UNA macchina è composta da vari elementi che si muovono scambiando tra di loro FORZE durante i moti, i PUNTI dei vari elementi che lo compongono ~~percorrono~~ percorrono traiettorie con determinate velocità questi movimenti vengono studiati dalla cinematica. I contatti tra gli elementi, in presenza di attrito, vengono studiati dalla meccanica applicata. L'attrito viene ridotto dalla LUBRIFICAZIONE. I moti vengono trasmessi grazie alle trasmissioni.

MACCHINE E MECCANISMI

MACCHINA → qualsiasi sistema in grado di trasformare energia. È motrice se l'energia uscente è di tipo meccanico, è OPERATRICE se l'energia meccanica è entrante.
È composta da organi che sono collegati per trasmettere moti relativi e forze

MECCANISMO → aspetto cinematico di una macchina
Si definisce coppia cinematica l'insieme delle parti dei membri nella zona di contatto reciproco, all'interno di un meccanismo - una coppia può vincolare al max 2GDL nel piano e 5GDL nello spazio altrimenti si avrebbe un $\boxed{\text{COLLEGAMENTO RIGIDO}}$

GRADI DI LIBERTÀ: sono 3 nel piano e 6 nello spazio → numero di coordinate necessarie per definire la posizione di UN CORPO RIGIDO nel PIANO

$\boxed{\text{TIPI DI COPPIE CINEMATICHE}}$

- RIGIDE: nessun elemento FLESSIBILE
- NON RIGIDE: almeno 1 elemento È FLESSIBILE
- COMBACIANTI: SUP di CONTATTO AMPIA
- NON COMBACIANTI: SUP di contatto è un segmento o un punto

Le COPPIE SUPERIORI sono coppie non rigide e non combacianti

LA $\boxed{\text{COPPIA ELEMENTARE}}$ è una coppia rigida e combaciante e può essere di 3 TIPOLOGIE

- COPPIA PRISMATICA: consente una TRASLAZIONE tra due elementi
- COPPIA ROTOIDALE: consente una ROTAZIONE relativa tra i due elementi
- COPPIA ELICOIDALE: consente una ROTAZIONE & TRASLAZIONE ma i due moti devono essere legati tra loro

I MECCANISMI PIANI → sono meccanismi i cui moti, essendo tutti // tra loro fanno sì che si possano considerare PIANI

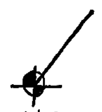
PROFILI CONIUGATI → sono le due linee che delimitano gli elementi piani nelle zone in cui avviene il contatto prendono nome di PROFILI CONIUGATI

OGNI COPPIA CINEMATICA PUÒ TOGLIERE 2 (se coppie elementari) o 1 (se coppie superiori) gradi di libertà al massimo ESSENDO il TELAIO BLOCCATO PER DEFINIZIONE

Ho che → NUMERO GDL = $N \geq 3(m-1) - 2m_2 - 1m_1$

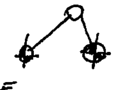
- m è numero di membri del meccanismo COMPRESO IL TELAIO
- m_2 numero di COPPIE ELEMENTARI CHE TOLGONO 2GDL
- m_1 numero di COPPIE SUPERIORI CHE TOLGONO 1GDL

$\boxed{\text{ESEMPI MECCANISMI NEL PIANO}}$



ASTA COLLEGATA AL TELAIO TRAMITE COPPIA ROTOIDALE
$m=2 \quad m_2=1 \quad m_1=0$
$N=3(2-1)-2\cdot1-0 = 1$ GDL

COPPIA DI ASTE COLLEGATE AD UN TELAIO

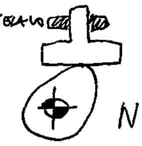


$m=3 \quad m_2=3 \quad m_1=0$
$N=3(3-1)-3\cdot2=0$

MANOVELLISMO DI SPINTA

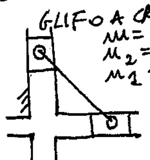
$m=4$
$m_2=4$ {3 ROTOIDALI, 1 PRISMATICA}
$m_1=0$
$N=3(4-1)-4\cdot2-0=1$ GDL

