Testo n. 0 - Cognome e Nome:

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PISA
INGEGNERIA GESTIONALE E INGEGNERIA CHIMICA: CORSO DI FISICA GENERALE II
Prova n. 1 - 21/10/2017

1) In un sistema di coordinate cartesiane, sono date due cariche puntiformi $q_A = -9q$, posta nel punto A di coordinate ($x_A = 1.76$ m, 0, 0), e $q_B = q$, posta nel punto B di coordinate ($x_B = 3.33$ m, 0, 0), con $q = 1.57$ pC. Determinare le coordinate, in m, del punto C, appartenente all'asse delle x, nel quale il campo elettrico risultante è nullo.

A [0] B [2.31] C [4.11] D [5.91] E [7.71] F [9.51]

2) In un sistema di coordinate cartesiano, nella regione compresa tra i piani $x = 0$ ed $x = a$, con $a = 1.01\times10^{-3}$ m, è presente una distribuzione uniforme di carica elettrica con densità volumetrica pari a $\rho_c = 1.15$ nC/m^3. Determinare la minima velocità, in m/s, con la quale deve essere lanciata una particella di massa $m = 1.67 \times 10^{-27}$ kg e carica elettrica $q = 1.60 \times 10^{-19}$ C, dal punto A di coordinate ($x = 2a$, $y = 0$, $z = 0$) per raggiungere il punto B di coordinate ($x = a$, $y = 0$, $z = 0$).

A [0] B [113] C [293] D [473] E [653] F [833]

3) In un sistema di coordinate sferiche, è dato il seguente campo elettrico: per $r < r_0$, $\vec{E} = \frac{kr^2}{4\epsilon_0}\vec{e}_r$, per $r > r_0$, $\vec{E} = 0$. Siano $r_0 = 1.98 \times 10^{-3}$ m, e $k = k_0 = 1.54$ C/m^4. Determinare la carica elettrica, in pC, presente sulla superficie sferica individuata dalla relazione $r = r_0$.

A [0] B [−20.4] C [−38.4] D [−56.4] E [−74.4] F [−92.4]

4) Nel caso del problema precedente (3), determinare quale carica puntiforme, in nC, deve essere posta nell'origine del sistema di riferimento, per avere nella regione individuata dalla relazione $r > r_0$, il campo elettrico $\vec{E} = \frac{a}{r^2}\vec{e}_r$, con $a = 1.72$ Nm^2/C.

A [0] B [0.191] C [0.371] D [0.551] E [0.731] F [0.911]

5) Sul piano $z = 0$ è presente la seguente distribuzione superficiale di carica, per $\rho < \rho_0$ si ha $\sigma = \sigma_0$, per $\rho > \rho_0$ si ha $\sigma = -\sigma_0$, con $\sigma_0 = 1.88$ nC/m^2. Si consideri il punto P di coordinate cartesiane ($x_p = 0$, $y_p = 0$, $z_p = 1.36 \times 10^{-3}$ m) e si determini per quale valore di ρ_0, in m, il campo elettrico **E** in P è nullo.

A [0] B [2.36×10^{-3}] C [4.16×10^{-3}] D [5.96×10^{-3}] E [7.76×10^{-3}] F [9.56×10^{-3}]

master COPY COPISTERIA

6) Una distribuzione di carica elettrica con densità superficiale costante $\sigma = 1.01$ nC/m^2 è distribuita sulla superficie di un cubo di lato $2a = 1.93 \times 10^{-3}$ m, ad eccezione di due cerchi di raggio a disposti al centro di due facce contigue. Determinare il modulo del campo elettrico $\mathbf{E}$ in N/C al centro del cubo.

A [0] B [23.6] C [41.6] D [59.6] E [77.6] F [95.6]

7) In sistema di coordinate cartesiane, tre cariche elettriche puntiformi q, con $q = 1.50$ nC, sono posizionate rispettivamente nei punti di coordinate A = $(a, a, 0)$, B = $(-a, a, 0)$, e C = $(a, -a, 0)$, con $a = 1.70$ m, ed una quarta carica elettrica puntiforme $-q$, è posizionata nel punto di coordinate D = $(-a, -a, 0)$, con $a =$ m. Determinare il modulo del campo elettrico $\mathbf{E}$ in N/C, nel punto di coordinate E = $(2a, 0, 0)$.

A [0] B [1.51] C [3.31] D [5.11] E [6.91] F [8.71]

8) Nel caso del problema precedente (7) determinare il modulo della accelerazione, in m/s^2, di una particella di massa $m_p = 1.02 \times 10^{-12}$ kg e carica $q_p = 1.97$ pC posizionata nell'origine del sistema di riferimento. Si assumano le altre quattro cariche puntiformi fissate nelle rispettive posizioni.

A [0] B [1.81] C [3.61] D [5.41] E [7.21] F [9.01]

9) In un sistema di coordinate sferiche, nella regione individuata dalla relazione $r \leq r_0$, con $r_0 = 1.11 \times 10^{-3}$ m, è data data una distribuzione di carica elettrica con densità volumetrica $\rho_e = \rho_0 r \cos(\theta)$, con $\rho_0 = 1.28$ mC/m^4. Determinare la carica elettrica complessiva, in pC, presente nella regione $r \leq r_0$.

