PROF FRANCESCA DI PUCCIO'

- Software Matlab e OpenSim

Rilievo del movimento tramite marker sul soggetto → posizione dei marker a un software con un modello → ricavare info come cinematica articolare e forze ai giunti

Microsoft Teams 256II 22-23

Materiale
→ su Teams → "Generale" → "Materiale del corso"

master COPY

Esame

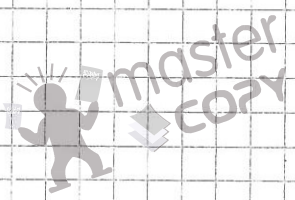
- Scritto : 2-3 domande teoria + esercizio MSK ≈ 3 ore
- Consegna di esercitazioni (numerose e personalizzate) oppure un progettino (rimedi) entrambi possono essere fatti in gruppi di max 3 persone

francesca.dipuccio@unipi.it (meglio su teams) → ufficio vicino al polo C

Ricevimento martedì mattina

Account OpenSim : vittorilia [Fiume1999]





CINEMATICA DEL CR IN 2D

Ci concentriamo sui corpi rigidi (movimento detto scheletrico)

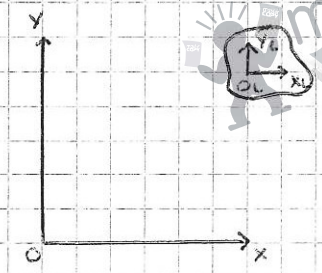
Hp: scheletro rigido

(2D) Come definiamo la posizione / posa di un corpo rigido nel piano?

GDL = un sistema ha m gdl se servono e bastano m parametri indipendenti (coord libere) x definire la pos

segmento corporeo (segment / link)

1. introduco un sistema di riferimento SDR fisso (parete)
2. SDR locale (sul corpo)



master COPY

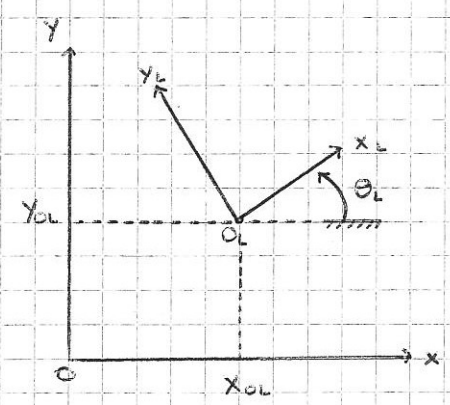
PIANO: i movimenti possibili sono
1) traslazione (// x o y)
2) rotazione attorno a un punto fisso
3) combinazione dei due

3. dò le coordinate dell'origine del SDR locale rispetto a quello fisso
4. dò l'inclinazione dell'asse x del SDR locale rispetto all'asse x del fisso angolo $\hat{x_L x}$ orientato, cioè con segno

Quante info? → 2 coordinate, 1 angolo } 3 come i GDL = n° necessario e sufficiente di parametri per la posizione (in 3D sono 6 GDL)

3 GDL del corpo rigido nel piano

master COPY COPISTERIA

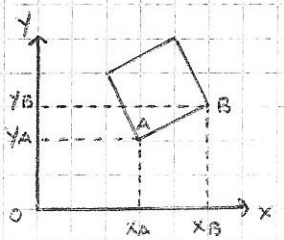


X_{OL}, Y_{OL}, θ_L → necessari e sufficienti

Posso risalire poi alla posizione di tutti i punti del corpo

(Se una persona al telefono mi deve spiegare come posizionarsi, mi servono queste info)

Per definire la posizione del corpo rigido guardandolo, di quanti marker ho bisogno? Ho bisogno di 2 marker → 4 coordinate



$A = (x_A, y_A)$
$B = (x_B, y_B)$
} 4 info scalari ma GDL = 3

Mi servono tutte e 4 o posso rimuoverne qualcuna?

