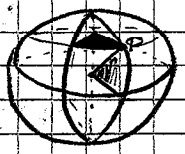
GRANDEZZE FISICHE: si dividono in VETTORIALI e SCALARI.

- Scalare: identificata da un solo numero.
- Vettore: identificato da MODULO, DIREZIONE e VERSO.
  Si rappresenta con la DEFINIZIONE e attraverso un SISTEMA di COORDINATE (cartesiane, cilindriche o sferiche).

VERSORE: vettore di modulo 1 che serve per DEFINIRE una DIREZIONE

$(\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$, $(\hat{r}, \hat{\varphi}, \hat{z})$, $(\hat{R}, \hat{\theta}, \hat{\varphi})$



Cartesiane - Cilindriche	Cartesiane - Sferiche
$x = r\cos\varphi$	$x = R\,\text{sen}\theta\cos\varphi$
$y = r\,\text{sen}\varphi$	$y = R\,\text{sen}\theta\,\text{sen}\varphi$
$z = z$	$z = R\cos\theta$

LATITUDINE: $\theta = (90° - \text{Lat})$
LONGITUDINE: φ

PRODOTTO SCALARE: $\vec{A}\cdot\vec{B} = |\vec{A}||\vec{B}|\cos\theta$ É una grandezza SCALARE!

PROPRIETÁ VERSORI: $\hat{i}\cdot\hat{i} = \hat{j}\cdot\hat{j} = \hat{k}\cdot\hat{k} = 1$ $\quad \hat{i}\cdot\hat{j} = \hat{j}\cdot\hat{k} = \hat{k}\cdot\hat{i} = 0$

PRODOTTO VETTORIALE: $\vec{C} = \vec{A}\times\vec{B}$

1) $|\vec{C}| = |\vec{A}||\vec{B}||\text{sen}\theta|$
2) Direzione: $\perp$ al piano dei 2 vettori
3) Verso: regola mano destra

Anticommutatività: $\vec{A}\wedge\vec{B} = -\vec{B}\wedge\vec{A}$

$$\vec{A}\wedge\vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} \Rightarrow (A_yB_z + A_zB_y,\ A_zB_x - A_xB_z,\ A_xB_y - A_yB_x)$$

Da cui: $\hat{i}\wedge\hat{j} = -\hat{j}\wedge\hat{i} = \hat{k}$ $\quad \hat{k}\wedge\hat{i} = -\hat{i}\wedge\hat{k} = \hat{j}$ $\quad \hat{j}\wedge\hat{k} = -\hat{k}\wedge\hat{j} = \hat{i}$

PUNTO MATERIALE: oggetto realmente PUNTIFORME e che non RUOTA e non si DEFORMA (corpo rigido)

LEGGE ORARIA: relazione fra POSIZIONE e TEMPO
$\Rightarrow \vec{R}(t) = \vec{OP}(t) = (x(t), y(t), z(t))$

TRAIETTORIA: insieme delle posizioni occupate dal pto materiale durante il moto.

VELOCITÁ MEDIA: rapporto fra lo spostamento e l'intervallo di tempo in cui é avvenuto:

$$\vec{V}_m \equiv \frac{\Delta\vec{R}}{\Delta t} = \frac{\vec{R}(t+\Delta t) - \vec{R}(t)}{\Delta t}$$

VELOCITÁ ISTANTANEA: derivata del vettore posizione rispetto al tempo:

$$\vec{V} \equiv \lim_{\Delta t\to 0} \vec{V}_m = \lim_{\Delta t\to 0} \frac{\vec{R}(t+\Delta t) - \vec{R}(t)}{\Delta t} = \frac{d\vec{R}}{dt}$$

ACCELERAZIONE: derivata della velocità rispetto al tempo:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d^2\vec{R}}{dt^2} \qquad a_m = \frac{\Delta\vec{V}}{\Delta t} = \frac{\vec{V}(t+\Delta t) - \vec{V}(t)}{\Delta t}$$

$\vec{a}$ ha una COMPONENTE PARALLELA ($\vec{a}_{\parallel}$) e una COMPONENTE PERPENDICOLARE ($\vec{a}_{\perp}$) alla traiettoria del punto, sempre diretta verso l'interno della traiettoria.

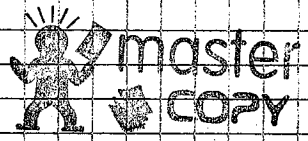
$$a_{\parallel} = \frac{d|\vec{V}|}{dt} \qquad a_{\perp} = \frac{V^2}{R}$$

