27/09/2021

Libro: Anderson

GASDINAMICA: studia le condizioni di flusso in cui gli effetti di comprimibilità non sono trascurabili

Cosa succede quando ci sono effetti di comprimibilità?

1) Flusso tutto supersonico: gli stessi limite ci sono, ma i meccanismi predominanti di formazione dei carichi aerodinamici sono quelli dovuti alla comprimibilità (ci sono anche quelli legati alla viscosità, ma sono meno)

↳ finché il flusso è attaccato, il modello potenziale è sufficiente per trovare i carichi aerodinamici, ma devo comunque sapere dov'è lo strato limite, perché per usare questo modello semplificato lo strato limite deve essere attaccato

↓

noi usiamo un modello potenziale, stando attenti che sia applicabile (strato limite non separato)

↓ il flusso supersonico è molto più semplice del subsonico, perché gli effetti 3D si sentono solo in piccole zone, quindi la maggior parte dell'ala si comporta come se fosse in 2D

2) Flusso subsonico: le forze aerodinamiche sono date sia dalla viscosità del flusso (viscosità) sia dalla comprimibilità, perché la comprimibilità dà una "correzione" delle forze aerodinamiche

3) Flusso transonico: è molto complicato a causa dell'interazione tra strato limite e onde d'urto che si perturbano, quindi spesso abbiamo separazione dello strato limite, che non ci permette di usare teorie semplificate come la teoria potenziale

→ NOMENCLATURA: lettere maiuscole (E, S, H) → misure estensive (di massa del sistema)

lettere minuscole (e, s, h) → proprietà per unità di massa

→ GAS IDEALI:

Entalpia: $H = E + PV$ P, V, T, N

$h = e + pv$ ↳ $v = \frac{1}{\rho}$

Calori specifici: il calore specifico è la variazione di calore per una variazione di temperatura

$$C_v = \left(\frac{\delta q}{\delta T}\right)_V \iff c_v = \left(\frac{\delta q}{\partial T}\right)_v$$

C_v: energia specifico a volume costante

$$C_p = \left(\frac{\delta q}{\partial T}\right)_p \iff c_p = \left(\frac{\partial q}{\partial T}\right)_p$$

$$dE = \delta q - P dV \iff de = \delta q - P dv = \delta q - P d\left(\frac{1}{\rho}\right)$$

$$c_v = \left(\frac{\partial q}{\partial T}\right)_v = \left(\frac{\partial e}{\partial T}\right)_v$$

$$h = e + Pv \longrightarrow dh = de + d(Pv) + P dv = \delta q - P dv + P dv + v dP$$

$$c_p = \left(\frac{\partial q}{\partial T}\right)_p = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p$$

Coefficiente di comprimibilità:

$$\alpha = -\frac{1}{v}\left(\frac{\partial v}{\partial P}\right)_* = -\rho\left(\frac{\partial (1/\rho)}{\partial P}\right)_*$$

$$\frac{1}{E} \quad = -\rho\left(-\frac{1}{\rho^2}\right)\left(\frac{\partial \rho}{\partial P}\right) = \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial P}\right)_*$$

$$\alpha_T = \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial P}\right)_T = \frac{1}{E_T}$$

A temperatura costante

$$(\alpha_T)_{aria} \simeq 10^{-2}\ (kPa)^{-1}$$

$$(\alpha_T)_{H_2O} \simeq 5 \cdot 10^{-7}\ (kPa)^{-1}$$

$h(\rho, P)$ → è un'eq. di stato, ma posso vederla in due forme:

Eq. termica di stato → $P = P(v, T)$

Eq. calorica di stato → $e = e(v, T)$ → fissata la 1 ho dei vincoli sulla 2

(1) $\left.\frac{\partial e}{\partial v}\right|_T = T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v - P$

(2) $c_p - c_v = T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P$

(3) $a^2 = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_T + \frac{T}{c_v \rho^2}\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_\rho^2 = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_S$

$$a^2 = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_S$$

$$\alpha_S = \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial P}\right)_S = \frac{1}{\rho a^2}$$

$$\left.\frac{\partial e}{\partial v}\right|_T = T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_T - P \longrightarrow de = T ds - P dv \qquad \delta q = T ds$$

$\downarrow s(v,T)$

$$ds = \left.\frac{\partial s}{\partial v}\right|_T dv + \left.\frac{\partial s}{\partial T}\right|_v dT$$

$$de = \left(T\left.\frac{\partial s}{\partial v}\right|_T - p\right)dv + \left.\frac{\partial s}{\partial T}\right|_v dT$$

$$\left.\frac{\partial e}{\partial v}\right|_T dv + \left.\frac{\partial e}{\partial T}\right|_v dT$$

