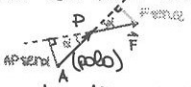
FORMULARIO MECCANICA APPLICATA

prodotto scalare $\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2 = |\vec{F}_1|\,|\vec{F}_2| \cos\alpha = F_{1x}F_{2x} + F_{1y}F_{2y}$ (risultato scalare)

prodotto vettoriale $\vec{F}_1 \wedge \vec{F}_2 = \vec{F}_3$ $|\vec{F}_3| = |\vec{F}_1||\vec{F}_2| \sin\alpha$, $0 \le \alpha \le \pi$ (regola mano destra, risultato vettore)

Momento di un vettore rispetto a un punto $\vec{M}_A = \vec{AP} \wedge \vec{F} \rightarrow |\vec{M}_A| = |\vec{AP}||\vec{F}| \sin\alpha = AP\,(F \sin\alpha) = F(AP \sin\alpha)$



Coppia: due forze parallele con stesso modulo e verso opposto.

Equazioni cardinali della statica

I) $R = \Sigma \vec{F}_i = 0$ II) $M_O = \Sigma M_{/O} = 0$ valida rispetto a qualsiasi polo

$M_A = M_O + AO \wedge R \overset{0}{=} M_O$

Lavoro $\mathcal{L} = |\vec{F}||\vec{s}| \cos\alpha$ $\begin{cases} 0 < \alpha < \frac{\pi}{2} & \mathcal{L} > 0 \text{ lavoro motore} \\ \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi & \mathcal{L} < 0 \text{ lavoro resistente} \end{cases}$

$\mathcal{L} = H \cdot \Theta$ (se coerenti)

Potenza $W = \frac{d\mathcal{L}}{dt} = \frac{d(\vec{F} \cdot \vec{s})}{dt} = \frac{d\vec{F}}{dt} \cdot \vec{s} + \vec{F} \cdot \frac{d\vec{s}}{dt} = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{s}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$ (F costante) (F scalare v) $W = H \cdot \frac{d\theta}{dt} = H \cdot \omega$

polare fissa: luogo geometrico dei punti di istantanea rotazione rispetto a un sistema fisso

polare mobile: luogo geometrico dei punti che in istanti successivi andranno a sovrapporsi ai centri di istantanea rotazione (rispetto a un sistema mobile)

Le polari rotano senza strisciare una sull'altra.

Il centro delle velocità è assoluto se uno dei 2 corpi è il telaio, semò è relativo

Macchine motrici: energia uscente di tipo meccanico

Macchine operatrici: energia entrante di tipo meccanico

Coppie cinematiche: collegamento tra componenti di un meccanismo

classificate in base a:

- gradi di libertà (min 1, max piano 2 o spazio 5)
- deformabilità: coppie rigide e non rigide (deformabili)
- livello di conformità: conformi (o combacianti) e non conformi (o non combacianti)

Coppie elementari: rigide e combacianti

Coppie superiori: non rigide e/o non combacianti

Gradi di libertà: $N \ge 3(m-1) - 2n_2 - 1n_1$

nello spazio: $N \ge 6(m-1) - 5n_5 - 4n_4 - 3n_3 - 2n_2 - 1n_1$

m = nº membri (telaio incluso)

n_i = nº coppie che tolgono "i" gradi di libertà

Bilancio energetico $\mathcal{L}_m + \mathcal{L}_p + \mathcal{L}_r = \Delta E \rightarrow \mathcal{L}_m - |\mathcal{L}_p| - |\mathcal{L}_r| = \Delta E$ (entrante, uscente)

$\begin{cases} \Delta E > 0 \text{ se } |\mathcal{L}_m| > |\mathcal{L}_p + \mathcal{L}_r| \\ \Delta E < 0 \text{ se } |\mathcal{L}_m| < |\mathcal{L}_p + \mathcal{L}_r| \end{cases}$

$P_m + P_p + P_r = P$

Rendimento: · forze e/o coppie motrici $\rightarrow \mathcal{L} > 0$

· forze e/o coppie resistenti $\rightarrow \mathcal{L} < 0$

resistenti utili $\rightarrow \mathcal{L}_r < 0$ resistenti passive $\rightarrow \mathcal{L}_p < 0$ (lavoro perso)

$\left(|\mathcal{L}_r| = \mathcal{L}_{m,0} \rightarrow \text{lavoro motore in assenza di perdite}\right)$