MOTO UNIFORMEMENTE ACCELERATO

$$\vec{V}(t) = \vec{V}(t_0) + \vec{a}_0(t-t_0)$$

$$\vec{R}(t) = \vec{R}(t_0) + \vec{V}_0(t-t_0) + \frac{\vec{a}_0(t-t_0)^2}{2}$$

$$(V^2 - V_0^2) = 2a(s-s_0)$$



MOTO ARMONICO E MOTO CIRCOLARE UNIFORME

MOTO PERIODICO: moto che si ripete ad intervalli regolari

$$\vec{R}(t+T) = \vec{R}(t)$$

MOTO ARMONICO: moto PERIODICO secondo una legge oraria:

$$\boxed{x(t) = A_0 \cos(\omega t + \phi)}$$

A_0 = ampiezza dell'oscillazione
ω = pulsazione
ϕ = fase

$T = 2\pi/\omega$
$f = 1/T = \omega/2\pi$

Proprietà fondamentale del moto armonico: l'accelerazione è proporzionale (con costante di proporzionalità negativa) allo spostamento:

$$\boxed{a_x = -\omega^2 x}$$

Dalla formula di addizione del coseno si ottiene:

$$x(t) = A\cos(\omega t) + B\,\mathrm{sen}(\omega t)$$

$\boxed{A_0\cos(\omega_0 t + \phi)} = A_0(\cos(\omega t)\cos(\phi) - \mathrm{sen}(\omega_0 t)\,\mathrm{sen}(\phi)) = A_0\cos(\omega t)\cos(\phi) - A_0\,\mathrm{sen}(\omega_0 t)\,\mathrm{sen}(\phi) = A\cos(\omega t) + B\,\mathrm{sen}(\omega t)$

MOTO CIRCOLARE UNIFORME: è un moto PLANARE con traiettoria CIRCOLARE e MODULO della velocità costante

$$\vec{R} = (A\cos(\omega t + \phi),\ A\,\mathrm{sen}(\omega t + \phi),\ 0)$$

A = raggio
ω = velocità angolare
ϕ = fase

Le proiezioni di un moto circolare uniforme sugli assi coordinati sono 2 moti armonici.

$|\vec{V}| = \omega|\vec{R}| \qquad |\vec{a}| = \omega^2|\vec{R}| \qquad |\vec{a}| = \frac{V^2}{|\vec{R}|}$

MOTI PIANI: moti che si svolgono in un piano

$\vec{V} = \hat{\theta} V_\theta + \hat{R} V_R = \hat{R} \frac{d|\vec{R}|}{dt} + \vec{\omega} \wedge \vec{R} = \dot{R}\hat{R} + \vec{\omega} \wedge \vec{R}$

$\vec{\alpha} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \Rightarrow \alpha = \dot{\omega} = \ddot{\theta}$

Moto circolare

$\vec{a} = \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{R}) + \vec{\alpha} \wedge \vec{R} = -\omega^2 \vec{R} + \vec{\alpha} \wedge \vec{R} = -\omega^2 \vec{R} + \alpha R \hat{\theta}$

componente perpendicolare tangenziale
diretta verso il centro
accelerazione centripeta

PRINCIPI DELLA DINAMICA

SISTEMA DI RIFERIMENTO: insieme di corpi tra cui sono compresi gli strumenti di misura delle grandezze fisiche a cui siamo interessati.

FORZA: interazione tra 2 corpi che può essere:

- A DISTANZA → forze fondamentali
- PER CONTATTO → manifestazioni macroscopiche delle forze fondamentali che agiscono a livello microscopico

1° PRINCIPIO

$\exists$ almeno 1 sistema di riferimento inerziale, in cui $\Sigma \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \vec{a} = \vec{0}$

2° PRINCIPIO

La risultante di tutte le forze applicate a un pto materiale è proporzionale all'accelerazione del pto.
La costante di prop. si chiama MASSA INERZIALE:

$\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$ ed è una proprietà intrinseca del corpo

3° PRINCIPIO

Se un corpo esercita una forza su un secondo corpo, quest'ultimo esercita una forza uguale in modulo e direzione ma opposta in verso sul primo:

$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$

$\vec{a}$ in coordinate polari: $\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d(\vec{\omega} \wedge \vec{R})}{dt} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \wedge \vec{R} + \vec{\omega} \wedge \frac{d\vec{R}}{dt} = \vec{\alpha} \wedge \vec{R} + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{R})$

$= -\omega^2 \vec{R} + \alpha R \hat{\theta}$

acc. contr. (acc. tang.) $\hat{z} \wedge \hat{R} = \hat{\theta}$

FORZE IN NATURA

FONDAMENTALI: gravitazionale, elettromagnetica, debole, forte

PER CONTATTO:

- fra corpi rigidi: FORZE VINCOLARI (normali) e ATTRITI (statica e dinamico).
- fra corpi deformabili: FORZE ELASTICHE e ANELASTICHE
- fra un corpo solido e un fluido: ATTRITO VISCOSO e FORZE di PRESSIONE (spinta di Archimede)

$\vec{F}_D = -\mu_D |\vec{N}| \hat{v}$ $\quad \vec{F}_s = -\sum \vec{F}_{\parallel}$ $\quad |\vec{F}_s| \leq \mu_s |\vec{N}|$

Il ROTOLAMENTO è caratterizzato da un ATTRITO STATICO, lo STRISCIAMENTO è caratterizzato da un ATTRITO DINAMICO.

