COMPITI RISOLTI di MECCANICA APPLICATA alle MACCHINE

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

INDICE

- TEORIA
  - Manovellismo di spinta 1
  - Matrici omogenee di Trasformazione 7
  - Teoria del contatto Hertziano 8
  - Equazioni della Dinamica 15
  - Attrito 17
  - Rendimento 18
  - Coppia elicoidale ..... (123) 20
  - Usura, Legge di Reye-Archard 25
  - Coppia rotoidale di spinta 27
  - Freni:
  - Freno a ceppi 29
  - Freno a nastro 34
  - Trasmissione di potenza 36
  - cinghia 36
  - ingranaggi 142/159
- COMPITI SVOLTI (contengono ulteriore Teoria)
  - 27/06/2018 41
  - 18/07/2018 63
  - 12/09/2018 88
  - 09/01/2019 ..... (109) 1'
  - 07/06/2017 110
  - 19/09/2016 128
  - 20/07/2016 148
  - 29/06/2016 166
  - 08/06/2016 185

ESERCIZI

- CINEMATICA 200, 206, 210
- STATICA 204

master COPY COPISTERIA 0508342126 388/9837745

Premessa:

La seguente dispensa è stata realizzata in modo da coniugare la parte teorica con quella degli esercizi.

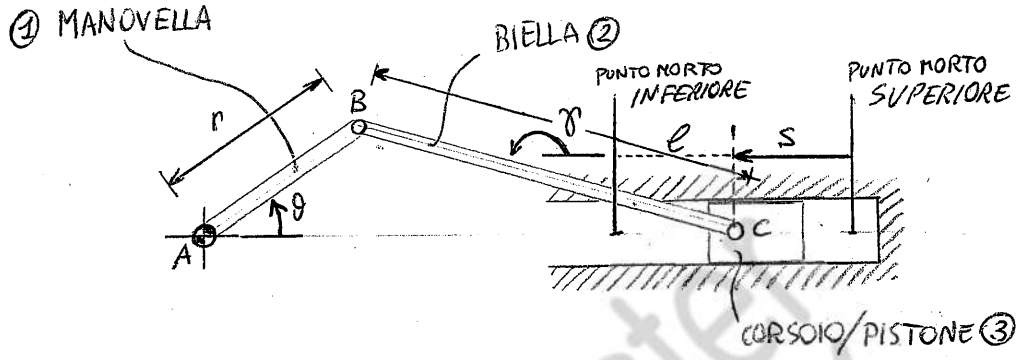
I compiti svolti, specialmente i primi, sono ampiamente guidati e commentati, inoltre contengono le risposte alle domande di teoria, che quindi possono essere utilizzate come materiale per lo studio.

Consiglio dunque di consultare la seguente nell'ordine in cui è stata disposta, senza la presunzione che le soluzioni siano completamente esatte.

MANOVELLISMO di SPINTA

Meccanismo che permette di convertire un moto rotatorio in moto rettilineo alternato.

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745



① : MANOVELLA (crank), corpo che si muove di moto rotatorio e che può completare una intera rotazione

② : BIELLA (connecting rod), corpo che si muove di moto rototraslatorio

③ : CORSOIO (slider), corpo che si muove di moto traslatorio alternato, grazie ad una coppia prismatica col telaio.

VINCOLI:

A	2
B	2
C	2
③ - TELAIO	2
	8

$GDL_c = 3 \cdot 3 \text{ cor} = 9 \rightarrow$ MECCANISMO $\wedge$ 1 gdl

$GDL_v = 9 - 8 = 1$

coordinata lagrangiana: s con origine in PMS

$$\begin{cases} s = \ell + r + \ell \cos\gamma - r\cos\vartheta \\ \ell \sin\gamma = r \sin\vartheta \end{cases}$$

$\lambda := \frac{r}{\ell}$ (di solito $\lambda \cong 0{,}1 / 0{,}2$)

$$s = r\left(\frac{\ell}{r} + 1 + \frac{\ell}{r}\cos\gamma - \cos\vartheta\right) = r\left(1 - \cos\vartheta + \frac{1}{\lambda}\left(1 + \cos\gamma\right)\right)$$