CAMMA PIATTELLO



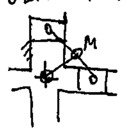
TELAIO
$m=3$
$m_2=2$ {1 PRISM, 1 ROT}
$m_1=1$ COPPIA SUP CAMMA PIATT.
$N=3(3-1)-2\cdot2-1\cdot1=1$ GDL

GLIFO A CROCE



$m=4$
$m_2=4$ {2 PRISM, 2 ROT.}
$m_1=0$
$N=3(4-1)-4\cdot2=1$ GDL

GLIFO A CROCE CON VINCOLO RIDONDANTE

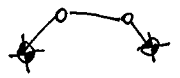


$m=5$
$m_2=6$
$m_1=0$
CONTINUA AD AVERE 1GDL CONTRARIAMENTE AL VALORE FORNITO DAL CALCOLO
$N=3(5-1)-2\cdot6=0$ GDL

GRADI DI LIBERTÀ NELLO SPAZIO → MAX SONO 6

$$N \geq 6(m-1) - 5m_5 - 4m_4 - 3m_3 - 2m_2 - 1m_1$$

QUADRILATERO ARTICOLATO

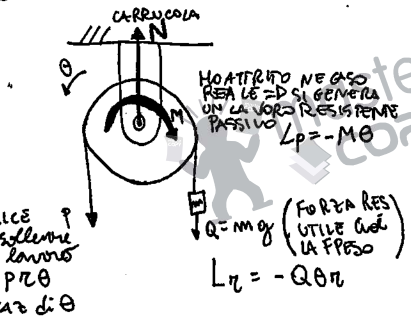


$m = 4$
$m_5 = 4$
$m_4 = m_3 = m_2 = m_1 = 0$

$$N \geq 6 \cdot (4-1) - 5 \cdot 4 = -2$$

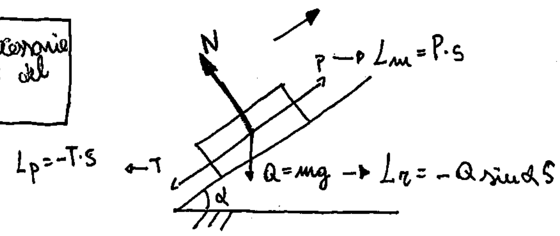
IN UNA MACCHINA AGISCONO FORZE e/o COPPIE RESISTENTI & MOTRICI, QUELLE RESISTENTI SI POSSONO SUDDIVIDERE IN UTILI E PASSIVE E COMPIONO LAVORO

ESEMPIO DI FORZE & LAVORI



FORZA MOTRICE P necessaria per sollevare m e compie lavoro motore $L_m = Pr\theta$ con una rotaz di θ

LE $\vec{N}$ sono necessarie per l'equilibrio del sistema



SI PUÒ DEFINIRE: Lavoro motore L_m → compiuto da $\vec{P}$ prod scalare di $\vec{P} \cdot \Delta s_P$
Lavoro RESISTENTE UTILE L_r → compiuto da $\vec{Q}$ " " Q "
Lavoro RESISTENTE PASSIVO L_p → compiuto da $\vec{M}$ & $\vec{T}$ prod scalare di $\vec{M} \cdot \Delta\theta$ & $\vec{T} \cdot \Delta s_T$

SI PUÒ DEFINIRE L'EQUAZIONE DI BILANCIO ENERGETICO $\Delta E = L_m - |L_r| - |L_p|$ dove E è l'energia CINETICA

RENDIMENTO → CAPACITÀ DI UNA MACCHINA DI TRASFORMARE IL LAVORO MOTORE IN UTILE $\eta = \frac{|L_r|}{L_m}$
IL RENDIMENTO VIENE solitamente calcolato quando v e quindi E sono costanti in tal caso viene VALUTATO NELLE CONDIZIONI DI REGIME

