Ingegneria Biomedica

Teoria ed Esercizi
Del Corso di
Meccanica II

master COPY COPISTERIA

Prof. Enrico Ciulli

2020/2021

master COPY COPISTERIA

master COPY

A Cura di Deborah

Meccanica II

Argomenti Principali

1) DINAMICA → equazioni fondamentali
→ dinamica dei corpi rigidi (MANOVELLISMO DI SPINTA)
→ dinamica dei sistemi vibranti (VIBRAZIONI LIBERE E FORZATE DI SISTEMI A 1 GDL e 2 GDL)

2) MECCANICA DEI CONTATTI → a secco
→ lubrificati

3) TRASMISSIONI MECCANICHE (ruote dentate, camme, giunti, organi flessibili)

02/03/21

Notazioni

→ vettore F, v, a

→ modulo $|F| = F$ (F, v, a)

A → B AB B → A BA

$\frac{dP_S}{dt} = V_S - V_P = V_{SP}$ velocità di S rispetto a P

$V_{P_{21}} = V_{P_2} - V_{P_1}$ o $V_{21} = V_2 - V_1$

F_{21} → forza esercitata da 2 su 1

RICHIAMI DI DINAMICA DEL CORPO RIGIDO

2° PRINCIPIO DELLA DINAMICA → $F = ma$

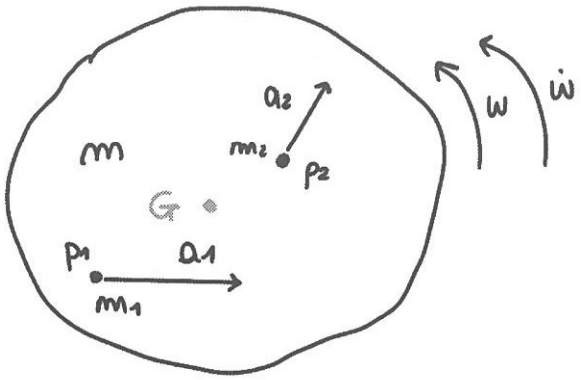
$F - ma = 0$

→ $F + F_i = 0$

↳ FORZA D'INERZIA $F_i = -ma$

Equazione di D'Alambert → $F + F_i = 0$

CORPO RIGIDO



PER TROVARE LA FORMULA DA UTILIZZARE SI SUDDIVIDE IL CORPO IN MASSE CONCENTRATE OGNUNA CON PROPRIA ACCELERAZIONE

$$m = \sum_{J=1}^{n} m_i \qquad F_J = -\sum_{J=1}^{n} m_J a_J$$

PER QUESTI SISTEMI SI CALCOLA IL BARICENTRO CHE POSSIEDE UNA VELOCITÀ, PERCIÒ È POSSIBILE DIMOSTRARE:

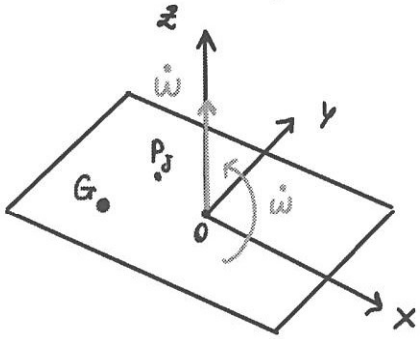
$$F_i = -m a_G$$

Momento della forza d'inerzia

$$M_{iO} = -\sum_{J=1}^{n} OP_J \wedge m_J a_J$$

$$M_{iO} = -\dot{K}_O - V_O \wedge Q$$

↳ Derivata del momento della quantità di moto



Momento della forza d'inerzia rispetto al polo O

$$M_{iO} = -\underline{J_O}\,\dot{\omega} - OG \wedge m a_O$$

↳ INERZIA DEL CORPO RISPETTO A O

ESISTONO 2 PUNTI COMODI

- IL POLO O È IL PUNTO FISSO
- IL POLO O È IL BARICENTRO

$$\longrightarrow M_{iO} = -\dot{K}_O = -J_O \dot{\omega}$$

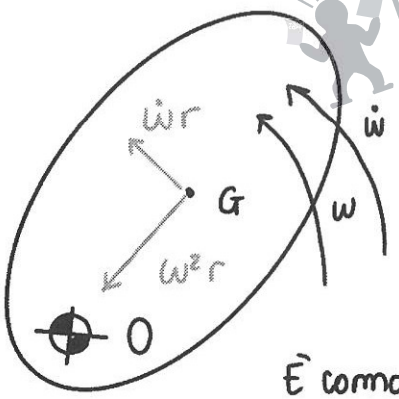
Relazione fra F_{io} e M_{io}:

$F_i = -m a_G$ $\qquad$ $M_{io} = -J_o \dot{\omega}$

$F_{ix} = -m \ddot{X}_G \, i$ $\qquad$ $M_{io} = -J_z \dot{\omega} = -J_z \dot{\omega} K$

