CAPITOLO 2 TECNICA DELLE COSTRUZIONI

DEFINIZIONI

STRUTTURA: Corpo continuo o insieme di corpi connessi e vincolati soggetti ad azioni applicate in punti diversi in grado di trasferire carichi.

TRAVE: solido monodimensionale generato da una figura piana che si sposta nello spazio conservandosi perpendicolare alla traiettoria (linea d'asse descritta dal baricentro)

- è a SEZIONE COSTANTE se non varia nè in dimensioni nè in forma



MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell: 388 9837745

CARATTERISTICHE DELLA SOLLECITAZIONE:

$$\begin{cases} N = \int_A \sigma_3 \, dA \\ V_1 = \int_A \tau_{31} \, dA \\ V_2 = \int_A \tau_{32} \, dA \end{cases} \qquad \begin{cases} M_1 = \int_A \sigma_3 y_2 \, dA \\ M_2 = -\int_A \sigma_3 \cdot y_1 \, dA \\ M_3 = T = \int_A (\tau_{32} y_1 - \tau_{31} y_2) \end{cases}$$

M_3 = momento torcente

TRAVE INFLESSA: è una trave piana, ad asse rettilineo soggetta a forze esclusivamente normali all'asse quindi solo a taglio V e momento flettente M.

STRUTTURA LABILE: l'equilibrio non è possibile perché ci sono più gradi di libertà che gradi di vincolo.

ISOSTATICA: C'è un'unica soluzione perché $gdl = gdv$

IPERSTATICA: ∞ soluzioni perché $gdv > gdl$

EQUAZIONE DELLA LINEA ELASTICA

Dall'equazioni indefinite di equilibrio ho:

$$\frac{dV}{ds} = -q_2$$

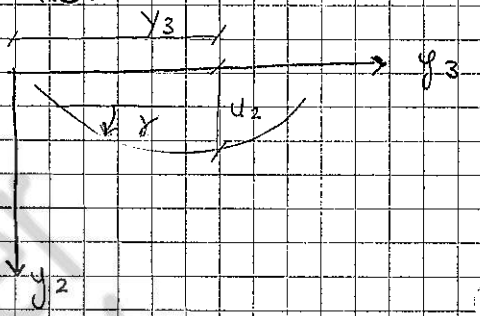
$$\frac{dM}{ds} = V - m$$

Nell'ipotesi di piccoli spostamenti ho:

rotazione $\rightarrow \gamma = \pm \frac{du_2}{dy_3}$

γ è orario e quindi negativo

tangente



Sapendo che: $d\gamma = \frac{N}{ES} dy_3$

Isolo N: $N = ES \frac{d\gamma}{dy_3}$

Inserisco $d\gamma$: $N = -ES \frac{d^2 u_2}{d^2 y_3}$

$$EJ\, v^{IV} + p^{II} = 0$$

Derivo: $\frac{V - m}{\frac{dN}{dy_3}} = -ES \frac{d^3 u_2}{d^3 y_3}$

Derivo: $-q_2 - \frac{dm}{dy_3} = -ES \frac{d^4 u_2}{d^4 y_3}$

quindi: $$ES \frac{d^4 u_2}{d^4 y_3} = q_2 + \frac{dm}{dy_3}$$

Se $m = 0$: $$ES \frac{d^4 u_2}{d^4 y_3} = q_2$$

MASTER COPY
Tel. 050 8372126
Cell. 388 9837745

Per risolverla ho bisogno di 4 condizioni al contorno, che possono essere CINEMATICHE o STATICHE.

esempio: V e N

esempio: γ e u

COEFF. DI RIGIDEZZA k e DEFORMABILITÀ h

$$F = k \cdot u$$

con k = coeff. di rigidezza = Forza associata allo spostamento unitario.

$$u = h \cdot F$$

con h = coeff di deformabilità = spostamento associato alla forza unitaria

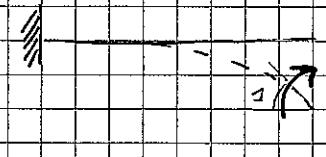
Relazione tra h e k:

$$h \cdot k = 1$$

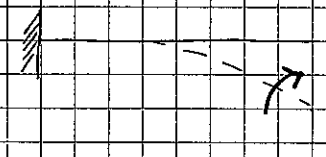
in forma matriciale: $$[H] \cdot [K] = [I]$$

Nei casi semplici, trovo h e k nella tabella.
Nei casi complessi, si usa il principio di sovrapposizione degli effetti e scompongo in casi semplici procedo ottenendo colonna per colonna delle matrice $[k]$ e $[H]$ fino a ottenere l'intera matrice.