- Se le cond della macchina rimangono invariate durante il suo funzionamento → REGIME ASSOLUTO
- se variano ad intervalli di tempo costanti si parla di → REGIME PERIODICO e Δt è detto PERIODO

espressione analoga per scrivere il rendimento → $\eta = \frac{|L_r|}{L_m} = \frac{L_m - |L_p|}{L_m} = 1 - \frac{|L_p|}{L_m} \leq 1$

nel caso senza attrito ∃ un $L_{m_0} = L_m$ in assenza di perdite $L_{m_0} - |L_r| = 0$ e sostituendo il valore di L_r della FORMULA DEL RENDIMENTO ottengo che $\eta = \frac{L_{m_0}}{L_m}$

il rapporto tra L_{m_0} e L_m essendo che P & P_0 si spostano entrambe di S posso scrivere il rendimento $\eta = \frac{P_0}{P}$ e analogamente con momenti $\eta = \frac{M_0}{M}$

MOTO RETROGRADO → il rendimento può anche indicare che si verifichi o meno il moto retrogrado ovvero il funzionamento della macchina in modo opposto a quello NORMALE.

Se riducendo la forza motrice $\vec{P}$ si può trovare un valore $\vec{P}' < \vec{P}$ per cui la macchina comincia a muoversi in senso opposto, quindi con Q motrice, allora è possibile il moto retrogrado

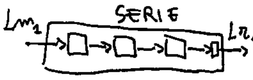
→ Può essere impedito ad esempio da un grande attrito → analiticamente posso trovare il rendimento retrogrado $L_m^{\text{motr}} = |L_r|$ dato che Q diventa motrice ⇒ $\eta' = \frac{|L'_r|}{L'_m} = \frac{|L'_r|}{|L_r|} = \frac{|L'_r|}{L_{m_0}} = \frac{P'}{P_0}$

⇒ $\eta' = \frac{P'}{P_0}$ $\eta' \geq 0$ (cond di moto retrogrado) è rispettata quando:
$\eta' \geq \frac{K}{K+1}$ dove K è il rapporto tra i lavori persi nel moto DIRETTO e nel moto retrogrado ⇒ $K = \frac{L'_p}{L_p}$

in generale il RETROGRADO È POSSIBILE SE η DIRETTO È ALTO ≈ $\eta \geq 0{,}5$

COLLEGANDO PIÙ MACCHINE IN SERIE O IN PARALLELO SI PUÒ CALCOLARE IL η_{TOT} DEL SISTEMA

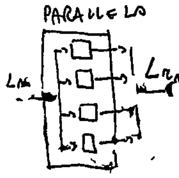
SERIE



$$\eta_{SERIE} = \prod_{i=1}^{m} \eta_i$$

IL LAVORO UTILE IN USCITA da una macchina è il lavoro motore entrante nella successiva

PARALLELO

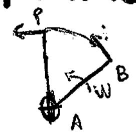


$$\eta_{PARALLELO} = \frac{\sum_{i=1}^{m} \eta_i L_{m_i}}{L_m}$$

~~Il lavoro~~ motore ~~[illegible]~~ si ripartisce tra ~~le~~ macchine proporzionalmente al rendimento, ~~il~~ lavoro utile in uscita è la somma ~~dei~~ lavori utili

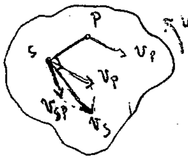
CINEMATICA aspetti legati al movimento di meccanismi in moto piano

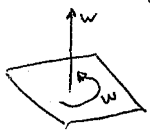
TRAIETTORIE
VELOCITÀ
ACCELERAZIONI

(es) 

per trovare il punto solidale all'asta AB con la stessa velocità dell'estremo B ma con velocità orizzontale, basta considerare il punto P del piano solidale con AB posto sulla verticale passante per A, tale che $AB = AP$

VELOCITÀ → indicando con $\vec{v}_P$ e $\vec{v}_S$ le velocità assolute di 2 generici punti P e S la VELOCITÀ RELATIVA $\vec{v}_{SP}$ di S rispetto a P è $\vec{v}_{SP} = \vec{v}_S - \vec{v}_P$ oppure $\vec{v}_S = \vec{v}_{SP} + \vec{v}_P$





w in un corpo rigido la distanza tra 2 punti è costante, QUINDI un punto si muove rispetto all'altro (FISSANDO L'ALTRO) solo su una circonferenza di raggio UGUALE ALLA DISTANZA TRA I 2 PUNTI (PS) questo raggio ha $w_r = w_{corpo}$. Il vettore velocità $\vec{v}_{SP}$ relativa è quindi ortogonale alla congiungente i 2 punti. Si trova con una traslazione della v di un punto sull'altro e applicando la regola del PARALLELOGRAMMA. convenzionalmente w ANTIORARIA corrisponde a un vettore uscente dal PIANO

