GASDINAMICA

master COPY

master COPY COPISTERIA

Appunti delle Lezioni

+

Domande d'esame

A cura di Sara e Selene

master COPY

Prof. Camarri


master
COPY


master
COPY


master
COPY

Capitolo 1)
Nozioni di base

1.1 Grandezze termodinamiche

Le grandezze o proprietà termodinamiche si suddividono in:

- ***Proprietà estensive***: il cui valore dipende dalle dimensioni del campione (massa, peso, volume, lunghezza, energia)
- ***Proprietà intensive***: il cui valore NON dipende dalle dimensioni del campione (densità, volume specifico, pressione, temperatura)

Se ad esempio consideriamo ***l'entalpia H***, che è una grandezza termodinamica di interesse nelle trasformazioni termodinamiche, abbiamo che questa è data da:

$$H = E + pV$$

↓

Energia interna: forma di energia strettamente correlata alla temperatura

Dalla quale è possibile definirla anche nella sua forma specifica, ***entalpia specifica h***:

$$h = e + pv$$

e: Energia interna specifica — v: Volume specifico $v = \frac{V}{M} = \frac{1}{\rho}$

1.2 Primo principio della termodinamica

Primo principio della termodinamica: se consideriamo un sistema chiuso che compie una trasformazione ciclica, abbiamo che la variazione di energia interna è pari alla differenza tra il calore Q scambiato dal sistema con l'ambiente esterno e il lavoro L compiuto dal sistema sull'ambiente esterno (con i rispettivi segni):

$$\Delta E = Q - L$$

- Q>0 -->assorbito dal sistema
- Q<0 -->ceduto dal sistema
- L>0 -->compiuto dal sistema
- L<0 -->esercitato sul sistema

Primo principio della termodinamica in forma differenziale:

$$dE = dQ - p\delta V$$

↓

utilizzando le proprietà intensive

↓

$$de = \delta q - p\delta V \quad (1)$$

I differenziali indicati con δ non sono esatti perché sono differenziali di funzioni che non sono funzioni di stato e che quindi dipendono dal tipo di trasformazione.

Il primo principio può essere ricavato anche in una forma alternativa, usando la definizione di entalpia specifica:

$$h = e + pv \rightarrow dh = de + d(pv)$$
$$dh = \delta q - p\delta v + p\delta v - v\delta p$$
$$\boxed{dh = \delta q - v\delta p} \quad (2)$$

1.3 Proprietà dei fluidi

Da questo momento in poi lavoriamo soltanto con proprietà intensive e andiamo a dare le definizioni di calore specifico a volume e a pressione costante.

Calore specifico a volume costante: corrisponde alla quantità di calore scambiata, in funzione di una variazione della temperatura, a volume costante:

$$c_v = \left(\frac{\delta q}{\delta T}\right)_v \rightarrow$$ per il 1° principio della termodinamica: $de = \delta q - p\delta v$ $\rightarrow$ $$c_v = \left(\frac{\partial e}{\partial T}\right)_v$$

Calore specifico a pressione costante: corrisponde alla quantità di calore scambiata, in funzione di una variazione della temperatura, a volume costante:

$$c_p = \left(\frac{\delta q}{\delta T}\right)_p \rightarrow$$ per il 1° principio della termodinamica: $dh = \delta q - v\delta p$ $\rightarrow$ $$c_p = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p$$

Rapporto tra calore specifico a pressione costante e calore specifico a volume costante $\rightarrow \gamma = \frac{c_p}{c_v}$ $\rightarrow > 1$ sempre
$\rightarrow$ x L'ARIA: $\gamma \cong 1,4$

Coefficiente di comprimibilità $\rightarrow$

$$\alpha_\# = -\frac{1}{v}\left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_\# = -\rho\frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{1}{\rho}\right)_\#$$
$$= -\rho\left(-\frac{1}{\rho^2}\right)\frac{\partial \rho}{\partial p}$$

$\rightarrow$
$$\alpha_\# = \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial p}\right)_\#$$

- Dato che esiste un coefficiente di comprimibilità per ogni tipo di trasformazione, il simbolo "#" serve proprio per indicare il tipo di trasformazione (isoterma, isoentropica, ecc..)
- Il coefficiente di comprimibilità corrisponde all'inverso di un modulo elastico (lo si vede dalla sua unità di misura)

1.4 Equazioni di stato

Per definire il mezzo di lavoro, che per noi sarà un gas perfetto, abbiamo bisogno o dell'equazione fondamentale della termodinamica per quel mezzo oppure delle equazioni di stato. Queste ultime sono:

- ***Equazione termica di stato:*** è l'equazione che fornisce il legame tra pressione, densità e temperatura ed è espressa come $p(\rho, T)$ o equivalentemente come $p(v, T)$.
- ***Equazione calorica di stato:*** è l'equazione che fornisce il legame tra l'energia interna, la densità e la temperatura ed è espressa come $e(\rho, T)$ o equivalentemente come $e(v, T)$.

Le equazioni di stato NON sono INDIPENDENTI e quindi, una volta fissata una, l'altra è soggetta a dei vincoli termodinamici. Supponendo ad esempio di fissare l'equazione termica di stato, sull'equazione calorica valgono i **3 vincoli seguenti**:

1. $\left(\frac{\partial e}{\partial v}\right)_T = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v - p$

master COPY

Dimostrazione: dalla definizione di entropia sappiamo che $\delta q = Tds$, dunque il Primo principio della termodinamica può essere riscritto come: $de = Tds - pdv$. Osservando che T e v sono le variabili indipendenti, possiamo espandere il differenziale totale nel seguente modo:

$$de = \left(\frac{\partial e}{\partial v}\right)_T dv + \left(\frac{\partial e}{\partial T}\right)_v dT \quad \text{poiché} \quad \begin{matrix} e = e(v,T) \\ s = s(v,T) \end{matrix}$$

$$= T\left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_T dv + T\left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_v dT - p\,dv$$

$$= \left[T\left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_T - p\right] dv + T\left(\frac{\partial s}{\partial T}\right) dT$$

master COPY COPISTERIA

da cui ricaviamo che: $\left(\frac{\partial e}{\partial v}\right)_T = T\left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_T - p$

Adesso riprendiamo $de = Tds - pdv$ e andiamo a sommare al primo e al secondo membro la quantità $-d(Ts)$:

$$de - d(Ts) = Tds - p\,dv - d(Ts)$$
$$d(e - Ts) = Tds - p\,dv - Tds - s\,dT$$
$$d(e - Ts) = -p\,dv - s\,dT$$

Ricordando adesso che, data una funzione f(x,y) il cui differenziale è:

$$df = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy = A\,dx + B\,dy$$

master COPY

Si ha che tale differenziale è esatto se le derivate incrociate di A e B sono uguali, cioè se: $\frac{\partial A}{\partial y} = \frac{\partial B}{\partial x}$

Poiché $d(e - Ts) = -pdv - sdT$ è un differenziale esatto allora si può dire che:

$\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v = \left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_T$ la quale, sostituita in: $\left(\frac{\partial e}{\partial v}\right)_T = T\left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_T - p$

ci permette di dimostrare che:

$$\left(\frac{\partial e}{\partial v}\right)_T = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v - p \qquad \text{C.V.D}$$