A [0] B [173] C [353] D [533] E [713] F [893]

10) Nel caso del problema precedente (9), determinare il modulo del campo elettrico, in N/C, nell'origine del sistema di riferimento.

A [0] B [11.7] C [29.7] D [47.7] E [65.7] F [83.7]

Testo n. 0

www.master COPY COPISTERIA 050/8312126 388/9837745

1° Compitino 2017

① $\vec{E}_A + \vec{E}_B = 0$

$$\frac{q_A}{(x_C - x_A)^2} + \frac{q_B}{(x_C - x_B)^2} = 0 \rightarrow \frac{-9q}{(x_C - x_A)^2} + \frac{q}{(x_C - x_B)^2} = 0$$

$$-9(x_C - x_B)^2 + (x_C - x_A)^2 = 0$$

$$-9x^2 + 18x x_B - 9x_B^2 + x^2 - 2x x_A + x_A^2 = 0$$

$$x_B^2(-9+1) + x(18x_B - 2x_A) + x_A^2 - 9x_B^2 = 0$$

$$-8x^2 + 56{,}42x - 96{,}7 = 0 \xrightarrow{\text{calc}} x = \begin{cases} 4{,}11 & \checkmark \\ 2{,}93 & \times \end{cases}$$

---

② Va posto $L_{\text{Forza elettrica}} = E_{\text{cinetica}}$

$$\tfrac{1}{2} m v_{iniz.}^2 = L_{\vec{F}_e} = \vec{F}_e \cdot \text{spostamento}$$

Ricordiamo che il campo da $2a$ ad a è diverso.

$$\vec{E}(ext) = \frac{1}{2\varepsilon_0} \rho_0 a$$

$$\vec{F}_{el} = \frac{q_{part.}}{2\varepsilon_0} \rho_0 a$$

$$L = \int_{2a}^{a} \frac{q_{part}}{2\varepsilon_0} \rho_0 a \, da = \frac{q_{part}}{2\varepsilon_0} \rho_0 \left| \frac{a^2}{2} \right|_{2a}^{a} = \frac{q_{part}}{2\varepsilon_0} \rho_0 \left(2a^2 - a^2\right) =$$

$$= \frac{q_{part}}{2\varepsilon_0} \rho_0 a^2 = \tfrac{1}{2} m v^2$$

$$v^2 = \frac{q_{part} \rho_0 a^2}{\varepsilon_0 m} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{q_{part} \rho_0 a^2}{\varepsilon_0 m}} = a\sqrt{\frac{q_p \rho_0}{\varepsilon_0 m}} = 112{,}67 =$$

$$= 113 \text{ m/s}.$$

master COPY COPISTERIA 050/8312126 388/9837745

③ La carica superficiale è data da una discontinuità di $\vec{E}$.

$$\vec{E} \cdot 4\pi R_0^2 = \frac{1}{\varepsilon_0}\left(\cancel{\tfrac{4}{3}\pi R_0^3 \cdot \rho_0}^{=0} + Q_{sup}\right) \leftarrow \int \vec{E}\,d\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$\frac{K R_0^2}{4\varepsilon_0} \cdot 4\pi R_0^2 \cdot \varepsilon_0 = Q_{sup}$$

$$K \cdot \pi \cdot R_0^2 = Q_{sup} = 7{,}435 \cdot 10^{-11}\ C = 74{,}4\ pC.$$

④ ~~$E \cdot 4\pi R_0^2 = \frac{1}{\varepsilon_0}$~~

Carica puntiforme:

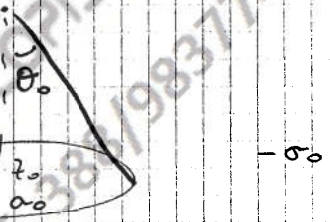
$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} = \frac{a}{r^2}$$

$$q = a \cdot 4\pi \cdot \varepsilon_0 = 1{,}91 \cdot 10^{-10} = 0{,}191\ nC$$

⑤

$\rho_0 = z_0 \cdot tg(\theta_0)$

devo trovare θ_0 t.c.



$$E_{tot} = \int_0^{\theta_0} \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \sin\theta\, d\theta + \int_{\theta_0}^{\pi/2} \frac{(-\sigma)}{2\varepsilon_0} \sin\theta\, d\theta =$$

$$= \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\cos(\theta_0) - \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[1 - \cos(\theta_0)\right] =$$

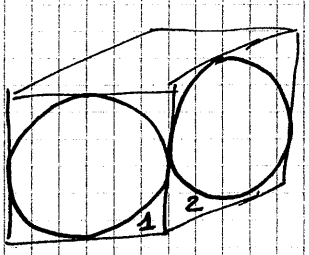
$$= \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[-\cos\theta_0 + 1\right] - \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[\cos\theta_0\right] =$$

