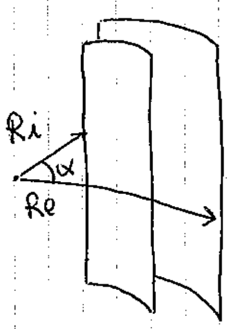
PROBLEMA 1:

IL CAMPO ELETTRICO:

CONDENSATORI & LAMINE

APPELLO 6 (29/01/04)



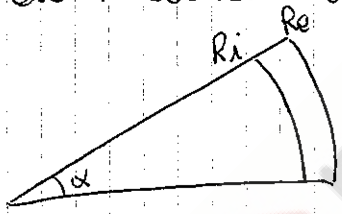
UN CONDENSATORE È FORMATO DA UN PAIO DI LASTRE METALLICHE RETTANGOLARI PIEGATE E AFFACCIATE IN MODO DA COSTITUIRE UNA COPPIA DI SETTORI DI SUPERFICI CILINDRICHE COASSIALI DI APERTURA α

L'ALTEZZA DELLE ARMATURE È R, IL RAGGIO DELL'ARMATURA INTERNA È R_i E QUELLO DELL'ARMATURA ESTERNA È R_e.

I PARAMETRI GEOMETRICI SONO TALI DA PERMETTERE DI TRASCURARE GLI EFFETTI DI BORDO.

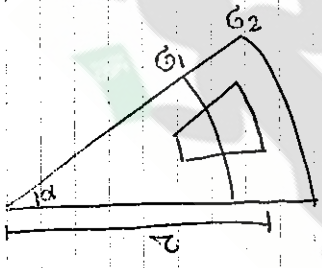
IL CONDENSATORE È CARICATO CON CARICA Q. ASSUMENDO CHE LE LINEE DI CAMPO DENTRO IL CONDENSATORE SIANO RETTILINEE

1. DETERMINA QUALI RELAZIONI SODDISFANO I PARAMETRI GEOMETRICI, COSÌ DA TRASCURARE GLI EFFETTI DI BORDO



CHE LO SPESSORE, CIOÈ LA DISTANZA TRA R_i ED R_e SIA MOLTO MINORE RISPETTO ALL'ALTEZZA R E RISPETTO AL RAGGIO R_i

2. DETERMINA IL CAMPO ELETTRICO ALL'INTERNO DEL CONDENSATORE



SI USA IL TEOREMA DI GAUSS E COME SUPERFICIE SI PRENDE UNO SPICCHIO (FAVORITI DAL FATTO CHE NEL CONDENSATORE LE LINEE DI CAMPO SONO RETTILINEE)

$$\Phi(\vec{E}) = \oint \vec{E}\,\hat{n}\,dS = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

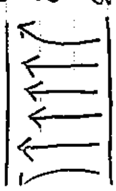
$$E_1 R r \alpha = \frac{\sigma_1 R R_i \alpha}{\varepsilon_0} = \frac{Q_1}{\varepsilon_0} \Rightarrow E_1 = \frac{Q}{R r \alpha \varepsilon_0}$$

3. DETERMINA LA CAPACITÀ DEL CONDENSATORE

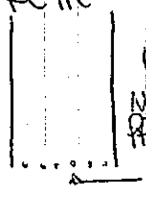
$$C = \frac{2\pi \varepsilon_0 R}{\ln(R_e/R_i)}$$

LE LINEE DI CAMPO ELETTRICO, A CAUSA DEGLI EFFETTI DI BORDO IN REALTÀ NON SONO PERFETTAMENTE RETTILINEE

4. SPIEGA IN CHE MODO POTREBBE ESSERE MODIFICATO IL SISTEMA PER RENDERE LE LINEE DI CAMPO PIÙ PROSSIME A RETTE



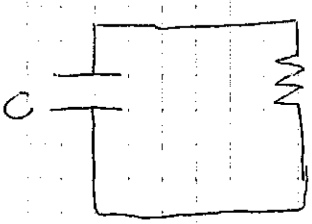
CON IL TEOREMA DI UNICITÀ (CIOÈ IL POTENZIALE È FISSATO IN TUTTI I FILI INTERNI)



È COME SE SI METTESSERO TANTI FILI PARALLELI OGNUNO ISOLATO

SUCCESSIVAMENTE IL CONDENSATORE VIENE DIRETTAMENTE COLLEGATO A UNA RESISTENZA R

5. DETERMINA LA MASSIMA CORRENTE CIRCOLANTE NELLA RESISTENZA



$$\begin{cases} RI(t)+V_c(t)=0 \Rightarrow RC\dfrac{dV_c(t)}{dt}+V_c(t)=0 \\ I(t)=C\dfrac{dV_c(t)}{dt} \end{cases}$$