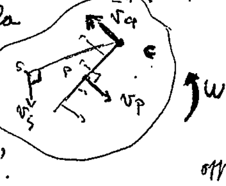
- un punto S nel piano appartenente ad un corpo rotante di vel angolare w, si muove con v ~~uguale~~ a quella di un altro punto del corpo P sommata a quella che ha in moto rotatorio attorno a P

$$\vec{v}_S = \vec{v}_P + \vec{w} \times \vec{PS}$$ → raggio CIRC su cui possono muoversi i punti. $v_{SP} = W \times PS$

- MOTO CORPO RIGIDO NEL PIANO = COMPOSIZIONE (MOTO TRASL, ROTATORIO ATTORNO ASSE ⊥ AL PIANO) esiste un punto del PIANO solidale con il corpo rigido che ha $\vec{v}$ nulla: i punti sulla retta ⊥ a $\vec{v}_P$ hanno v relative a P che sono ∥ a $\vec{v}_P$ con ~~verso~~ concorde (SOTTO P) o discorde (SOPRA P). c'è il punto che ha $|\vec{v}_P| = |\vec{v}_{CP}|$ con verso opposto, quindi con velocità assoluta nulla

CENTRO DELLE VELOCITÀ: punto C appartenente al PIANO RIGIDAMENTE COLLEGATO AL CORPO che con velocità nulla

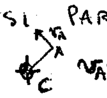
$$\vec{v}_P = \vec{v}_C + \vec{v}_{PC} = \vec{v}_{PC} = \vec{W} \times \vec{CP}$$

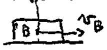


$v_C = 0$
$v_C = v_P + W \wedge PC$
deve essere = 0
$W \wedge PC = v_{CP} = -v_P$
oppure $v_P = \cancel{v_C} + W \wedge CP = v_{PC}$

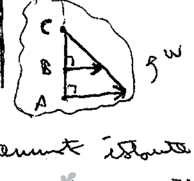
il campo delle velocità è generato da una rotazione del corpo attorno a C, e le velocità dei punti corrispondono alle velocità relative a C.
LA v di OGNI PUNTO È ⊥ ~~alla retta~~ CONGIUNGENTE CON C. conoscendo le $\vec{v}$ di 2 PUNTI si può ottenere la posizione di C come intersezione delle ⊥ alle loro v.

CASI PARTICOLARI CON CENTRO VELOCITÀ

$v_C = 0$  $v_A = w \wedge CA$

CORPO CHE STA SOLO TRASLANDO


C se c'è deve trovarsi sulla retta verticale ma $W = 0 \Rightarrow v_B = WCB = 0 \cdot \infty$
⇒ IL CENTRO DI V si trova sulla perpendicolare di v a distanza infinita

CORPO CON v PARALLELE MA NON DIVERSE TRASLA E RUOTA $v_A = w \wedge CA$ $v_B = w \wedge CB$


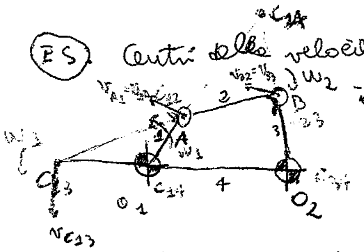
ricavo la perpendicolare alle v con la congiungente delle PUNTE settore C

C può avere un'accelerazione ⇒ è centro della $\vec{v}$ solo in un determinato istante

CENTRO ISTANTANEO ROTAZIONE: punto generico C che coincide in ogni istante con il centro di velocità
il centro delle velocità nel moto di 2 corpi è il punto che ha la stessa velocità sia se pensato di uno che dell'altro corpo per trovarlo si può tenere fermo uno dei 2 membri e far muovere il secondo sbloccando il telaio effettivo. C_{ij} centro della VELOCITÀ di i rispetto a j