$\eta = \frac{|\mathcal{L}_r|}{\mathcal{L}_m} = 1 - \frac{|\mathcal{L}_p|}{\mathcal{L}_m} \rightarrow 0 < \eta < 1$

MACCHINE IN SERIE $\eta_{tot} = \eta_1 \cdot \ldots \cdot \eta_n = \frac{|\mathcal{L}_{r_n}|}{\mathcal{L}_{m_1}}$

MACCHINE IN PARALLELO $\eta_{tot} = \frac{\sum_i |\mathcal{L}_{r_i}|}{\mathcal{L}_m}$

Moto retrogrado: $\mathcal{L}'_m = |\mathcal{L}_r|$ è possibile se $\eta' > 0$

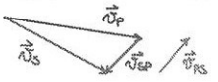
$\eta' = \frac{|\mathcal{L}'_r|}{\mathcal{L}'_m} = \frac{|\mathcal{L}'_r|}{|\mathcal{L}_r|} = \frac{|\mathcal{L}'_r|}{\mathcal{L}_{m_0}} = \frac{P'}{P_0}$ $P' < P_0 < P$

$\eta \ge \frac{K}{K+1}$ con $K = \frac{\mathcal{L}'_p}{\mathcal{L}_p}$

Velocità relativa $v_{SP} = v_S - v_P$

$v_{PS} = v_P - v_S$

$v_{SP} = \omega \wedge \vec{PS}$



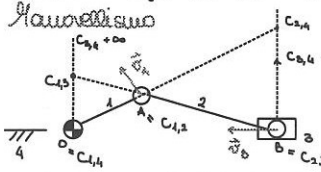
$\begin{cases} \vec{v}_C = \vec{v}_C + \vec{v}_{SC} = 0 + \vec{\omega} \wedge \vec{CS} \\ \vec{v}_C \perp \vec{CS} \\ |\vec{v}_C| = |\vec{\omega}||\vec{CS}| \sin\alpha^{\pi/2} = |\vec{\omega}||\vec{CS}| \end{cases}$

Centro delle velocità $v_C = 0$ $v_C = v_P + \omega \wedge \vec{PC} = 0$ $\omega \wedge \vec{PC} = -v_P$ $v_{CP} = -v_P$

Il centro delle velocità è assoluto se uno dei due corpi è il telaio, mentre è relativo se entrambi i corpi sono mobili. (se il corpo trasla $C \to \infty$)

Teorema di Kennedy: se ho 3 corpi i, j, k membri di un meccanismo, i 3 centri delle velocità relativi C_{ij}, C_{jk}, C_{ik} sono allineati.

Meccanismo



- O è il C_v di 1 rispetto a 4
- il C_v di 3 rispetto a 4 è a $+\infty$ perché 3 trasla con velocità v_B
- $\vec{v}_A \perp \overline{OA}$
- B è il C_v di 2 rispetto a 3
- A è sia a 1 sia a 2, quindi $v_A = v_{1,4} = v_{2,4}$

corpo 2: so velocità rispetto al corpo 4 di A e B, quindi faccio la perpendicolare trovo $v_{2,4}$
Per il teorema di Kennedy $C_{1,3}$ sta sulla retta di $C_{1,3}$ e $C_{2,3}$ ma anche su quella di $C_{1,4}$ e $C_{4,3}$

Accelerazione relativa $a_{SP} = a_S - a_P$

$a_{SP} = a_{SP_n} - a_{SP_t}$ → $a_S = a_P + a_{SP} = a_P + a_{SP_n} + a_{SP_t}$

(normale, tangenziale)

Teorema di Rivals $a_S = a_P + \omega^2 SP + \dot{\omega} \wedge PS$

$|\dot{\omega} \wedge PS| = \dot{\omega}\, PS$ $\quad |\omega^2 SP| = \omega^2 SP = \frac{v_{SP}^2}{PS} = \frac{(\omega PS)^2}{PS}$

$v_S = v_P + \omega \wedge PS$ $\quad v_{PS} = \omega \wedge PS$

$a_S = \frac{d\vec{v}_S}{dt} = a_P + \frac{d\omega}{dt} \wedge PS + \omega \wedge \frac{dPS}{dt} = a_P + \dot{\omega} \wedge PS + \omega \wedge (\omega \wedge PS) = a_P + \dot{\omega} \wedge PS - \omega^2 PS$