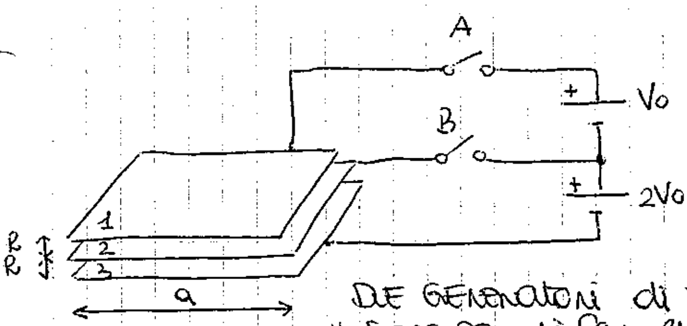
$$\frac{dV_c(t)}{dt}+\frac{1}{RC}V_c(t)=0 \Rightarrow V_c(t)=V_0 e^{-t/RC}$$

$$I(t)=C\frac{dV_c(t)}{dt} \Rightarrow I(t)=\frac{V_0}{R}e^{-t/RC}$$

6. DETERMINA L'EN. COMPLESSIVAMENTE DISSIPATA PER EFFETTO JOULE

$$E_J=RI^2 \Rightarrow E_J=\cancel{R}\frac{V_0^2}{R^{\cancel{2}}}(e^{-t/RC})^2 \Rightarrow E_J=\frac{V_0^2}{R}(e^{-t/RC})^2$$

APPELLO 4 (19/09/06)



TRE SOTTILI LAMINE METALLICHE IDENTICHE HANNO FORMA QUADRATA DI LATO a E SONO DISPOSTE PARALLELAMENTE L'UNA ALL'ALTRA.

LA DISTANZA TRA COPPIE DI LAMINE AFFACCIATE È $R \ll a$.

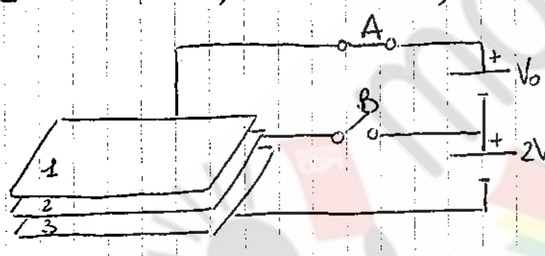
DUE GENERATORI DI TENSIONE CONTINUA, IL PRIMO DI FEM V_0 E IL SECONDO DI FEM $2V_0$, POSSONO ESSERE COLLEGATI ALLE LAMINE MEDIANTE DUE INTERRUTTORI A E B.

LE LAMINE SONO NUMERATE DA 1 A 3.

GLI INTERRUTTORI SONO INIZIALMENTE APERTI E LE LAMINE SONO SCARICHE.

AD UN CERTO MOMENTO VIENE CHIUSO L'INTERRUTTORE A E SI ATTENDE IL RAGGIUNGIMENTO DELL'EQUILIBRIO ELETTROSTATICO.

1. DETERMINA, ALL'EQUILIBRIO, LA CARICA ELETTRICA SU CIASCUNA LAMINA.



È COME SE FOSSE UN CONDENSATORE PIANO

$$C_{piano} = \frac{\varepsilon_0 A}{R} = \frac{\varepsilon_0 a^2}{2R}$$

$$C = \frac{Q}{V} \Rightarrow Q = C \cdot V = \frac{\varepsilon_0 a^2}{2R} \cdot 3V_0$$

2. DETERMINA L'EN COMPLESSIVAMENTE EROGATA O ASSORBITA DA CIASCUN GENERATORE

$$\mathcal{L} = Q\,\Delta V$$

$$\mathcal{L}_1 = QV_0 = \frac{\varepsilon_0 a^2}{2R} \cdot 3V_0^2 \quad ; \quad \mathcal{L}_2 = Q \cdot 2V_0 = \frac{\varepsilon_0 a^2}{2R} \cdot 6V_0^2$$

3. DETERMINA L'EN COMPLESSIVAMENTE DISSIPATA PER EFFETTO JOULE

$$\cancel{U_i} + \mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2 - \mathcal{L}_J = U_f \Rightarrow \mathcal{L}_J = \mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2 + U_f$$

QIN È ZERO (SCARICHI)

$$U_f = \frac{1}{2} Q \cdot \Delta V = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_0 a^2}{2R} 3V_0 \cdot V_0 + \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_0 a^2}{2R} 3V_0 \cdot 2V_0$$

$$= \frac{3}{4} \frac{\varepsilon_0 a^2}{R} V_0^2 + \frac{3}{2} \frac{\varepsilon_0 a^2}{R} V_0^2 = \frac{9}{4} \frac{\varepsilon_0 a^2}{R} V_0^2$$

$$\mathcal{L}_J = \frac{3}{2} \frac{\varepsilon_0 a^2}{R} V_0^2 + 3 \frac{\varepsilon_0 a^2}{R} V_0^2 + \frac{9}{4} \frac{\varepsilon_0 a^2}{R} V_0^2$$

$$\Rightarrow \mathcal{L}_J = \frac{27}{4} \frac{\varepsilon_0 a^2}{R} V_0^2$$