$e(v,T)$

$$\left.\frac{\partial e}{\partial v}\right|_T = T\left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_T - p = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v - p$$

$$d(\underbrace{e - Ts}) = Tds - Tds - sdT - pdv$$

$\Phi(T,v)$

$$\left.\frac{\partial \Phi}{\partial T}\right|_v = -s \qquad \left.\frac{\partial \Phi}{\partial v}\right|_T = -p$$

$$\left.\frac{\partial p}{\partial T}\right|_v = \left.\frac{\partial s}{\partial v}\right|_T$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial T \partial v} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial v \partial T} \rightarrow \frac{\partial}{\partial T}(-p) = \frac{\partial}{\partial v}(-s)$$

$\boxed{p = \rho RT}$ → equazione termica di stato

$$PV = NRT; \quad R \simeq 8314{,}5 \ J/Kmol\cdot K$$

$$\frac{PV}{N\cdot m} = \frac{NRT}{N\cdot m}$$

↳ massa molare

$$Pv = \left(\frac{R}{m}\right)T$$

$\frac{R}{m} = R$ → non è universale!

$$R_{aria} = \frac{8314{,}5 \ J/Kmol\cdot K}{28{,}97 \cdot Kg/Kmol} \simeq 287 \ J/Kg\,K$$

$$Pv = RT \Rightarrow p = \rho RT$$

1) $\left.\frac{\partial e}{\partial v}\right|_T = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v - p = T\left(\frac{R}{v}\right) - p = p - p = 0$

$$p = \frac{RT}{v} \rightarrow \left.\frac{\partial p}{\partial T}\right|_v = \frac{R}{v} \rightarrow e(T) \neq v$$

$$c_v = \left.\frac{\partial e}{\partial T}\right|_v \Rightarrow c_v(T)$$

$$e(T) = e_0 + \int_{T_0}^{T} c_v(\xi)\,d\xi$$

$$c_p - c_v = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_\rho \left[\frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{1}{\rho}\right)\right]_p = -\frac{T}{\rho^2}\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_\rho \left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_p$$

$$p = \rho R T \rightarrow \frac{\partial p}{\partial T} = \rho R \; ; \; \frac{\partial \rho}{\partial T} = -\frac{\rho}{RT^2}$$

$$\rho = \frac{p}{RT}$$

$$c_p - c_v = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_\rho = T\left(\frac{R}{v}\right)\frac{R}{\rho} = R \; (= \text{costante})$$

$$\rightarrow c_p = c_v + R$$

$$h(T) = \int_{T_0}^{T} c_p(t)\, dt + h_0$$

Gas termicamente perfetto $p = \rho R T$ ‖ Gas caloricamente perfetto $c_v = \text{costante} \neq T$

$$e = c_v T + e_0$$

$$h = c_p T + h_0$$

$$\frac{c_p}{c_v} = \gamma \quad (\gamma_{aria} \approx 1{,}4)$$

$$c_p - c_v = R \rightarrow c_v = \frac{R}{\gamma - 1}$$

$$c_p = \frac{\gamma}{\gamma - 1} R$$

$c_v \approx 717 \; J/kg\,K$

$c_p \approx 1004 \; J/kg\,K$

master COPY

master COPY

30/09/2021

$[P = \rho RT]$ → EQUAZIONE TERMICA DI STATO

$R = \frac{\mathcal{R}}{m}$ → costante universale dei gas; → massa molare

$R \tilde{=} 287 \frac{J}{Kg\,K}$

→ Se vincolo questa equazione termica di stato, ho automaticamente dei vincoli sull'ep. calorica di stato → Il vincolo più importante è che l'energia interna dipende solo dalla temperatura → $e(T)$ → GAS TERMICAMENTE PERFETTO → $\left[e(T) = \int_{T_0}^{T} C_v(T)\,dT + cost\right]$

Se assumo anche che il gas sia CALORICAMENTE PERFETTO, $C_v = cost$

→ $\left[e(T) = C_v T + e_0\right] \longrightarrow \left[h(T) = c_p T + h_0\right]$ (e_0: costante)

→ $C_p - C_v = R$

$\frac{C_p}{C_v} = \gamma = cost = \frac{5}{7}$ per gas biatomico (aria) $\simeq 1.4$

$\left[C_p = \frac{\gamma}{\gamma - 1} R\right]$

$\left[C_v = \frac{R}{\gamma - 1}\right]$

→ TRASFORMAZIONE ISOENTROPICA:

Prendiamo il 1° principio della termodinamica in forma differenziale → a) $Tds = \underbrace{c_p dT}_{dh} - v dP = c_p dT - \frac{RT}{P} dP$

($v = \frac{1}{\rho}$; $P = \rho RT$; $Pv = RT \rightarrow v = \frac{RT}{P}$)

Dividendo a) per T ottengo: $ds = c_p \frac{dT}{T} - R \frac{dP}{P}$ → questa è una funzione differenziale integrabile perché ds è funzione di stato

↓

Sono automaticamente rispettate le condizioni tali per cui su circuito chiuso deve essere zero

Cosa si integra? Sto lavorando nelle variabili indipendenti T e P e troverò una relazione che lega T e P per una trasformazione isentropica

↓

Ogni circuito per integrare la forma differenziale è buono, quindi ne scelgo uno semplice → Faccio 2 integrazioni successive