$(\omega \cdot PS)\cdot\omega - (\omega \cdot \omega) PS$ $\quad PS = -SP$

$a_S = a_P + \dot{\omega} \wedge PS + \omega^2 SP$ $\quad \emptyset$ perché $\omega \perp PS$

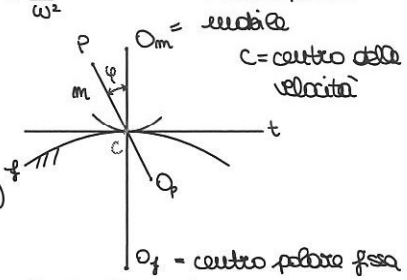
Centro delle accelerazioni → punto con accelerazione nulla $a_K = 0$

$a_K = 0 \Rightarrow a_P + a_{KP} = 0$ $\quad a_{KP} = -a_P$ $\quad \tan\alpha = \frac{|\dot{\omega} \wedge PK|}{|\omega^2 KP|} = \frac{\dot{\omega}}{\omega^2}$

$\omega^2 \vec{KP} + \dot{\omega} \wedge \vec{PK}$ $\quad \frac{|a_P|}{|a_{CP}|}$

$PK = \frac{|a_P|}{\sqrt{\dot{\omega}^2 + \omega^4}}$

centro polare mobile



C = centro delle velocità

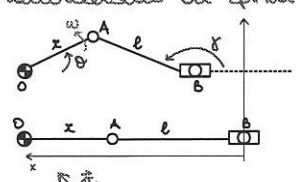
Formula di Euler-Savary: $\frac{1}{CO_f} - \frac{1}{CO_m} = \left(\frac{1}{CO_P} - \frac{1}{CP}\right)\cos\varphi$

CO_f = raggio curvatura polare fissa (distanze prese col segno)
CO_m = raggio curvatura polare mobile
O_P = centro curvatura della traiettoria di P
φ = angolo compreso tra la normale alle polari e la congiungente C col punto
t = tangente comune, mediante la quale divido il piano

Per la circonferenza del fisso ho $CO_f = +\infty$: $\frac{1}{CO_f} - \frac{1}{CO_m} = \left(-\frac{1}{CF}\right)\cos\varphi$ $\quad CF = -\left(\frac{1}{CO_f} - \frac{1}{CO_m}\right)^{-1}\cos\varphi$

$\rightarrow \frac{1}{CF} = \frac{1}{CO_P} - \frac{1}{CP}$

Meccanismo di spinta



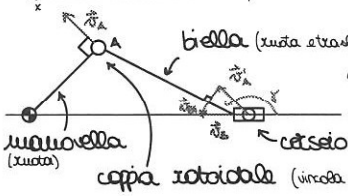
$x_B = (x+\ell) - (x\cos\theta + \ell\cos(\pi-\gamma)) = x(1-\cos\theta) + \ell(1-\cos(\pi-\gamma)) = x(1-\cos\gamma) + \ell(1+\cos\gamma)$

$x\sin\theta = \ell\sin(\pi-\gamma) = \ell\sin\gamma$ $\quad \sin\gamma = \frac{x}{\ell}\sin\theta$ $\quad \cos\gamma = -\sqrt{1 - \frac{x^2}{\ell^2}\sin^2\theta} = -1$ (con $\frac{x^2}{\ell^2} \to 0$)

$x_B = x(1-\cos\theta) = x - x\cos\theta$

$v_B = x\dot{\theta}\sin\theta$

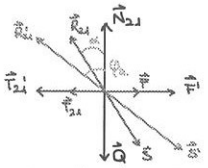
$a_B = x\dot{\theta}^2\cos\theta$



$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{BA}$ so che v_B è direzionale, allora posso trovare facilmente $\vec{v}_{BA} = \vec{\gamma} \wedge \vec{AB}$ quindi $\vec{v}_{BA} \perp \vec{AB}$ e passa per la punta di $\vec{v}_A$ trovo dunque facilmente $\vec{v}_B$ per chiudere il triangolo.