TEOREMA DI KENNEDY: se i, j, k sono 3 membri di un meccanismo, C_{ij}, C_{ik}, C_{jk} sono allineati

(ES) Centri delle velocità relative



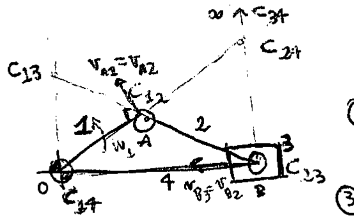
il 4 è il TELAIO. essendo 4 i punti così j = 4 ⇒ C_{i4} sono i centri delle velocità assolute (hanno v = 0) il centro delle velocità di 2 membri collegati è il loro punto di collegamento. gli altri centri si possono trovare con il teorema di Kennedy, prolungando i membri dei quali voglio trovare il centro.

Per trovare W_3 conoscendo solo W_1 devo considerare C_{13}, centro che ha la stessa v sia rispetto a 1 che a 3 e ho: $\overline{C_{13}O_1}\, W_1 = \overline{C_{13}O_2}\, W_3$ ⇒ $W_3 = \frac{\overline{C_{13}O_1}}{\overline{C_{13}O_2}} W_1$

Per W_2 ho
$\overline{O_1A}\, W_1 = \overline{C_{24}A}\, W_2$
⇒ $W_2 = \frac{\overline{O_1A}\, W_1}{\overline{C_{24}A}}$ cioè
per trovare $\vec{v}_A$ ~~essendo~~ uguale sia se pensato ∈ a 1 sia se ∈ a 2:

ROTAZIONE 1 perché $O = C_1$: $\overline{OA}\, W_1 = \overline{C_{24}A}\, W_2$ → rotaz di 2 perché $C_{24} = O_2$

SE un corpo si muove di moto rettilineo il centro delle velocità si trova all'infinito (raggio circ rotaz = ∞)
Centri delle velocità di 1, 2, 3 coincidono con i centri delle velocità relativi al telaio

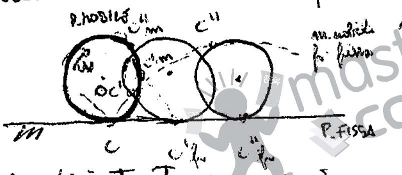


① MANOVELLA: O è fisso ⇒ C_{14} è il centro delle velocità di 1 ASSOLUTO
② BIELLA: il punto A sarà il centro delle velocità relativo di 2 e 1 perché 1 e 2 girano con la stessa velocità ⇒ C_{12}
③ CORSOIO trasla e quindi C_{34} velocità all'infinito in dir perpendicolare alla velocità

• Dato che il centro di istantanea rotazione solitamente si muove nel tempo si definiscono:
POLARE FISSA → curva descritta dal centro di istantanea rotazione rispetto ad un riferimento FISSO
POLARE MOBILE → curva descritta dal centro di istantanea rotazione rispetto ad un riferimento solidale al corpo

Se il moto considerato è quello relativo tra 2 corpi si parla di PRIMITIVE

ES RUOTA SUL PIANO



Non essendoci attrito, e quindi strisciamento, la $\vec{v}_c = 0$ così come è la velocità del punto fisso. Questo nella posizione iniziale è il centro delle velocità. Negli istanti successivi quel punto della circonferenza si troverà in C' e C'' seguendo la CICLOIDE. Nelle posizioni e altri 2 punti saranno a contatto col terreno ma comunque ∈ alla circonferenza, C'm e C''m che si troveranno nei punti C'f e C''f.
I centri di istantanea rotazione quindi si trovano in istanti successivi sempre sul terreno e sulla circonferenza. LA POLARE FISSA È QUINDI IL TERRENO E LA POLARE MOBILE LA CIRCONFERENZA che varia pos ogni ...