$\sin\gamma = \lambda \sin\vartheta$

$\cos^2\gamma + \sin^2\gamma = 1$

$\cos^2\gamma + \lambda^2 \sin^2\vartheta = 1 \rightarrow \cos\gamma = -\sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2\vartheta}$ col "−" perché $\cos\gamma$ è sempre negativo

$$s = r\left(1 - \cos\vartheta + \frac{1}{\lambda}\left(\cos\gamma + 1\right)\right) = r\left(1 - \cos\vartheta + \frac{1}{\lambda}\left(1 - \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2\vartheta}\right)\right)$$

$$\sin^2\vartheta = \frac{1 - \cos 2\vartheta}{2}$$

Semplificazione: $\lambda \simeq 0,1$ poiché $\ell \gg r$

Sviluppo di Taylor $\quad (1+x)^\alpha \underset{x\to 0}{\cong} 1 + \alpha x$

$$\sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2\vartheta} \cong 1 - \frac{\lambda^2}{2}\sin^2\vartheta$$

$$s \cong r\left(1 - \cos\vartheta + \frac{1}{\lambda}\left(1 - 1 + \frac{\lambda^2}{2}\sin^2\vartheta\right)\right) = r\left(1 - \cos\vartheta + \frac{\lambda}{2}\sin^2\vartheta\right)$$

$$s = r\left(1 - \cos\vartheta + \frac{\lambda}{2}\left(\frac{1 - \cos 2\vartheta}{2}\right)\right) = r\left(1 - \cos\vartheta + \frac{\lambda}{4} - \frac{\lambda}{4}\cos 2\vartheta\right)$$

$$\boxed{s \cong r\left[1 + \frac{\lambda}{4} - \cos\vartheta - \frac{\lambda}{4}\cos(2\vartheta)\right]}$$

$$\dot{s} = \frac{\partial s}{\partial \vartheta}\cdot\dot{\vartheta} = r\left[\sin\vartheta\,\dot{\vartheta} + \frac{\lambda}{4}\sin(2\vartheta)\,2\dot{\vartheta}\right] = r\dot{\vartheta}\left[\sin\vartheta + \frac{\lambda}{2}\sin(2\vartheta)\right]$$

$$\ddot{s} = r\ddot{\vartheta}\left[\sin\vartheta + \frac{\lambda}{2}\sin(2\vartheta)\right] + r\dot{\vartheta}\left[\cos\vartheta\,\dot{\vartheta} + \frac{\lambda}{2}\cos 2\vartheta\,2\dot{\vartheta}\right]$$

$$= r\ddot{\vartheta}\left[\sin\vartheta + \frac{\lambda}{2}\sin(2\vartheta)\right] + r\dot{\vartheta}^2\left[\cos\vartheta + \lambda\cos(2\vartheta)\right]$$

Analisi cinematica

MANOVELLA ①

$$\underline{V}_{P①} = \underline{V}_{A①} + \underline{\omega}_1 \wedge \overrightarrow{AP} \qquad \underline{\omega}_1 := \dot{\vartheta}\,\underline{k}, \quad \underline{V}_A = \underline{0}$$

$$\underline{V}_{P①} = \dot{\vartheta}\,\underline{k} \wedge \overrightarrow{AP}$$

BIELLA ②

$$\underline{V}_{Q②} = \underline{V}_{B②} + \underline{\omega}_2 \wedge \overrightarrow{BQ} \qquad \underline{\omega}_2 := \dot{\gamma}\,\underline{k}$$

$$\underline{V}_{Q②} = \underline{V}_{B②} + \dot{\gamma}\,\underline{k} \wedge \overrightarrow{BQ}$$

PISTONE ③

$$\underline{V}_{R③} = \underline{V}_{C③} = V_3\,\underline{i} \equiv -\dot{s}\,\underline{i} \qquad \text{"−" poiché l'ascissa } s \text{ è presa opposta a } \underline{i}$$

