MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

SBOBINATURE DELLE LEZIONI DI MECCANICA APPLICATA ALLE MACCHINE DELLA PROF. DI PUCCIO

master copy COPISTERIA 050/8312126 388/9837745



MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 338 9837745

MECCANICA APPLICATA ALLE MACCHINE

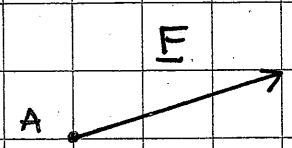
MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell 388 9837745

docente: Di Puccio Francesca
UFFICIO 4° PIANO DEL DICI - Adiacente al POLO C
email: dipuccio@ing.unipi.it
MARTEDÌ 10.30 / 11.30 in F4 ora in più di esercitazione
TESTI (non è indispensabile acquistarli e sono consultabili in BIBLIOTECA):
- CALLIOLI - PELICANO - FANGHELLA (+ recente e con + esercizi)
- FUNAIOLI - MENEGHETTI - MAGGIORE (- recente)
- STATICS e DYNAMICS (scritti in inglese) su statica e dinamica dei sistemi di corpi rigidi

STATICA (argomento fondamentale x il corso) 02/03/2018

↓
riguarda principalmente le FORZE

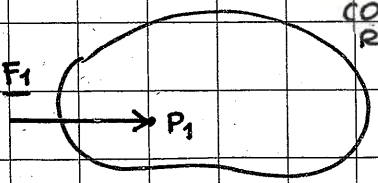
FORZA = vettore applicato caratterizzato da 3 INFORMAZIONI:
1) MODULO
2) DIREZIONE ORIENTATA (direzione + verso) o DIRETTORE
3) PUNTO di APPLICAZIONE



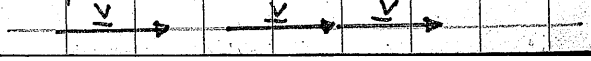
A → punto di applicazione
F → vettore FORZA
} il vettore applicato si indica con (A, F)

NOTAZIONE:
- i PUNTI si indicano con LETTERE MAIUSCOLE (A)
- i VETTORI ORIENTATI si indicano così $\vec{F}$
- i SEGMENTI ORIENTATI si indicano così $\vec{AB} = B - A$
- il MODULO di un VETTORE ORIENTATO si indica così $|\vec{F}|$ oppure F
- il MODULO di un SEGMENTO ORIENTATO si indica così $\overline{AB}$

CORPO RIGIDO



Consideriamo un CORPO RIGIDO di FORMA QUALSIASI (dal momento che la geometria effettiva del corpo non è importante x il nostro scopo) che NON è SOTTOPOSTO a VINCOLI e che è LIBERO di muoversi nel piano.
Il nostro corpo rigido si trova in EQUILIBRIO.
Supponiamo adesso di andare ad applicare nel punto P_1 del corpo una Forza $\vec{F}_1$.
Per convenzione, consideriamo come PUNTO di APPLICAZIONE il punto dove la PUNTA della freccia TOCCA il corpo rigido.
POSSIAMO FARLO ??? La risposta è (SÌ), perché vale il PRINCIPIO di TRASMISSIBILITÀ → è possibile spostare il vettore in qualsiasi modo sulla sua RETTA D'AZIONE senza modificare l'effetto che quest'ultimo ha sull'EQUILIBRIO DEL CORPO RIGIDO.



Ritornando al momento in cui applichiamo la forza $\underline{F_1}$. Se prima il corpo rigido era in equilibrio, dopo ciò non lo è più.

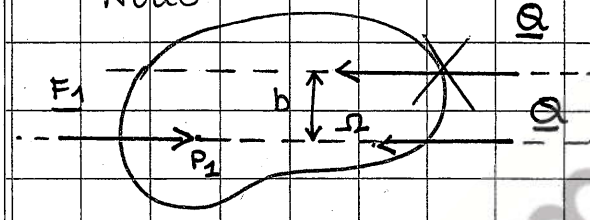
Per riportare il corpo rigido all'equilibrio è dunque necessario applicare un'altra forza $\underline{Q}$ di cui dobbiamo indicare: MODULO, DIREZIONE ORIENTATA e PUNTO DI APPLICAZIONE

COME DEVE ESSERE FATTA QUESTA FORZA $\underline{Q}$???

1) deve avere lo STESSO MODULO di $F_1 \Rightarrow |\underline{Q}| = |\underline{F_1}|$
2) deve avere la STESSA DIREZIONE di F_1 ma VERSO OPPOSTO
3) deve appartenere alla STESSA RETTA D'AZIONE di F_1.

↓ questa affermazione deriva dalla seguente

PROPRIETÀ: quando un corpo rigido è soggetto a 2 forze, la condizione NECESSARIA e SUFFICIENTE affinché il corpo rigido sia in EQUILIBRIO è che le 2 forze rappresentino una COPPIA di BRACCIO NULLO



b = braccio della coppia ↓ distanza tra le rette d'azione di una COPPIA di FORZE

COPPIA di FORZE → FORZE aventi STESSO MODULO e DIREZIONE ma VERSO OPPOSTO.

