uscita di un' eq differiale posso spezzare entrate e calcolare uscite singolarmente e poi sommarle!

Sist. lineare e stazionario ⇒ A, B, C, D sono matrici costanti

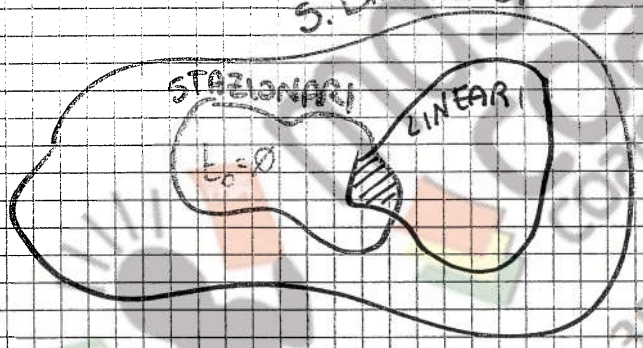
$$\begin{cases} \dot{\underline{x}} = A\underline{x} + B\underline{u} \\ \underline{y} = C\underline{x} + D\underline{u} \end{cases}$$

x, y, u sono sempre in funz. del tempo. Lo vedo perché ho derivata x.

↓

(SP)

nell'eq. di uscita non compare Du



$$\begin{cases} \dot{\underline{x}}(t) = f(\underline{x}(t), \underline{u}(t)) \\ \underline{y}(t) = g(\underline{x}(t), \underline{u}(t)) \end{cases}$$

STAZIONARIO: no esplicita dipendenza da t

$\underline{x}(t) \in \mathbb{R}^n$ → spazio di STATO $\left(\underline{x}(t) \in \underline{X} \subseteq \mathbb{R}^n\right)$

DEF:
Lo stato $\underline{x}_0 \in \mathbb{R}^n$ si dice **STATO DI EQUILIBRIO** per l'ingresso $\underline{u}(t)$ se $f(\underline{x}_0, \underline{u}(t)) = 0 \quad \forall t$.

$\Longrightarrow \dot{x}(t) = 0$ se la funz $f(\underline{x}_0, \underline{u}(t)) = 0$

EQ. dipende dalla scelta dell'ingresso. (x_0)

Se ho uno stato di eq vuol è detto che l'uscita sia in eq ⇒ sistema (SP) ?
non è detto che abbia un sist. (SP)