Forza tangenziale (di attrito) $T = \int \tau \, dA$ aumentando $F \Rightarrow$ aumenta φ fino a φ_a

Forza normale $N = \int p \, dA$



ATTRITO STATICO $\tan\varphi_a = \frac{T_a}{N} = f_a$ = coefficiente di adesione (o d'attrito statico)

$T \le f_a \cdot N$

ATTRITO DI STRISCIAMENTO $\tan\varphi = \frac{T}{N} = f$ = coefficiente di attrito di strisciamento (o dinamico)

$T = f \cdot N$ $\varphi < \varphi_a$

Leggi di Coulomb (dell'attrito)

1) f è indipendente dal carico (ovvero T è proporzionale a N)
2) f è indipendente dall'area apparente di contatto (che non deve coincidere con quella reale)
3) f è indipendente dalla velocità di strisciamento

Lavoro perso per attrito: $dL_p = -\underbrace{f N}_{T} \underbrace{ds}_{v \cdot dt}$

Teoria di Hertz: per i corpi elastici che rotolano: l'ampiezza della zona di contatto aumenta col carico e con le dimensioni, decresce all'aumentare del modulo elastico equivalente

Se ho due perdite non avrò una distribuzione costante di pressione, ma:



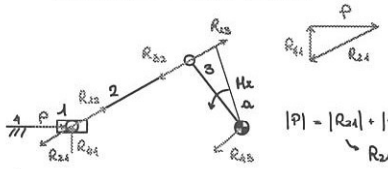
δ = parametro attrito volvente

Viene generato momento $M_p = N_{21} \cdot \delta = Q \cdot \delta$

Per avere moto costante va applicato momento motore $|M| = |M_p|$ oppure una forza $F = \frac{N_{21}\,\delta}{d}$ a dist. d

$dL_p = -M_p \omega \, dt = -N_{21}\,\delta \, d\vartheta \frac{R}{R} = -\frac{N_{21}\,\delta}{R} ds = -\frac{\delta}{R} N_{21} ds$ $\quad \frac{\delta}{R} = f_v$ coefficiente di attrito volvente

Cinematismo senza attrito

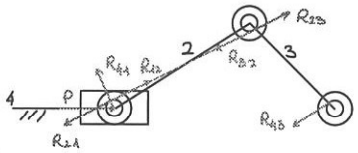


$|P| = |R_{41}| + |R_{21}|$

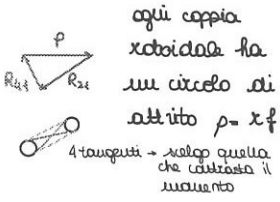
$R_{21} = R_{32} = R_{43} = \frac{M_x}{a}$

(M_x = momento resistente, noto)

Cinematismo con attrito

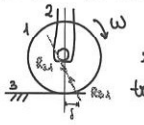


ogni coppia rotoidale ha un cerchio di attrito $\rho = r f$

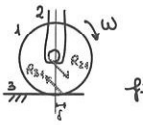


4 tangenti → scelgo quella che contrasta il movimento

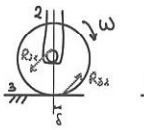
ATTRITO DI ROTOLAMENTO



ruota trascinata



ruota frenata



ruota motrice

Impuntamento



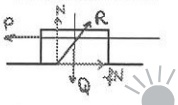
$\Sigma F = 0 \uparrow$

$\Sigma F = 0 \downarrow$ $\Rightarrow P = \frac{Q}{1 - \frac{2f}{\pi}}$

$\circlearrowleft \Sigma H = 0$

per non avere impuntamento: $1 - \frac{2f}{\pi} > 0$

Ribaltamento



c'è ribaltamento quando il punto di applicazione di R va fuori dalla base dell'oggetto

P e fN coppia che genera momento

N non è sulla stessa retta di Q perché deve compensare il momento creato.

Usura: perdita di materiale da uno o entrambi i corpi a contatto in moto relativo

- adesiva → microsaldature generate per le elevate temperature e pressioni che si rompono
- abrasiva → solcature del materiale più duro su quello più tenero o di elementi vaganti
- corrosiva → es: ruggine
- fatica superficiale → il carico non è costante nel tempo

VOLUME USURATO: $V = K N \cdot s$ (Legge di Archard) forza premente

VELOCITÀ DI USURA: $v_u = K p v$ pressione, velocità relativa

$V \propto \underbrace{fN \cdot s}_{dL_p}$

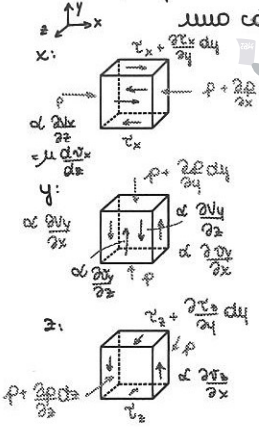
Ipotesi di Rayé: il volume asportato per usura è proporzionale al lavoro fatto dalle forze di attrito

