MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

APPENDI C
+ LEZIONE

EQUILIBRIO DEI CORPI

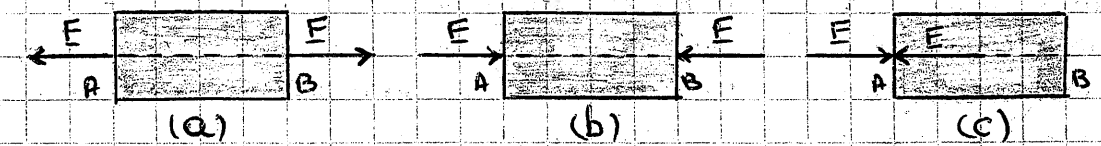
FORZE E MOMENTI.

IN GENERALE DUE VETTORI SONO DETTI EQUIVALENTI SE POSSONO ESSERE LIBERAMENTE SCAMBIATI TRA DI LORO SENZA EFFETTI DI RILIEVO.
LE GRANDEZZE VETTORIALI POSSONO ESSERE SUDDIVISE IN:

- VETTORI LIBERI: SONO VETTORI EQUIVALENTI HANNO LA STESSA DIREZIONE (E VERSO) E UGUALE MODULO
- CURSORI: VETTORI EQUIVALENTI HANNO LA STESSA DIREZIONE (E VERSO), UGUALE MODULO E LA STESSA RETTA D'AZIONE
- VETTORI APPLICATI: VETTORI EQUIVALENTI HANNO LA STESSA DIREZIONE (E VERSO), UGUALE MODULO E STESSO P.TO DI APPLICAZIONE.

IN MECCANICA DUE FORZE SONO EQUIVALENTI SE SCAMBIANDOLE NON VARIA LO STATO (DI EQUILIBRIO O DI MOTO) DEL SISTEMA.

LE FORZE SONO VETTORI APPLICATI => IN QUANTO I 3 DIVERSI CASI DELLA FIGURA (SOTTO) CAUSANO EVIDENTEMENTE EFFETTI DIFFERENTI; TUTTAVIA SE IL CORPO CARICATO È RIGIDO E SI È INTERESSATI SOLO AGLI EFFETTI ESTERNI DEI CARICHI APPLICATI ALLORA LE FORZE POSSONO ESSERE CONSIDERATI CURSORI.
PER PRINCIPIO DI TRASMISSIBILITÀ: UNA FORZA PUÒ ESSERE TRASLATA LUNGO LA SUA RETTA D'AZIONE SENZA CHE SIANO ALTERATI GLI EFFETTI ESTERNI SUL CORPO RIGIDO AL QUALE È APPLICATA.



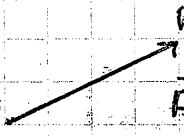
NOTAZIONE:

- FORZA SI INDICA COME: $(A, \underline{F})$ DOVE A È IL PUNTO DI APPLICAZIONE DELLA FORZA E $\underline{F}$ È IL VETTORE FORZA



MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

- PUNTI ⇒ SI INDICANO CON LE LETTERE MAIUSCOLE
- VETTORI ⇒ SI SOTTOLINEANO
- SEGMENTO ORIENTATO CON LA FRECCIA



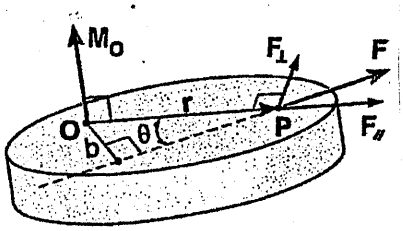
$\overrightarrow{AB} = B - A$

- MODULO DELLA FORZA ⇒ $(|\underline{F}|, F)$
- MODULO DEL SEGMENTO ORIENTATO ⇒ $(\overline{AB})$

IL MOMENTO DI UNA FORZA $\underline{F}$ INTORNO AD UN P.TO O (CHIAMATO POLO) È IL VETTORE LIBERO $\underline{M}_O$ DEFINITO DAL PRODOTTO VETTORIALE:

$$\underline{M}_O = \underline{r} \wedge \underline{F} = (P-O) \wedge \underline{F}$$

DOVE $\underline{r}$ È IL VETTORE POSIZIONE CHE VA DAL POLO O AL PUNTO DI APPLICAZIONE P DELLA FORZA $\underline{F}$.
DALLA DEF. DI PRODOTTO VETTORIALE, SI NOTA CHE IL MOMENTO È SEMPRE ORTOGONALE AL PIANO FORMATO DA $\underline{r}$ ED $\underline{F}$; INOLTRE IL SUO MODULO PUÒ ANCHE ESSERE CALCOLATO COME IL PRODOTTO TRA L'INTENSITÀ F DELLA FORZA E LA COMPONENTE b DI $\underline{r}$ ORTOGONALE AD $\underline{F}$ DOVE b È IL BRACCIO DELLA FORZA OPPURE COME PRODOTTO TRA IL MODULO DEL VETTORE POSIZIONE $\underline{r}$ E LA COMPONENTE $F_\perp$ DI $\underline{F}$ ORTOGONALE AD ESSO.



