

Appunti , Sbobinature della teoria , Guide e note per gli esercizi

Biomeccanica

Moduli presenti :

Meccanica II (Prof. Ciulli)

A cura di Younes M.

Anno Accademico 2020/2021




master
COPY


master
COPY


master
COPY

Dinamica delle macchine

Azioni inerziali su un corpo rigido

Le macchine sono per la maggior parte costituite da corpi rigidi.
Se le azioni ad essi applicate non sono in equilibrio fra loro allora nascono le accelerazioni.
L'equilibrio viene reinstaurato se si tiene conto delle AZIONI DI INERZIA aventi verso opposto a quello delle accelerazioni.

Le azioni di inerzia hanno in generale una risultante che è la FORZA DI INERZIA ed un momento risultante che è il MOMENTO DELLE FORZE DI INERZIA rispetto ad un certo asse.

Dato un corpo discreto composto da n masse la forza di inerzia è definita da

$$\vec{F_i} = -\sum_{j=1}^{n} m_j \vec{a_j}$$

FORZA DI INERZIA

Nel caso continuo si passa all'integrale.
Si può dimostrare che la forza di inerzia è un vettore opposto a quello della derivata della quantità di moto $\vec{Q}$:

$$\boxed{\vec{F_i} = -\dot{\vec{Q}}}$$

FORZA DI INERZIA E QUANTITÀ DI MOTO

con $\vec{Q} = \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{v_i}$

Ricordiamo ora alcune relazioni note:

$$\vec{OG} = \frac{\sum_{j=1}^{n} m_j \vec{OP_j}}{m}$$

$$x_G = \frac{\sum_{j=1}^{n} m_j x_j}{m} \quad ; \quad y_G = \frac{\sum_{j=1}^{n} m_j y_j}{m} \quad ; \quad z_G = \frac{\sum_{j=1}^{n} m_j z_j}{m}$$

$$\vec{v_G} = \frac{\sum_{j=1}^{n} m_j \vec{v_j}}{m} \quad ; \quad \vec{a_G} = \frac{\sum_{j=1}^{n} m_j \vec{a_j}}{m}$$

Da cui si può ricavare:

$$\boxed{\vec{F_i} = -m\vec{a_G}}$$

Che si traduce in

$$\vec{F_i} = -m\ddot{x}_G \hat{i} - m\ddot{y}_G \hat{j} - m\ddot{z}_G \hat{k}$$

Il momento delle forze di inerzia rispetto ad un generico polo O, ovvero $\vec{M}_{io}$ nel caso discreto è dato da:

$$\vec{M}_{io} = -\sum_{j=1}^{h} \vec{OP}_j \wedge m_j \vec{a}_j$$

MOMENTO DELLE FORZE DI INERZIA

$\vec{M}_{io}$ può essere messo in relazione con il momento della quantità di moto rispetto ad un punto O, ovvero $\vec{K}_o$ (o $\vec{L}_o$):

$$\vec{M}_{io} = -\dot{\vec{K}}_o - \vec{v}_o \wedge \vec{Q}$$

MOMENTO DELLE FORZE DI INERZIA E MOMENTO DELLA Q.TÀ DI MOTO.

Per un corpo rigido $\vec{K}_o$ può essere espresso in funzione dei momenti di inerzia e delle velocità angolari rispetto ad una terna cartesiana opportunamente scelta.

Ricordiamo che:

$$J_x = \sum_{j=1}^{n} m_j (y_j^2 + z_j^2) \quad ; \quad J_y = \sum_{j=1}^{n} m_j (x_j^2 + z_j^2) \quad ; \quad J_z = \sum_{j=1}^{n} m_j (y_j^2 + x_j^2)$$

$$J_{xy} = \sum_{j=1}^{n} m_j x_j y_j \quad ; \quad J_{xz} = \sum_{j=1}^{n} m_j x_j z_j \quad ; \quad J_{yz} = \sum_{j=1}^{n} m_j y_j z_j$$

Ricordiamo le formule di Poisson

$$\frac{d\hat{\imath}}{dt} = \vec{\omega} \wedge \hat{\imath} \quad ; \quad \frac{d\hat{\jmath}}{dt} = \vec{\omega} \wedge \hat{\jmath} \quad ; \quad \frac{d\hat{\kappa}}{dt} = \vec{\omega} \wedge \hat{\kappa}$$