LEGGE DI HOOKE: FORZE FRA 2 CORPI DEFORMABILI ELASTICAMENTE

La forza che un corpo deformato ESERCITA su un altro è OPPOSTA e DIRETTAMENTE proporzionale alla DEFORMAZIONE del corpo:

$$\vec{F}_{el} = -K \Delta \vec{R}$$

In una dimensione: $F_x = -k(x - x_0)$

MOTO DI UNA MASSA SOTTOPOSTA AD UNA FORZA ELASTICA

Molla di lunghezza a riposo L e costante elastico K.

$$\vec{F} = m\vec{a} = -K\Delta\vec{x} \Rightarrow m\ddot{x} = -K(x - L)$$

$$X(t) = A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t) + C$$

($X(t) = C$ è la soluz. part. quando $\ddot{x} = 0$, cioè se la forza è nulla)

Sostituendo la soluzione generale nell'eq. si ottiene $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$, $C = L$

$$\Rightarrow \boxed{X(t) = A\cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}\, t\right) + B\sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}}\, t\right) + L}$$

Considerando il caso generale $X(0) = X_0$ e $\dot{X}(0) = \dot{X}_0$ si ricava:

$$\begin{cases} X_0 = A + L \\ \dot{X}_0 = \omega B \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = X_0 - L \\ B = \dot{X}_0/\omega \end{cases}$$ sostituendo:

$$\boxed{X(t) = L + (X_0 - L)\cos\left(\sqrt{\frac{K}{M}}\, t\right) + \frac{\dot{X}_0}{\omega}\operatorname{sen}\left(\sqrt{\frac{K}{M}}\, t\right)}$$

Molla lanciata $\Rightarrow \dot{x}_0 = 0$ Molla tot. compressa $\Rightarrow X_0 = 0$ Massa $V_0 \Rightarrow \dot{X}(0) = V_0$

master COPY

ATTRITO VISCOSO: forza diretta in verso opposto alla velocità relativa del corpo rispetto al fluido

$$\vec{F}_{AV} = -\beta(\vec{V} - \vec{V}_{fluido}) \qquad (\vec{V} + \vec{V}_{fluido}) = \vec{V}_{reale}$$

PRESSIONE: $P = F_\perp / S$, è uno scalare $\qquad P_{rel} = P - P_{atm}$

LEGGE DI STEVINO: $P(z) = P(0) + \rho_{fluido}\, g z$

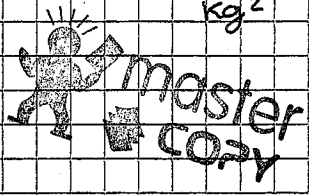
FORZA DI ARCHIMEDE: $-\rho_{fluido} V \vec{g}$

LEGGE DI GRAVITAZIONE UNIVERSALE: $|\vec{F}_G| = G\frac{m_1 m_2}{R^2}$

È una forza sempre ATTRATTIVA.

$$\vec{F}_G = -G\frac{m_1 m_2}{R^2}\hat{R}_{1\to 2} = \vec{F}_{1\to 2} = -\vec{F}_{2\to 1} \qquad G = 6{,}67\times10^{-11}\,\frac{N\,m^2}{kg^2}$$

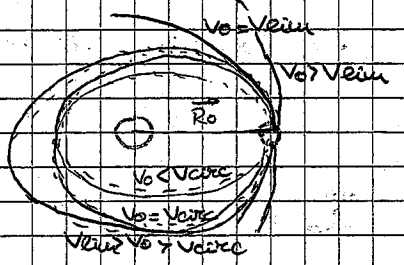
$$g(h) = \frac{GM_T}{(R+h)^2}$$



MOTO CIRCOLARE UNIFORME avviene solo se:

$$\vec{V}_0 \perp \vec{R}_0 \text{ e } m|\vec{a}| = m\frac{|\vec{V}_0|^2}{|\vec{R}_0|} = \frac{GmM_T}{R_0^2} \Rightarrow |\vec{V}_0|^2 = \frac{GM}{R_0}$$

La forza totale sulla massa m, in un moto circolare è così ripartita:



Moto ellittico: $V_0 < V_{circ}$

Moto iperbolico: $V_0 > V_{circ}$

Moto parabolico: $V_0 = V_{circ}$

LEGGI DI KEPLERO

1) Le orbite dei pianeti del sistema solare sono ellissi in cui il sole è uno dei fuochi.

2) La velocità angolare dA/dt è COSTANTE (il raggio vettore che congiunge il pianeta col sole SPAZZA AREE UGUALI IN TEMPI UGUALI)

3) Il cubo del semiasse maggiore dell'orbita è PROPORZIONALE al QUADRATO del periodo di rivoluzione.

LEGGE DI COULOMB: $|\vec{F}_C| = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$

$$\vec{F}_C = +\frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\hat{R}_{1\to 2} = \vec{F}_{1\to 2} = -\vec{F}_{2\to 1}$$