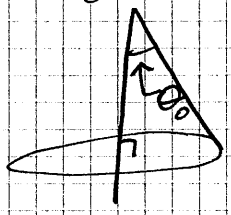
$$= -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\cos\theta_0 + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = 0$$

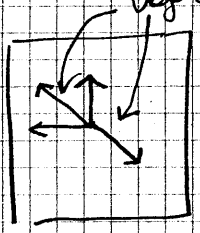
$$\cos\theta_0 = \frac{1}{2}$$

$$\theta_0 = \pi/3 \quad \Rightarrow \quad \rho_0 = z_0\, tg(\pi/3) = 2{,}355 \cdot 10^{-3}$$

⑥ È la somma vettoriale di quello che genererebbe la parte mancante, cioè due dischi messi sulle facce adiacenti







solo in modulo, in realtà sarebbe messo opposto rispetto al centro!

Campo generato da un disco:

$$\vec{E} = \frac{1}{2\varepsilon_0}\sigma \int_0^{\theta_0} \sin\theta\, d\theta \qquad \text{dove } \theta^\circ \text{ è angolo max } \left(\frac{\pi}{4}\right)$$
(per un piano infinito è $\pi/2$)

$$\vec{E} = \frac{1}{2\varepsilon_0}\sigma \left| -\cos\theta \right|_0^{\theta_0} =$$

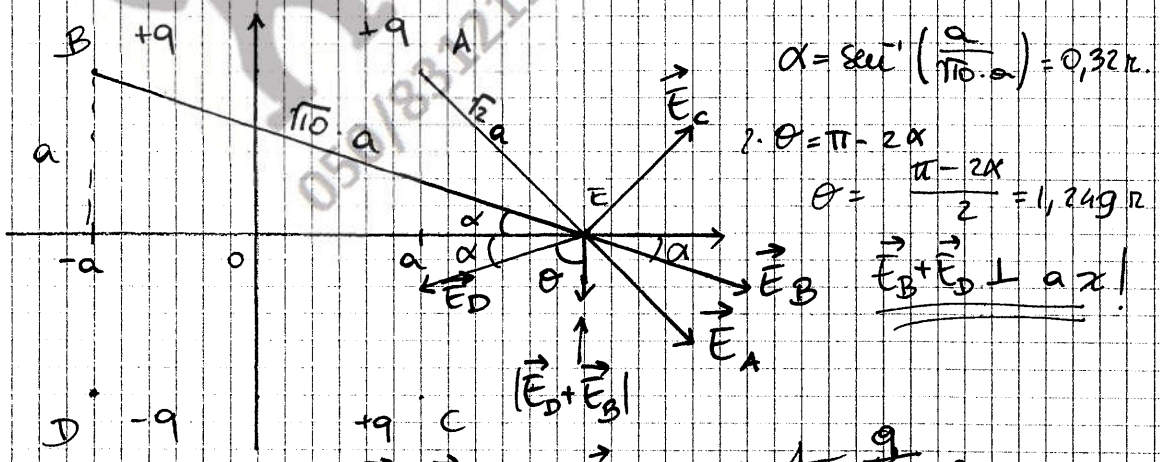
$$= \frac{1}{2\varepsilon_0}\sigma \left(+1 - \cos\left(\frac{\pi}{4}\right)\right) = \frac{1}{2\varepsilon_0}\sigma \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + 1\right) = \frac{1}{2\varepsilon_0}\sigma \left(\frac{\sqrt{2}-1}{2}\right)$$

Va contato 2 volte? No! è una somma vettoriale fra 2 vettori ⊥ fra loro! Dato che però sono uguali in modulo:

$$|\vec{E}_1 + \vec{E}_2| = \sqrt{2}\, E_{1/2} = \frac{\sqrt{2}}{2\varepsilon_0}\sigma \left(\frac{\sqrt{2}-1}{2}\right) = 23{,}62$$

---

⑦



$\overline{BE} = \sqrt{3a^2 + a^2} = \sqrt{10}\cdot a$

$\alpha = \sin^{-1}\left(\frac{a}{\sqrt{10}\cdot a}\right) = 0{,}32\,\pi$

$2\cdot\theta = \pi - 2\alpha$

$\theta = \frac{\pi - 2\alpha}{2} = 1{,}249\,\pi$

$\vec{E}_B + \vec{E}_D \perp$ a x!

Somma vettori, a 2 a 2: $\vec{E}_A + \vec{E}_C = \sqrt{2}\,\vec{E}_{A/C} = \sqrt{2}\,\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{(\sqrt{2}a)^2} = 3{,}299$

$$|\vec{E}_B + \vec{E}_D| = 2\cos(1{,}249\ \text{rad})\cdot \vec{E}_{B/D} =$$

$$= 2\cos(1{,}249)\cdot\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot q\cdot\frac{1}{10\,a^2} = 0{,}295$$

Tra loro sono ⊥:

$$E_{tot} = \sqrt{0{,}295^2 + 3{,}299^2} = 3{,}31$$

master COPY COPISTERIA