ACCELERAZIONI → indicando con a_S e a_P l'accelerazione di 2 punti di un corpo rigido S e P con velocità angolare ω e acc angolare $\dot{\omega}$ la relazione che la lega è:

$$\vec{a}_S = \vec{a}_P + \vec{a}_{SP} = \vec{a}_P + \vec{a}_{SP\perp} + \vec{a}_{SPt}$$

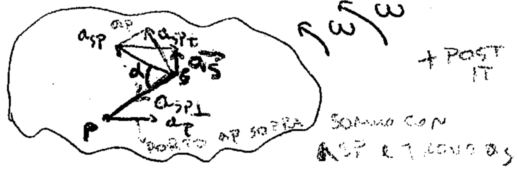
dove a_{SP} è acc rel di S rispetto a P, ⊥ comp perpendicolare, t comp tangenziale

essendo $\dot{\omega}$ uscente o entrante nel PIANO si può definire il teorema di RIVALS

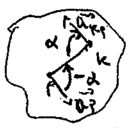
TEOREMA DI RIVALS → $\vec{a}_S = \vec{a}_P + \omega^2 \vec{SP} + \dot{\omega} \times \vec{PS}$

cioè l'acc relativa tra S e P ovvero $\vec{a}_{SP}$ forma un ~~angolo costante~~ con la congiungente i due punti

$\tan\alpha = -\frac{\dot{\omega}}{\omega^2}$ negativo perché α ruota in modo opposto a $\dot{\omega}$



Analogamente al centro delle velocità posso trovare un punto che ha acc relativa con stesso modulo e direzione ma con verso opposto rispetto a quello preso come riferimento.
Se P è il punto con acc nota $\vec{a}_P$ si può tracciare la retta passante per P con inclinazione −α (ovvero concorde a $\dot{\omega}$); tutti i punti su quella retta hanno acc relativa a P parallela a $\vec{a}_P$; a distanza sufficiente si troverà K punto con modulo e direzione di $\vec{a}_K$ uguale ad $\vec{a}_P$ ma con verso opposto, con $a_K = 0$



CENTRO DELLE ACCELERAZIONI → punto K appartenente al piano rigidamente collegato al corpo rigido con accelerazione nulla

$$\vec{a}_S = \overset{0}{\vec{a}_K} + \vec{a}_{SK} = \vec{a}_{SK} = \omega^2 \vec{SK} + \dot{\omega} \times \vec{KS}$$

coincidendo l'accelerazione di K con quella totale, l'accelerazione di ogni punto inclinato di −α individua K. Conoscendo l'acc di 2 punti si può determinare K come intersezione delle rette passanti per i punti inclinati di −α

ES RUOTA SUL PIANO

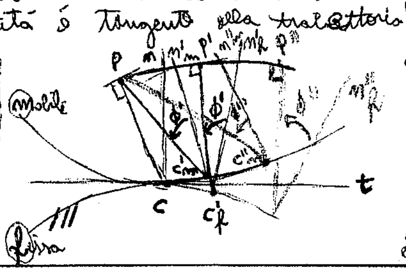
$a_0 = \dot{\omega} R$ → T. RIVALS per altri punti
Per C centro v:
$\vec{a}_C = \vec{a}_0 + \vec{a}_{OC} = \vec{a}_0 + \vec{a}_{OC\perp} + \vec{a}_{OCt}$
$\vec{a}_C = \vec{a}_0 + \omega^2 \vec{CO} + \dot{\omega} \times \vec{OC} = \omega^2 \vec{CO}$

$a_C = \omega^2 \vec{CO}$
perché $\vec{a}_0$ e $\vec{a}_{COt}$ hanno stesso modulo e dir MA VERSO OPPOSTO

TRAIETTORIE: individuando la posizione di un generico punto nel tempo, per individuarle si può disegnare il meccanismo in diversi istanti di tempo, oppure sfruttare le polari e il loro moto relativo

• le polari rotolano senza strisciare l'una sull'altra
• la direzione della velocità è ⊥ alla congiungente tra il punto di applicazione della $\vec{v}$ e il centro delle velocità
• la velocità è tangente alla traiettoria

ES TRAIETTORIE CON POLARI



QUANDO 2 POLARI SONO A CONTATTO LA NORMALE È UNICA
INFATTI QUANDO ADESSO C'm VA SU C'f
m'm coincide con m'f ⇒ C'mP = C'fP'