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9337745

① 

$$k = \frac{EJ}{\ell} \qquad h = \frac{\ell}{EJ}$$

② 

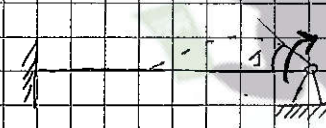
$$k = \frac{2EJ}{\ell^2} \qquad h = \frac{\ell^2}{2EJ}$$

③ 

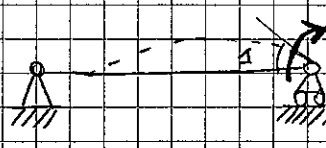
$$k = \frac{2EJ}{\ell^2} \qquad h = \frac{\ell^2}{2EJ}$$

④ 

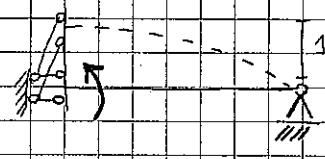
$$k = \frac{3EJ}{\ell^3} \qquad h = \frac{\ell^3}{3EJ}$$

⑤ 

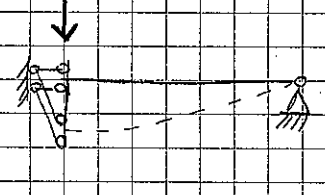
$$k = \frac{4EJ}{\ell} \qquad h = \frac{\ell}{4EJ}$$

⑥ 

$$k = \frac{3EJ}{\ell} \qquad h = \frac{\ell}{3EJ}$$

⑦ 

$$k = \frac{3EJ}{\ell^2} \qquad h = \frac{\ell^2}{3EJ}$$

⑧ 

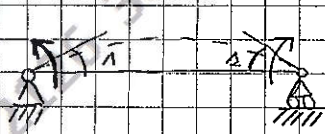
$$k = \frac{3EJ}{\ell^3} \qquad h = \frac{\ell^3}{3EJ}$$

⑨ 

$$k = \frac{6EJ}{\ell^2} \qquad h = \frac{\ell^2}{6EJ}$$

⑩ 

$$k = \frac{12EJ}{\ell^3} \qquad h = \frac{\ell^3}{12EJ}$$

⑪ 

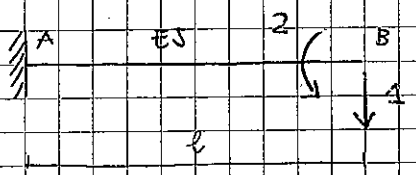
$$k = \frac{2EJ}{\ell} \qquad h = \frac{\ell}{2EJ}$$

⑫ 

$$k = \frac{EJ}{\ell} \qquad h = \frac{\ell}{EJ}$$

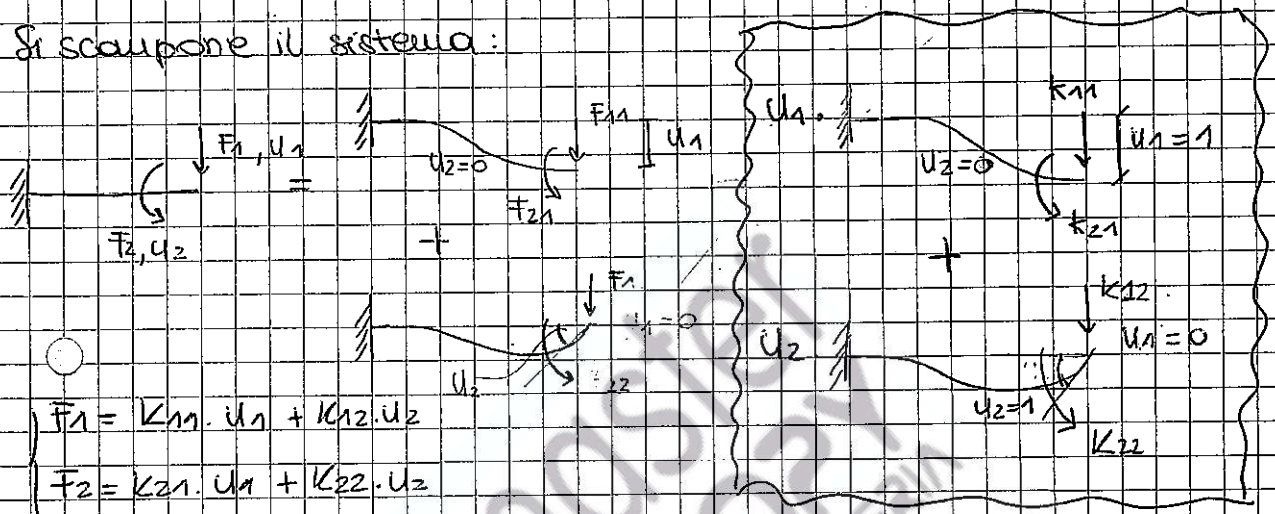
MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

Esempio Caso complesso



CASO [1]: Risolvo tramite la matrice [K]

Si scompone il sistema:



$$\begin{cases} F_1 = K_{11} \cdot u_1 + K_{12} \cdot u_2 \\ F_2 = K_{21} \cdot u_1 + K_{22} \cdot u_2 \end{cases}$$

Ho ricondotto il caso complesso al caso semplice, quindi posso conoscere K_{11}, K_{12}, K_{21}, K_{22}, dove $K_{12} = K_{21}$, tramite la tabella:

$\boxed{K_{11}}$ È riconducibile al caso (10) della tabella:

$$K_{11} = \frac{12\,EJ}{\ell^3}$$

$\boxed{K_{21}}$ È riconducibile al caso (9):

$$K_{21} = K_{12} = \frac{6EJ}{\ell^2}$$

$\boxed{K_{22}}$ È riconducibile al caso (4):

$$K_{22} = \frac{4EJ}{\ell}$$

Quindi $K = \begin{bmatrix} \frac{12\,EJ}{\ell^3} & \frac{6EJ}{\ell^2} \\ \frac{6EJ}{\ell^2} & \frac{4EJ}{\ell} \end{bmatrix}$

MASTER COPY
Tel. 050 83 12 26
Cell. 388 9837715