$$M_O = r F \operatorname{sen}\theta = b F = r F_\perp$$

NEL CALCOLARE IL MOMENTO, LA FORZA $\underline{F}$ PUÒ ESSERE TRASLATA LIBERAMENTE LUNGO LA SUA RETTA D'AZIONE.
SE INVECE VIENE SCELTO UN POLO DIFFERENTE O' RISPETTO AL QUALE CALCOLARE IL MOMENTO, CHE VARIA CON LA LEGGE:

$$\underline{M}_{O'} = \underline{M}_O + (O-O') \wedge \underline{F}$$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

NEL CASO IN CUI SUL CORPO AGISCONO PIÙ FORZE $\underline{F}_i$, VIENE CHIAMATA LA RISULTANTE LA LORO SOMMA VETTORIALE:

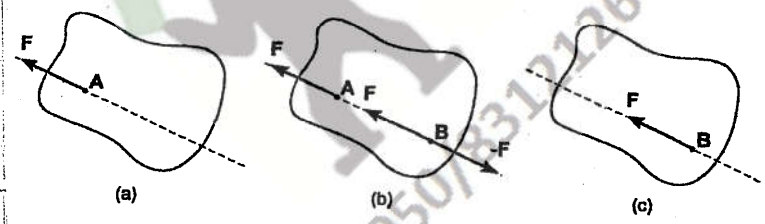
$$\underline{R} = \sum_i \underline{F}_i$$

$\underline{R}$ È UN VETTORE LIBERO: ALLORA AL VARIARE DEL POLO O' VALE LA RELAZIONE:

$$M_{O'} = \sum_i (P_i - O') \wedge \underline{F}_i = \sum_i (P_i - O) \wedge \underline{F}_i + \sum_i (O-O') \wedge \underline{F}_i =$$

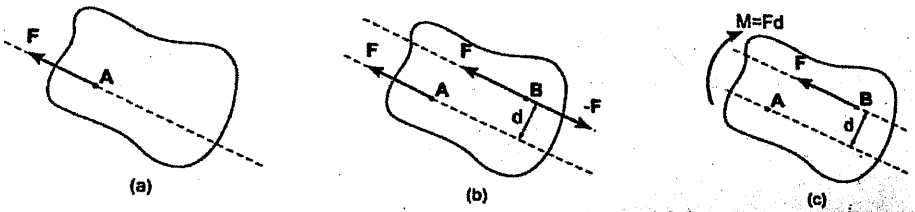
$$= M_O + (O-O') \wedge \underline{R}$$

VALE ANCHE IL **PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE**: L'AZIONE DI UN SISTEMA DI FORZE SU UN CORPO RIGIDO NON VIENE ALTERATA AGGIUNGENDO O SOTTRAENDO UN ALTRO SISTEMA DI FORZE IN EQUILIBRIO



IL PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE PUÒ ANCHE ESSERE UTILIZZATO COME MOSTRATO IN FIG. SOTTO, DA CUI È EVIDENTE CHE UNA FORZA PUÒ ESSERE TRASLATA PARALLELAMENTE ALLA SUA RETTA D'AZIONE PUR DI INTRODURRE L'APPROPRIATO MOMENTO DI TRASPORTO DI RIDUZIONE:

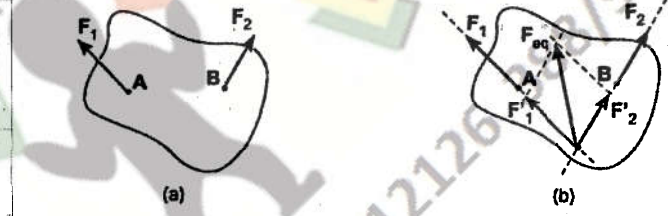
$$M = F \cdot d$$



DUE SISTEMI DI FORZE SONO DETTI STATICAMENTE EQUIVALENTI SE PRESENTANO LA STESSA RISULTANTE $\underline{R}$ E LO STESSO MOMENTO RISULTANTE $\underline{M}_O$ RISPETTO A QUALSIASI POLO O.

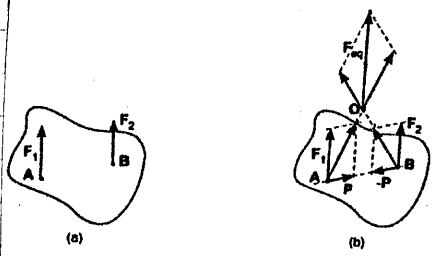
SI CONSIDERI IL CASO NOTEVOLE DI UNA COPPIA DI FORZE OVVERO DI 2 FORZE NON ALLINEATE E UGUALI IN MODULO E DIREZIONE MA DI VERSO OPPOSTO; POICHÈ OVVIAMENTE LA LORO RISULTANTE È NULLA, ABBIAMO CHE IL MOMENTO DELLA COPPIA È INDIPENDENTE DAL POLO RISPETTO AL QUALE È CALCOLATO.