Lubrificazione: · ridurre al massimo l'attrito
· ridurre l'usura

Il lubrificante può muoversi per due motivi: andamento lineare di $\vec{v}$ con distanza
- moto di Couette: moto del fluido prodotto dal moto relativo delle superfici con pressione costante
- moto di Poiseuille: moto del fluido prodotto dalla variazione di pressione tra due zone

Viscosità: $\mu = \frac{\tau}{\frac{\partial v}{\partial y}}$ → sforzo di taglio [N/m²] ; andamento parabolico della velocità
[N·s/m²=Pa·s] ↳ variazione di $\vec{v}$ nella direzione ⊥ al moto
dipende molto dalla temperatura: se $T \uparrow \Rightarrow \mu \downarrow$ con legge esponenziale

es. 2 corpi < uno con solo v_x, cosa accade in una porzione $dx\,dy\,dz$ del lubrificante
uno con solo v_y



sollecitazione incognita → $\frac{\partial v_x}{\partial z} \ll \frac{\partial v_x}{\partial y}$

$p\,dy\,dz - \left(p + \frac{\partial p}{\partial x}dx\right)dy\,dz + \left(\tau_x + \frac{\partial \tau_x}{\partial y}dy\right)dx\,dz - \tau_x\,dx\,dz = 0$ $\qquad \frac{\partial \tau_x}{\partial y} = \frac{\partial p}{\partial x}\mu$

$-\frac{\partial p}{\partial x}dx\,dy\,dz + \frac{\partial \tau_z}{\partial y}dy\,dx\,dz = 0$ $\qquad \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial \tau_z}{\partial y} = \mu\frac{\partial^2 v_x}{\partial^2 y}$

$\frac{\partial p}{\partial y}dy = 0$

equazione di continuità (prisma alto h)

$q_x = \int_0^h v_x\,dy \qquad q_z = \int_0^h v_z\,dy$

$q_x\,dz - \left(q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x}dx\right)dz + q_z\,dx - \left(q_z + \frac{\partial q_z}{\partial z}dz\right)dx = -v\,dx\,dz$

$\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_z}{\partial z} = v$

analogamente a x

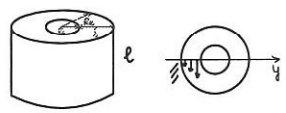
$\frac{\partial p}{\partial z} = \mu\frac{\partial^2 v_z}{\partial^2 y} \quad \left(\frac{\partial v_z}{\partial x} \ll \frac{\partial v_z}{\partial y}\right)$

Equazione di Reynolds: $\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial p}{\partial x}h^3\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial p}{\partial z}h^3\right) = -6\mu U\frac{\partial h}{\partial x} - 12\mu v$ $\quad U$ = velocità strisciamento del moto

Tipi di lubrificazione:
- idrodinamica ($v=0$) $\quad p_1 = \int_0^a p - p_a\,dx \qquad p - p_a = 6\mu U\left(h^*\int_0^x \frac{dx}{h^3} - \int_0^x \frac{dx}{h^2}\right)$
- idrostatica ($v = U = 0$) $\quad p_1 = \mu v a^3 \cdot \frac{1}{h^3}$
- per accostamento ($U=0$) $\quad p_1 = 6\mu q_x a^2 \cdot \frac{1}{h^3}$

altezza minima del moto $h_{min} = c\frac{\mu^b U^c a^d}{p_1^e}$ (dipende anche dalla rugosità)

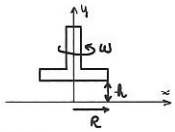
Moto viscoso



$\delta = R_e - R_i$

$v_c = \omega R_i \frac{y}{\delta}$ ↓ velocità circonferenziale $\qquad \tau = \mu\frac{\partial v_c}{\partial y} = \mu\omega\frac{R_i}{\delta} \qquad M = \tau\underbrace{2\pi R_i l}_{\text{area laterale}}R_i = \frac{\mu\omega R_i^3 2\pi}{\delta}$