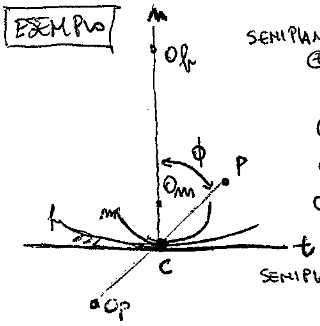
Polare fissa e mobile a contatto in C per un istante nei ~~tempi~~ successivi ' e '' le polari andranno in contatto in C'm e C'f e C''m e C''f.
All'inizio P ha traiettoria ⊥ a PC nell'istante ' C'm e C'f saranno sovrapposti. Si individua P' riportando C'mP a partire da C'f inclinato di φ' rispetto a m'f che la congiungente C'mP forma con la normale m'm. LA TRAIETTORIA È ⊥ a C'fP'

Si può anche determinare il raggio di curvatura della traiettoria di un punto in base ai raggi di curvatura delle POLARI, FISSA e mobile

FORMULA DI EULERO SAVARY → $\frac{1}{CO_f} - \frac{1}{CO_m} = \left(\frac{1}{CO_P} - \frac{1}{CP}\right)\cos\phi$

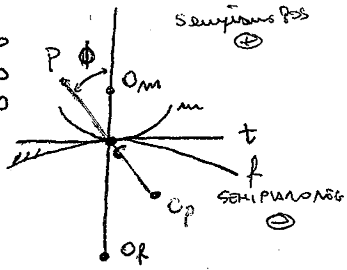
C → centro istantaneo rotaz
O_f → centro curv. P. fissa
O_m → centro curv P mobile
O_P → centro di curv di P punto
P → punto preso in esame
ϕ → angolo tra CP e NORMALE alle POLARI

ESEMPIO



$CO_m > 0$
$CO_f > 0$
$CO_p < 0$
$CP > 0$

$CO_m > 0$
$CO_f < 0$
$COP < 0$
$CP > 0$



Le varie distanze vanno prese con segno > 0 se sopra t, < 0 se sotto t PER CONVENZIONE

SE IL PUNTO F È IN TRAIETTORIA RETTILINEA $CO_P \to \infty$ e l'espressione diventa

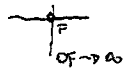
$\frac{1}{CO_f} - \frac{1}{CO_m} = -\frac{1}{CF}\cos\phi$ TUTTI I PUNTI CHE SODDISFANO QUESTA EQ STANNO SU UNA CIRC DETTA CIRCONFERENZA DEI FLESSI

DIAMETRO CIRCONFERENZA DEI FLESSI

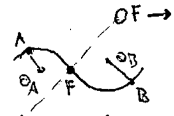
$CF = \left(\frac{1}{CO_m} - \frac{1}{CO_f}\right)^{-1}\cos\phi = \Delta\cos\phi$

IL PUNTO F CON TRAIETT. RETT

CASO ①

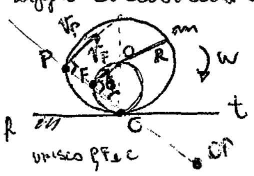


| CASO ②



| Posso trovare il raggio di curvatura di P nota la circ dei flessi così → $\frac{1}{CO_P} - \frac{1}{CP} = -\frac{1}{CF}$

ES TROVARE CENTRO DI CURVATURA DI P

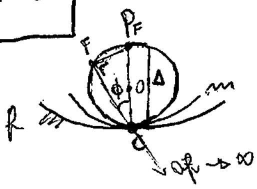


R. CURV. DI P

$\underbrace{\frac{1}{CO_f}}_{\infty} - \underbrace{\frac{1}{CO_m}}_{R} = \left(\underbrace{\frac{1}{CO_P}}_{?} - \underbrace{\frac{1}{CP}}_{2R\cos\phi}\right)\cos\phi \Rightarrow -\frac{1}{R} = \left(\frac{1}{CO_P} - \frac{1}{2R\cos\phi}\right)\cos\phi$

$\frac{\cos\phi}{CO_P} = \frac{1}{2R} - \frac{1}{R} \Rightarrow \frac{\cos\phi}{CO_P} = -\frac{1}{2R} \Rightarrow CO_P = -2R\cos\phi$