UN GENERICO SISTEMA DI FORZE $\underline{F}_i$ PUÒ SEMPRE ESSERE RIDOTTO AD UN'UNICA FORZA EQUIVALENTE $\underline{F}_{eq}$ (DA NON CONFONDERE CON LA RISULTANTE $\underline{R}$, IN QUANTO F_{eq} È UN CURSORE MENTRE $\underline{R}$ È UN VETTORE LIBERO)
IN FIG. SOTTO VEDIAMO CHE UTILIZZANDO IL PRINCIPIO DI TRASMISSIBILITÀ È POSSIBILE CALCOLARE LA FORZA EQUIVALENTE A 2 FORZE NON PARALLELE: È SUFFICIENTE FAR SCORRERE LE DUE FORZE LUNGO LE LORO RETTE D'AZIONE FINO A RIPORTARLE A PARTIRE DAL PUNTO DI INTERSEZIONE DELLE STESSE; POI SI FA LA LORO COMPOSIZIONE!

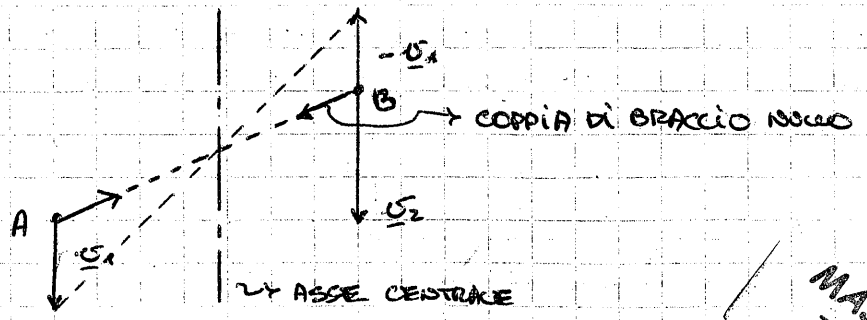


MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

SE LE FORZE SONO PARALLELE, ATTRAVERSO IL PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE SI AGGIUNGE UNA COPPIA DI BRACCIO NOTO SULLA RETTA CHE COLLEGA I 2 PUNTI DI APPLICAZIONE DEI 2 VETTORI PARALLELI E POI SI RIPETE IL PROCEDIMENTO DI PRIMA COME IN FIG. SOTTO



C'È UN SECONDO MODO DI RISOLVERE IL PROBLEMA CON 2 VETTORI PARALLELI COME SI CAPISCE DALLO SCHEMA:



MASTER COPY
Tel. 050 831 21 26
Cell. 388 9837745

EQUAZIONI DI EQUILIBRIO

CONDIZIONE NECESSARIA E SUFFICIENTE PERCHÈ UN CORPO RIGIDO SIA IN EQUILIBRIO È CHE SIANO NULLI LA RISULTANTE $\underline{R}$ E IL MOMENTO $\underline{M}_O$ RISULTANTE DI TUTTE LE FORZE $\underline{F}_i$ CHE AGISCONO SUL CORPO STESSO:

EQUAZIONI CARDINALI DELLA STATICA:

$$\begin{cases} \underline{R} = \sum_i \underline{F}_i = 0 \\ \underline{M}_O = \sum_i \underline{M}_{O_i} = \sum_i \underline{OP}_i \wedge \underline{F}_i = 0 \end{cases}$$

IL POLO O È ARBITRARIO E PUÒ ANCHE NON APPARTENERE AL CORPO.

PER UN SISTEMA PIANO, LE EQUAZIONI CARDINALI POSSONO ESSERE RIDOTTE ALLE 3 CONDIZIONI SEGUENTI:

$$\begin{cases} \sum_i F_{ix} = 0 \\ \sum_i F_{iy} = 0 \\ \sum_i M_{O_i} = 0 \end{cases}$$

DOVE F_{ix} e F_{iy} SONO LE COMPONENTI DELLE FORZE LUNGO 2 DIREZIONI QUALSIASI DEL PIANO, SOLITAMENTE SI FA RIFERIMENTO AGLI ASSI CARTESIANI

UNA FORMULAZIONE EQUIVALENTE IMPONE 2 EQUAZ. DI EQUILIB. ALLA ROTAZIONE INTORNO A P.TI DIFFERENTI A e B E UNA DI EQUILIB. PER TRASLAZIONE LUNGO LA DIREZ. $\underline{a}$: PURCHÈ DIREZ. $\underline{a}$ NON SIA ORTOGONALE ALLA CONGIUNGENTE DI A e B.

$$\begin{cases} \sum_i F_{i\underline{a}} = 0 \\ \sum_i M_{Ai} = 0 \\ \sum_i M_{Bi} = 0 \end{cases}$$