$F_{iy} = -m \ddot{Y}_G \, J$ $\qquad$ $J_z = \sum_{J=1}^{n} m_J (x_J^2 + y_J^2)$

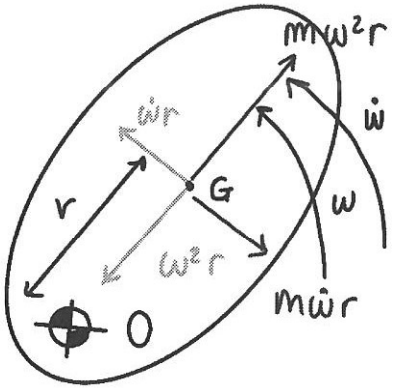
È POSSIBILE IMMAGINARE LA FORZA DI INERZIA APPLICATA NEL BARICENTRO PER IL CALCOLO DEL MOMENTO DELLA FORZA D'INERZIA ?



Il baricentro ruota attorno ad O e la sua accelerazione ha due componenti:

1) NORMALE O CENTRIPETA $\omega^2 r$
2) TANGENZIALE $\dot{\omega} r$

È comodo scomporre l'accelerazione del baricentro poichè così anche la forza d'inerzia si calcola più facilmente



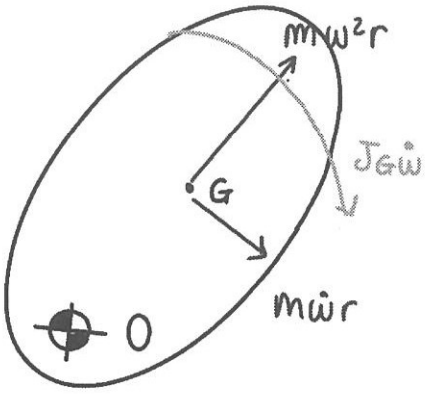
LE COMPONENTI DELLA FORZA D'INERZIA CHE NE RISULTANO SONO UNA CENTRIFUGA ($m\omega^2 r$) ED UNA TANGENZIALE CON VERSO OPPOSTO ALL'ACCELERAZIONE ($m\dot{\omega} r$)

Il momento della forza d'inerzia ha modulo $J_o \dot{\omega}$ e per il teorema di Huygens Steiner è scrivibile come:

$$J_o \dot{\omega} = (J_G + m r^2) \dot{\omega}$$

Si nota con facilità che $J_o \dot{\omega} = m \dot{\omega} r$ solamente se $J_G = 0$

↳ NON È POSSIBILE PENSARE LA F_i APPLICATA IN G SE $J_G \neq 0$ PERCIÒ LA RELAZIONE È VERIFICATA SOLO PER MASSE IDEALI PUNTIFORMI CONCENTRATE IN G.



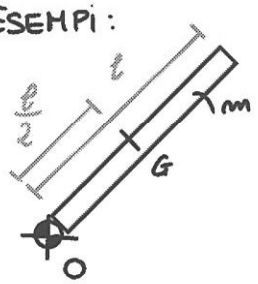
È possibile calcolare il momento delle forze d'inerzia calcolando il momento prodotto dalla forza d'inerzia calcolata nel baricentro e aggiungendo $J_G\dot{\omega}$ ovvero la parte di inerzia legata alla rotazione della massa attorno al baricentro.

master COPY

Un metodo alternativo (e scomodo) consiste nel pensare la componente tangenziale della forza d'inerzia come più distante dal polo O rispetto al baricentro, in maniera tale da produrre l'effetto equivalente a quello delle forze d'inerzia.

$$J_O\dot{\omega} = m\dot{\omega}rd \longrightarrow d = \frac{J_O}{mr}$$

ESEMPI:



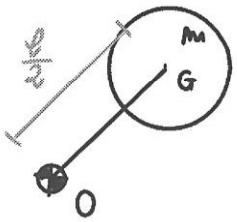
$$r = \frac{\ell}{2}$$

$$J_O = \frac{1}{3}m\ell^2$$

$$J_G = \frac{1}{12}m\ell^2$$

$$\longrightarrow d = \frac{J_O}{mr} = \frac{m\ell^2/3}{m\ell/2} = \frac{2}{3}\ell$$

$$M_{IO} = \frac{1}{3}m\ell^2\dot{\omega} = \frac{1}{12}m\ell^2\dot{\omega} + m\dot{\omega}\frac{\ell}{2}\frac{\ell}{2} = \frac{1}{12}m\ell^2\dot{\omega} + \frac{1}{4}m\ell^2\dot{\omega} = \frac{1}{3}m\ell^2\dot{\omega}$$



$$r = \frac{\ell}{2}$$

$$J_O = m\left(\frac{\ell}{2}\right)^2$$

$$J_G = 0$$

$$\longrightarrow d = \frac{J_O}{mr} = \frac{m\ell^2/4}{m\ell/2} = \frac{\ell}{2}$$

master COPY

$$M_{IO} = \frac{1}{2}m\ell^2\dot{\omega}$$