ES CIRCONFERENZA DEI FLESSI

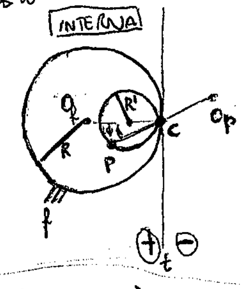


Δ: ipotenusa triangolo: $\Delta\cos\phi = CF$

$CF = \left(\underbrace{\frac{1}{CO_m}}_{R} - \underbrace{\frac{1}{CO_f}}_{\infty}\right)^{-1}\cos\phi = \Delta\cos\phi = R\cos\phi$

ES CENTRO DI CURVATURA TRAIETTORIA DI P CON CIRCONFERENZA INTERNA ED ESTERNA

INTERNA



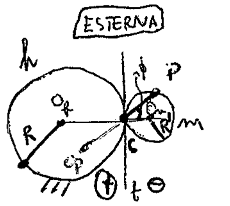
$\frac{1}{CO_f} - \frac{1}{CO_m} = \left(\frac{1}{CO_P} - \frac{1}{CP}\right)\cos\phi$ SOSTITUENDO

$\frac{1}{R} - \frac{1}{R'} = \left(\frac{1}{CO_P} - \frac{1}{2R'\cos\phi}\right)\cos\phi$

$\frac{1}{R} - \frac{1}{R'} = \frac{\cos\phi}{CO_P} - \frac{1}{2R'} \to \frac{R'-R}{RR'} + \frac{1}{2R'} = \frac{\cos\phi}{CO_P}$

$\frac{2R' - 2R + R}{2RR'} = \frac{\cos\phi}{CO_P} \Rightarrow CO_P = \frac{2RR'}{2R'-R}\cos\phi$

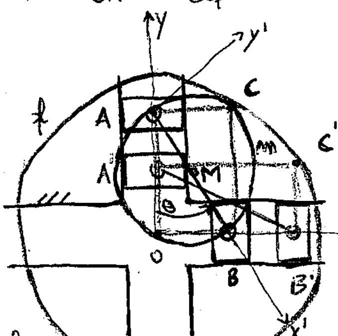
ESTERNA



$\underbrace{\frac{1}{CO_f}}_{R} - \underbrace{\frac{1}{CO_m}}_{-R'} = \left(\underbrace{\frac{1}{CO_P}}_{?} - \underbrace{\frac{1}{CP}}_{-2R'\cos\phi}\right)\cos\phi \to \frac{1}{R} + \frac{1}{R'} = \left(\frac{1}{CO_P} + \frac{1}{2R'\cos\phi}\right)\cos\phi$

$\frac{1}{R} + \frac{1}{R'} - \frac{1}{2R'} = \frac{\cos\phi}{CO_P} \to \frac{2R'+R}{2RR'} = \frac{\cos\phi}{CO_P} \Rightarrow CO_P = \frac{2RR'\cos\phi}{2R'+R}$

ES POLARI FISSA E MOBILE NEL GLIFO A CROCE CON CIRCONFERENZA DEI FLESSI



essendo $\vec{v}_A$ verso il BASSO e $\vec{v}_B$ verso destra traccio le perpendicolari alle velocità per trovare C centro delle velocità, si può ripetere l'operazione C'

LA POLARE FISSA ⇒ È LA CIRC DI CENTRO O e RAGGIO BIELLA AB

Per la POLARE MOBILE si può riportare A'B' solidale con AB, C' APPARTERRÀ ALLA POLARE MOBILE, circ con diametro AB e centro M

Si può anche pensare a come C vede muovere la BIELLA: essendo ABC e A'B'C' TRIANGOLI RETTANGOLI CON IPOTENUSA LA BIELLA, LA P. MOBILE SARÀ UNA CIRC. DI DIAMETRO AB

ESPRESSIONE ANALITICA POLARI:

Si introducono 2 SISTEMI xy fisso e x'y' solidale alla BIELLA, θ è l'angolo che la biella di LUNGHEZZA a fa con asse y

$x_C = a\sin\theta$, $y_C = a\cos\theta$ ⇒ eq circ ⇒ $x_C^2 + y_C^2 = a^2$ ⇒ POLARE FISSA

SOMMO e ELEVO ALLA 2