$\overline{AB} = \ell \qquad (x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2 = \ell^2$ quindi bastano x_A, y_A, y_B

e uso la relazione per ricavare x_B ? ma perché ottengo 2 soluzioni e non una unica $x_B = x_A \mp \sqrt{\ell^2 + (y_A - y_B)^2}$

Quindi se uso le coordinate dei punti mi servono tutte e quattro

NOTAZIONE

A, B punti

$[A]_G$ coordinate di A nel sistema fisso o globale

$[A]_L$ coordinate di A nel sistema mobile o locale

} pedice = SDR

$[\ ] = \begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \end{bmatrix}$ vettore colonna di 2 (2D) o 3 (3D)

Hp: note x_{OL}, y_{OL}, θ coe $[O_L]_G$, θ come calcolo $[P]_G$?

con $P \in CR$

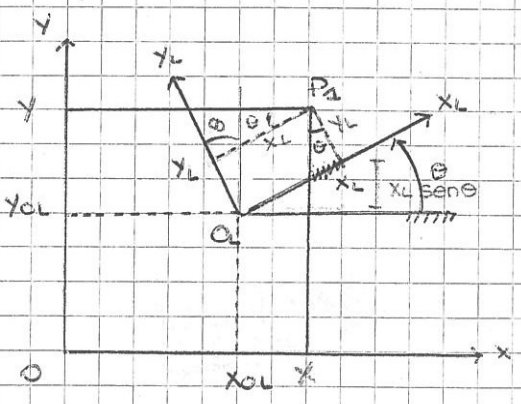
oss corpo rigido che quindi è moto

$[P_i]_L$ note e costanti nel movimento

→ coordinate dei punti del CR nel SDR locale

$[P_i]_L \longleftrightarrow [P_i]_G$ tramite $[O_L]_G, \theta$

CAMBIAMENTO DI SDR



Formulee cambiamento SDR

$$\textcircled{x} = x_{OL} + x_L \cos\theta - y_L \operatorname{sen}\theta$$
$$\textcircled{y} = y_{OL} + x_L \operatorname{sen}\theta + y_L \cos\theta$$

$[O_L]_G$

x_L, y_L sono specifiche dei P_i e sono nulle $\forall P_i$

Scrivo in forma matriciale

$$\left[P\right]_G = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \left[O_L\right]_G + \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_L \\ y_L \end{bmatrix}$$

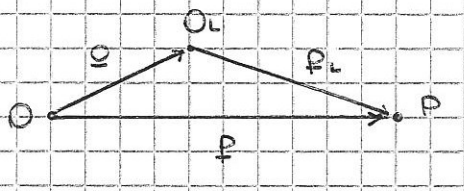
$\begin{bmatrix} x_L \\ y_L \end{bmatrix}$ → coordinate di P nel SDR locale

$\begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$ → MATRICE R (rotazione tra i SDR)

$\left[O_L\right]_G$ e matrice R sono info valide per tutti i punti

$$\left[P\right]_G = \left[O_L\right]_G + R_{GL}(\theta)\left[P\right]_L$$

Come traduco le operazioni coi punti traslate in operazioni coi vettori?
Uso vettori posizione



vettore posizione

$\overrightarrow{OP} = \underline{p}$ in G (origine O)

$\overrightarrow{O_LP} = \underline{p}_L$ in L (origine O_L)

$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OO_L} + \overrightarrow{O_LP}$

$\underline{p} = \underline{o} + \underline{p}_L$

$\underline{p} = P - O$ differenza tra punti

$\underline{p}_L = P - O_L$

$P = O_L + \underline{p}_L$ da cui ricavo

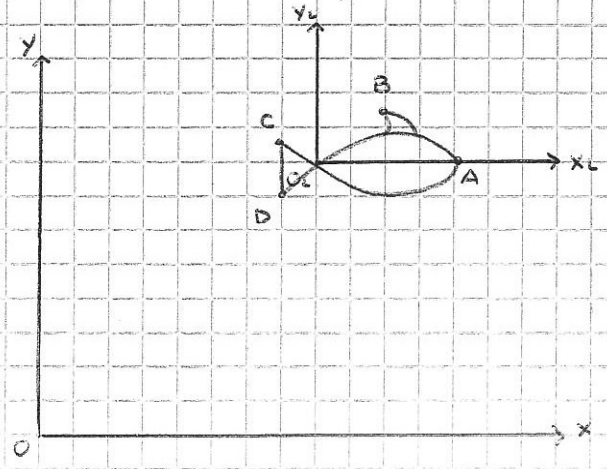
riprendendo i SDR

$$\left[P\right]_G = \left[O_L\right]_G + \left[\underline{p}_L\right]_G \quad \text{con} \quad \left[\underline{p}_L\right]_G = R_{LG}\left[\underline{p}_L\right]_L$$