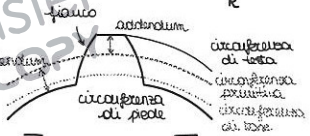
VISCOSIMETRO A PIATTELLO $\quad v_c = \omega x\frac{y}{h} \qquad \tau = \mu\frac{\partial v_c}{\partial y} = \mu\frac{\omega x}{h} \qquad M = \int_0^R 2\pi x\,dx\,\tau_{y=h}\,x = 2\pi\mu\frac{\omega}{h}\frac{R^4}{4}$



Trasmissioni meccaniche: ruota dentata, cinghie, giunti, alcuni flessibili

RUOTE DENTATE: identifichiamo sempre la motrice (1) e la cedente (2).

Rapporto di trasmissione $\tau = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{z_1}{z_2} = \frac{R_1}{R_2}$ $\quad z$ = nº denti; R = raggio primitivo



punto di contatto $\vec{\omega_1}\wedge\vec{C_1A} = \vec{\omega_2}\wedge\vec{C_2A}$ (scalta velocità) $\quad$ (in modulo) $\omega_1\overline{C_1A} = \omega_2\overline{C_2A} \Rightarrow \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\overline{C_1A}}{\overline{C_2A}}$

se C_1 e C_2 centri e A punto tangente $\tau = R_1/R_2$

Angolo di pressione: formato tra la tangente comune e la retta tangente alle circonferenze di base
↳ individua la direzione della forza scambiata nel contatto in assenza di attrito

passo $= \frac{2\pi R_1}{z_1} = \frac{2\pi R_2}{z_2} \rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{z_1}{z_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1}$ $\quad$ modulo $m = \frac{p}{\pi} = \frac{2R}{z}$

contatto tra i denti inizia nella testa del dente della conduttrice e finisce nella testa del dente della motrice

$z_{min} = \frac{2r}{1-\sqrt{1-r(2-r)\sin^2\alpha}}$ → condizione di non interferenza fra i denti → soddisfa anche la condizione geometrica (n° denti minimo)

Rendimento: $\eta = 1 - f\frac{CA}{\cos\delta}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)$ CA = parte di segmento di contatto dei denti sulla retta d'azione che va dal punto di tangenza delle circonferenze primitive fino al punto di contatto tra i denti (istantaneam)

L'ingranaggio di due ruote è detto rotismo ↙ ordinario (tutti gli assi sono fissi) epicicloidale (alcuni assi sono mobili)

Formula di Willis $r_0 = \frac{\omega_n - \omega_p}{\omega_1 - \omega_p}$ rapporto di trasm. ↳ identifichiamo: satellite, portasatellite e ruota del rotismo ordinario corrispondente

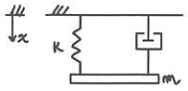
giunti: servono per trasmettere il moto tra 2 alberi che hanno assi incidenti e per assicurare la coassialità tra i 2. Tipi di giunti: rigidi, elastici, e più complessi come quelli di Cardano e Oldham

Forza d'inerzia: $F_I = -\sum_{i=1}^{n} m_i a_i = -ma_G = -\dot{Q}$ Momento F_I rispetto a O: $M_{IO} = -\sum_i m_i a_i \wedge OP_i = -\dot{K}_O - (v_O \wedge \underbrace{m v_G}_{Q})$ momento della Q

Equazione di D'Alembert: $\sum F = 0 = F_{ext} + F_I$ $\sum M_O = 0 = M_{ext_O} + M_{IO}$

Energia cinetica: $E = \frac{1}{2} m v_O^2 + \frac{1}{2} J_O \omega^2$ (se O fisso e coincide con G)

Molle e smorzatori: $F = Kx$ $F = c\dot{x}$ $F = K\theta$ $F = c\dot{\theta}$ c = viscosità

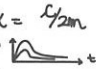


origine: nella posizione a sistema in equilibrio

fattore di smorzamento $\chi = \frac{c}{c_r}$ $c_r = \sqrt{4Km}$ $\left(\omega_n = \sqrt{\frac{K}{m}}\right)$ → $m\ddot{x} + c\dot{x} + Kx = 0$ $mz^2 + cz + K = 0$

soluzione generale $x(t) = e^{zt}$ $z_{1,2} = \frac{-c \pm \sqrt{c^2 - 4Km}}{2m} = -\omega_n\chi \pm \sqrt{\chi^2-1}\cdot\omega_n$ $\omega_n\chi = c/2m$

