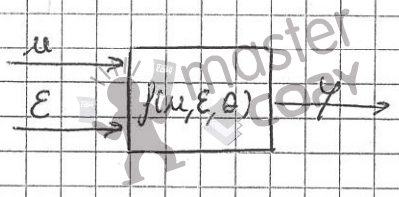
30/09/2020

PROBLEMA di CONTROLLO

- imporre una modalità di funzionamento desiderata a un sistema sotto controllo

l'impianto è un <u>sistema dinamico</u> → si comporta secondo leggi fisiche



- u : ingressi manipolabili
- ε : ingressi non manipolabili (disturbi)
- f : legge fisica a cui il sistema obbedisce
- θ : parametri del sistema (es) massa, inerzia)

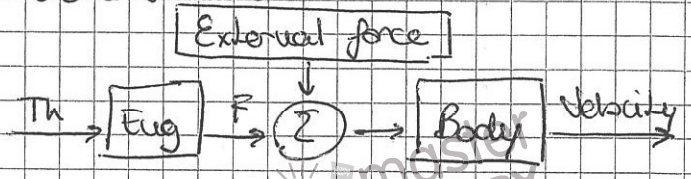
(es) <u>regolazione della velocità di crociera</u> (x mantenere la solita velocità)

<u>sistema</u> : auto

<u>ingresso manipolabile</u> : pedale acceleratore

<u>disturbo</u> : pendenza della strada

<u>schema a blocchi</u> :

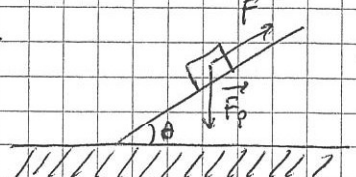


se consideriamo l'auto come un sistema puntiforme :

$$m\frac{dv}{dt} + \alpha|v|v + \beta v = \gamma u - mg\sin\theta \quad \Leftrightarrow \quad ma = \sum_i F_i$$

$m\frac{dv}{dt}$ = inerzia

$\gamma u - mg\sin\theta$ = forze esterne



$$\approx$$

$$m\frac{dv}{dt} + \beta v = \gamma u - mg\theta$$

che Relazione c'è con il problema di controllo?

io voglio controllare la velocità

un sistema di regolazione e controllo è un sistema dinamico che agisce sull'impianto sulla base del confronto fra l'uscita desiderata e l'uscita misurata

la struttura di regolazione e controllo descritta prevede la retroazione del segnale di uscita verso l'ingresso del controllore

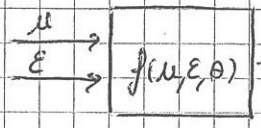
le strutture di regolazione sono controlli in ciclo chiuso e sono controlli robusti

attraverso → equazioni di stato
→ funzioni di trasferimento

piramide CMM → per capire perché gli ingegneri gestionali studiano controlli automatici

master copy
master COPY COPISTERIA

SISTEMI DINAMICI:



(es) cruise control

forma standard delle equazioni di stato:

$$\dot{x} = f(x, u, t, \theta) \qquad x \in \mathbb{R}^n, \ u \in \mathbb{R}^m, \ \theta \in \mathbb{R}^q, \ t \in \mathbb{R}$$

$$y = g(x, u, t, \theta) \qquad y \in \mathbb{R}^p$$

$$x(t_0) = x_0 \qquad x_0 \in \mathbb{R}^n$$

valore dello stato a tempo t_0 (quindi è dato, è un numero)

quindi x ha n componenti:

$$\underline{x} = \begin{cases} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{cases}$$ (così come y e u)

- se i vettori dipendono da t allora sono tempodipendenti (s. dinamico)
- se i vettori non dipendono dal tempo allora il sistema è stazionario

lo stato è la condizione minima da sapere per risolvere il sistema in qualsiasi istante di tempo

(es) della mia macchina: due variabili di stato: s e v; due ingressi: u e θ; una uscita

x_1 = posizione (s)

x_2 = velocità (v)

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = \dfrac{d}{dt} x_1 = x_2 \\ \dot{x}_2(t) = \dfrac{d}{dt} v = a = -\dfrac{\alpha}{m}|x_2|x_2 - \dfrac{\beta}{m}x_2 + \dfrac{\gamma}{m}u - g\sin\theta \end{cases}$$

$\downarrow$

non appare la t

le forme standard sono la fondamenta del nostro linguaggio

master COPY COPISTERIA

eq. di stato a tempo discreto:

descritta dalle equazioni alle differenze finite

$$x(k+1) = f(x(k), u(k), k, \theta) \qquad k \in \mathbb{N}$$
$$y(k) = g(x(k), u(k), k, \theta)$$
$$x(k_0) = x_0$$

→ il tempo Δt non è specificato ed esplicitato

→ al posto di t ho k e proseguo con $k+1$, $k+2$, $k+3$, ...

→ risolvo l'eq. con k posso risolverle tutte sostituendo $k+1$, $k+2$, ...

→ tutti i segnali vengono prima campionati

es il bilancio dello stato è discreto perché ho scadenze settimanali o mensili

es la produzione di parrucche è discreta (produco 3 parrucche, non π parrucche)

Stati di equilibrio di un sistema

dato il sistema $\dot{x} = f(x, u, t; \theta)$

dato un segnale di ingresso $u(t)$

uno stato $\tilde{x}$ si dice di equilibrio se $0 = f(\tilde{x}, u(t), t, \theta)$

↓

il sistema non si muove da $\tilde{x}$

una volta in $\tilde{x}$ per questo ingresso il sistema non si muove più da $\tilde{x}$

Linearizzazione delle eq. attorno a uno stato di equilibrio

- forma standard mettendo i parametri θ
- sistemi stazionari

ingresso: $\tilde{u} = u(t) \quad \forall t \geq t_0$

stato di equilibrio: $\dot{\tilde{x}} = f(\tilde{x}, \tilde{u})$

$0 = f(\tilde{x}, \tilde{u})$ $\Rightarrow$ $\Delta x = x - \tilde{x}$, $\Delta u = u - \tilde{u}$

→ Scrivo le equazioni di stato attraverso la serie di Taylor centrata nello stato di equilibrio

$$\dot{x} = \dot{x} - \dot{\tilde{x}} = \Delta\dot{x} = f(x, u) =$$

$$= \underbrace{f(\tilde{x}, \tilde{u})}_{0} + \left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{\substack{x=\tilde{x} \\ u=\tilde{u}}} \Delta x + \left.\frac{\partial f}{\partial u}\right|_{\substack{x=\tilde{x} \\ u=\tilde{u}}} \Delta u + o(\|\Delta x\|^2) + o(\|\Delta u\|^2)$$