$$\left[\underline{p}_L\right]_L = \left[P\right]_L$$

$$\left[\underline{p}\right]_G = \left[P\right]_G$$

ESEMPIO
Studio il moto di un pesce

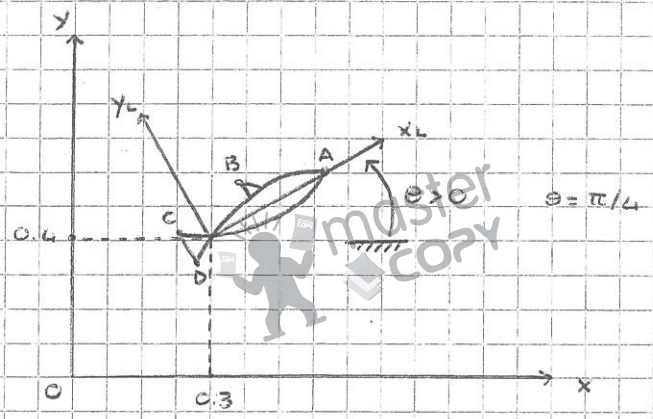


master COPY
master COPY COPISTERIA

$[A]_L = (0.25, 0)_m = \begin{bmatrix} 0.25 \\ 0 \end{bmatrix}$ uno fa parentesi tonda per il trasporto

$[B]_L = (0.10, 0.08)_m$

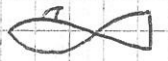
$[C]_L = \dots$ $[D]_L = \dots$ quindi sono note



$$[A]_G = [O_L]_G + \underbrace{\begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}}_{R_{GL}(\pi/4)} \cdot [A]_L$$

$$[A]_G = \begin{bmatrix} 0.3 \\ 0.4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sqrt{2}/2 & -\sqrt{2}/2 \\ \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.25 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.3 + \sqrt{2}/8 \\ 0.4 + \sqrt{2}/8 \end{bmatrix}$$

Con questo procedimento posso trovare tutte le posizioni

Anche questa?  NO perché è una rotazione che quindi esce dal piano e non ha senso in 2D

COORDINATE OMOGENEE con parentesi graffa

Raggruppo le info della terna locale in un'unica matrice vettore 3×1 e poi cambio le coordinate x far tornare il calcolo

$$\begin{Bmatrix} P \\ 1 \end{Bmatrix}_G = \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} P \\ 1 \end{Bmatrix}_G = \underbrace{\left[\begin{array}{cc|c} & R_{GL} & [O_L]_G \\ \hline 0 & 0 & 1 \end{array}\right]}_{3\times 3} \begin{Bmatrix} P \\ 1 \end{Bmatrix}_L \qquad \begin{Bmatrix} P \\ 1 \end{Bmatrix}_L = \begin{bmatrix} x_L \\ y_L \\ 1 \end{bmatrix}$$

contiene tutto quello che dipende dalle 3 coordinate note $[O_L]_G$ e θ

$$\begin{Bmatrix} P \\ 1 \end{Bmatrix}_G = \underbrace{\left[\begin{array}{cc|c} \cos\theta & -\sin\theta & [O_L]_G \\ \sin\theta & \cos\theta & \\ \hline 0 & 0 & 1 \end{array}\right]}_{T_{GL}} \begin{Bmatrix} P \\ 1 \end{Bmatrix}_L \rightarrow \begin{Bmatrix} \cos\theta\, x_L - \sin\theta\, y_L + x_{OL} \cdot 1 \\ \sin\theta\, x_L + \cos\theta\, y_L + y_{OL} \cdot 1 \\ 1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P \\ 1 \end{Bmatrix}_G = \begin{Bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{Bmatrix}$$

non ho $\begin{Bmatrix} O_L \\ 1 \end{Bmatrix}_G$ perché contenuto in T_{GL}

$$\boxed{\begin{Bmatrix} P \\ 1 \end{Bmatrix}_G = T_{GL} \cdot \begin{Bmatrix} P \\ 1 \end{Bmatrix}_L}$$