$\chi > 1$ $x(t) = Ae^{z_1 t} + Be^{z_2 t} = e^{-\omega_n\chi t}\left(Ae^{\sqrt{\chi^2-1}\,\omega_n t} + Be^{-\sqrt{\chi^2-1}\,\omega_n t}\right)$ moto aperiodico smorzato



$\chi < 1$ due soluzioni complesse, introduco $\omega_s = \sqrt{1-\chi^2}\,\omega_n$ $x(t) = e^{-\omega_n\chi t}\left(Ae^{-i\omega_s t} + Be^{-i\omega_s t}\right) = e^{-\omega_n\chi t} D(\sin(\omega_s t + \varphi))$

moto periodico smorzato $T = \frac{2\pi}{\omega_s}$

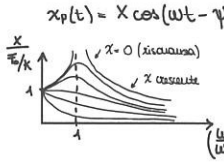
$\chi = 1$ $x(t) = e^{-\omega_n t}(E + Ft)$

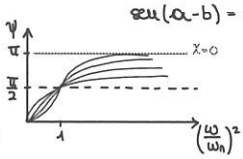
Oscillazioni torsionali $J\ddot{\theta} + c\dot{\theta} + K\theta = 0$ $\omega_n = \sqrt{\frac{K}{J}}$

Aggiungendo la forza esterna $F = F_0\cos(\omega t)$: $m\ddot{x} + c\dot{x} + Kx = F_0\cos(\omega t)$ $\cos(a-b) = \cos a\cos b + \sin a\sin b$

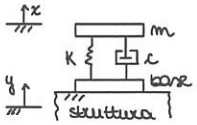
$x_p(t) = X\cos(\omega t - \psi)$ $\sin(a-b) = -\cos a\sin b + \sin a\cos b$

$X = \frac{F_0}{\text{diviso per } K = m\omega^2}\Big| \sqrt{(K-m\omega^2)^2 + c^2\omega^2} = \frac{F_0}{K}\frac{1}{\sqrt{\left(1-\frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2 + \left(2\chi\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}}$ e $\tan\psi = \frac{c\omega}{\text{diviso per } K = m\omega^2}\Big| K - m\omega^2 = \frac{2\chi\frac{\omega}{\omega_n}}{1-\frac{\omega^2}{\omega_n^2}}$





Limitazioni delle oscillazioni causate dalle oscillazioni della base:



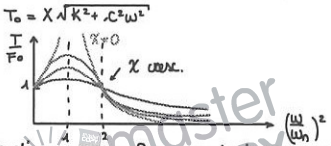
vibrometro

↓ $F_0\cos(\omega t)$

la forza T che arriva alla struttura è: $T = Kx + c\dot{x} = X[K\cos(\omega t - \psi) - c\omega\sin(\omega t - \psi)]$

il max valore assumibile da T è $T_0 = X\sqrt{K^2 + c^2\omega^2}$

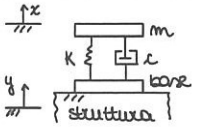
$T_0 = F_0\sqrt{\frac{1 + \left(2\chi\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}{\left(1-\frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2 + \left(2\chi\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}}$



A piccole variazioni di ω_n corrispondono piccole rigidezze della parte elastica, ovvero le sospensioni sono cedevoli

Sospensioni cedevoli danno ampiezze dell'oscillazione della massa minori.

Vibrometro a ricalo



$y - y(t) = y_0\cos\omega t$

per il teorema della sovrapposizione degli effetti, tenendo ferma una volta m e una volta la struttura otteng.: $m\ddot{x} + c(\dot{x}-\dot{y}) + K(x-y) = 0$ $s = x - y$

$m\ddot{s} + m\ddot{y} + c\dot{s} + Ks = 0$ → $m\ddot{s} + c\dot{s} + Ks = m y_0\omega^2\cos\omega t$

la soluzione a regime sarà del tipo $s = S\cos(\omega t - \psi)$

$S = y_0\frac{\omega^2/\omega_n^2}{\sqrt{\left(1-\frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2 + \left(2\chi\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}}$

$X = y_0\sqrt{\frac{1 + \left(2\chi\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}{\left(1-\frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2 + \left(2\chi\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}}$