Le equazioni necessarie e sufficienti x descrivere l'EQUILIBRIO del nostro corpo rigido sono le: **EQUAZIONI CARDINALI DELLA STATICA**:

- **1^ CARDINALE** → $\underline{R} = \underline{0} \Rightarrow \underline{F_1} + \underline{Q} = 0$ → LA RISULTANTE DELLE FORZE agenti sul corpo rigido è NULLA

  ↓ questa è un'EQUAZIONE VETTORIALE che
  - NEL PIANO (x,y) → può essere scritta attraverso 2 EQUAZIONI SCALARI
  - NELLO SPAZIO (x,y,z) → può essere scritta attraverso 3 EQUAZIONI SCALARI

- **2^ CARDINALE** → scegliendo P_1 come polo: $\overrightarrow{P_1P_2} \wedge \underline{F_1} + \overrightarrow{P_1\Omega} \wedge \underline{Q} = \underline{0}$ → IL MOMENTO RISULTANTE delle forze agenti sul corpo rigido è nullo rispetto a qualsiasi scelta del polo

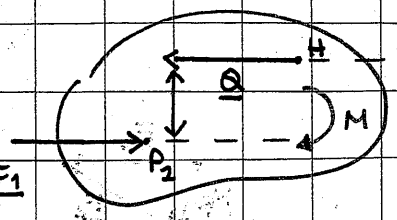
  ↓ questa è un'EQUAZIONE VETTORIALE che:
  - NEL PIANO (x,y) → può essere scritta attraverso un'equazione scalare lungo la direzione z (ortogonale al piano x,y)
  - NELLO SPAZIO (x,y,z) → può essere scritta attraverso 3 equazioni scalari.

Se adesso svolgiamo le 2 equazioni otteniamo:

dalla 1^ cardinale → $\underline{Q} = -\underline{F_1}$

dalla 2^ cardinale → $P_1\Omega \wedge \underline{Q} = \underline{0} \Leftrightarrow$ • $\underline{Q} = 0$ • $\overrightarrow{P_1\Omega} = 0 \Rightarrow P_1 \equiv \Omega$ • $\overrightarrow{P_1\Omega} \parallel \underline{Q}$] IMPOSSIBILI NEL NOSTRO CASO

Supponiamo di applicare la forza $\underline{Q}$ nel punto H che non appartiene alla retta d'azione di $\underline{F_1}$.
In questo caso il corpo rigido non può stare in EQUILIBRIO, dunque per BILANCIARE e TENERLO in EQUILIBRIO devo applicare, oltre alla FORZA $\underline{Q}$, anche un MOMENTO M.



$\underline{F_1}$ e $\underline{Q}$ rappresentano infatti una COPPIA di FORZE, cioè sono tali che $|\underline{Q}| = |\underline{F_1}|$ e $\underline{Q}$ ha la STESSA DIREZIONE ma VERSO OPPOSTO di F_1.
La 1ª EQUAZIONE CARDINALE $\underline{Q} = -\underline{F_1}$ rimane quindi invariata.

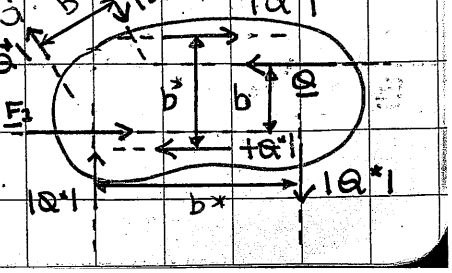
Se adesso indico con "b" il braccio della coppia $(P_1, \underline{F_1})$, $(H, \underline{Q})$ osservo che il MOMENTO DELLA COPPIA è ANTIORARIO (↺). Dunque, se voglio portare il corpo rigido all'EQUILIBRIO devo aggiungere un MOMENTO ORARIO tale che $M = |\underline{F_1}|b$. (↻).
Questo SISTEMA COSTITUITO da una COPPIA DI FORZE ed un MOMENTO, usato x equilibrare il CORPO rigido, è EQUIVALENTE al SISTEMA precedente COSTITUITO dalla coppia $(\Omega, \underline{Q})$, $(P_1, \underline{F_1})$

SISTEMI EQUIVALENTI → sistemi aventi la STESSA risultante delle FORZE e lo STESSO momento risultante rispetto ad un polo scelto arbitrariamente.
Dunque siano S ed S' due SISTEMI EQUIVALENTI ⇒
⇒ $\underline{R} = \underline{R}'$ e $\underline{M}_O = \underline{M}'_O$ con O = polo arbitrario, grazie alla validità della seguente relazione: $\underline{M}_B = \underline{M}_A + \vec{BA} \wedge \underline{R}$

dimostrazione: $(P_i, \underline{F_i})$ $\underline{M}_A = \sum_i \vec{AP_i} \wedge \underline{F_i}$

$$\underline{M}_B = \sum_i \vec{BP_i} \wedge \underline{F_i} = \sum_i (\vec{BA} + \vec{AP_i}) \wedge \underline{F_i} =$$
$$= \vec{BA} \wedge \sum_i \underline{F_i} + \sum_i \vec{AP_i} \wedge \underline{F_i} =$$
$$= \vec{BA} \wedge \underline{R} + \underline{M}_A$$

Ritornando all'esempio appena fatto... COME FACCIO A REALIZZARE UN MOMENTO ORARIO M che faccia sì che il corpo rigido torni in EQUILIBRIO?
Basta che io applichi una COPPIA di FORZE $\underline{Q}^*$, $-\underline{Q}^*$ tali che: - generino un MOMENTO ORARIO
- $|Q^*|b^* = |F_1|b$.



Da questo deduciamo che la coppia scelta NON dipende dalla DIREZIONE, basta che soddisfi queste 2 caratteristiche.