Per trovare l'equazione di chiusura impongo:

$$\begin{cases} \underline{V}_{B②} = \underline{V}_{B①} \\ \underline{V}_{C②} = \underline{V}_{C③} \end{cases}$$

master COPY COPISTERIA 050/8312126 388/9837745

$$\begin{cases} \underline{V}_{B\,②} = \dot{\vartheta}\,\underline{k} \wedge \vec{AB} = \underline{V}_{B\,②} \\ \underline{V}_{C\,②} = \underline{V}_{B\,②} + \dot{\gamma}\,\underline{k} \wedge \vec{BC} = -\dot{s}\,\underline{i} \end{cases} \rightarrow \quad \dot{\vartheta}\,\underline{k} \wedge \vec{AB} + \dot{\gamma}\,\underline{k} \wedge \vec{BC} + \dot{s}\,\underline{i} = \underline{0}$$

Equazione di chiusura VELOCITA':

$$\dot{\vartheta}\,\underline{k} \wedge \vec{AB} + \dot{\gamma}\,\underline{k} \wedge \vec{BC} + \dot{s}\,\underline{i} = \underline{0}$$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

$$\vec{AB} = (\overline{AB}\cos\vartheta\,;\ \overline{AB}\sin\vartheta) = (r\cos\vartheta\,;\ r\sin\vartheta)$$

$$\vec{BC} = -\vec{CB} = -(\overline{CB}\cos\gamma\,;\ \overline{CB}\sin\gamma) = (-e\cos\gamma\,;\ -e\sin\gamma)$$

$$\begin{vmatrix} \underline{i} & \underline{j} & \underline{k} \\ 0 & 0 & \dot{\vartheta} \\ \cos\vartheta & r\sin\vartheta & 0 \end{vmatrix} = -r\dot{\vartheta}\sin\vartheta\,\underline{i} + r\dot{\vartheta}\cos\vartheta\,\underline{j}$$

$$\begin{vmatrix} \underline{i} & \underline{j} & \underline{k} \\ 0 & 0 & \dot{\gamma} \\ -e\cos\gamma & -e\sin\gamma & 0 \end{vmatrix} = \dot{\gamma}e\sin\gamma\,\underline{i} - \dot{\gamma}e\cos\gamma\,\underline{j}$$

$$\begin{cases} \underline{i}: & -r\dot{\vartheta}\sin\vartheta + \dot{\gamma}e\sin\gamma + \dot{s} = 0 \\ \underline{j}: & r\dot{\vartheta}\cos\vartheta - \dot{\gamma}e\cos\gamma = 0 \end{cases} \rightarrow \quad \dot{s} = r\dot{\vartheta}\sin\vartheta - \dot{\gamma}e\sin\gamma$$

$\Downarrow$ concorda con la definizione di s:

$$s = e + r + e\cos\gamma - r\cos\vartheta$$

$$\rightarrow \dot{s} = -e\sin\gamma\,\dot{\gamma} + r\dot{\vartheta}\sin\vartheta$$

$$\dot{\gamma} = \frac{r}{e}\frac{\cos\vartheta}{\cos\gamma}\,\dot{\vartheta}$$

$$\frac{r}{e} = \lambda$$

$$\begin{cases} \dot{\gamma} = \lambda\dfrac{\cos\vartheta}{\cos\gamma}\,\dot{\vartheta} \\ \cos\gamma = -\sqrt{1-\lambda^2\sin^2\vartheta} \end{cases} \rightarrow \quad \dot{\gamma} = -\frac{\lambda\cos\vartheta}{\sqrt{1-\lambda^2\sin^2\vartheta}}\,\dot{\vartheta}$$

ϑ ha verso costante ($\dot{\vartheta} < 0$ o $\dot{\vartheta} > 0$) ↑ NOTA

$\Rightarrow \dot{\gamma}$ dipende da $\cos\vartheta$

$$\begin{cases} \dot{s} = r\dot{\vartheta}\sin\vartheta - \dot{\gamma}e\sin\gamma \\ \text{dalla geometria: } e\sin\gamma = r\sin\vartheta \\ \Rightarrow \ddot{s} = r\ddot{\vartheta}\sin\vartheta - r\dot{\gamma}\sin\vartheta = r\sin\vartheta\,(\ddot{\vartheta} - \dot{\gamma}) \\ \dot{\gamma} = -\dfrac{\lambda\cos\vartheta}{\sqrt{1-\lambda^2\sin^2\vartheta}}\,\dot{\vartheta} \end{cases}$$