$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \quad C^2/(m^2 \cdot N)$

ARCO CIRCONF. $\widehat{AB} = R \cdot \arccos\left[\cos(\Delta\phi)\sin\theta_A \sin\theta_B + \cos\theta_A \cos\theta_B\right]$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

COORDINATE CILINDRICHE

$$\begin{cases} \rho = \sqrt{x^2+y^2} & 0 \le \rho \le +\infty \\ \phi = \arctan\left(\frac{y}{x}\right) & 0 \le \phi \le 2\pi \\ z = z \end{cases} \qquad \begin{cases} x = \rho \cdot \cos\phi \\ y = \rho \cdot \sin\phi \\ z = z \end{cases} \qquad \begin{cases} \hat{\imath}_\rho = \cos\phi\,\hat{\imath}_x + \sin\phi\,\hat{\imath}_y + 0\hat{\imath}_z \\ \hat{\imath}_\phi = -\sin\phi\,\hat{\imath}_x + \cos\phi\,\hat{\imath}_y + 0\hat{\imath}_z \\ \hat{\imath}_z = \hat{\imath}_z \end{cases}$$

$$M = M_x\hat{\imath}_x + M_y\hat{\imath}_y + M_z\hat{\imath}_z \quad \downarrow \quad M = M_\rho\hat{\imath}_\rho + M_\phi\hat{\imath}_\phi + M_z\hat{\imath}_z$$

$$\begin{cases} M_\rho = M_x\cos\phi + M_y\sin\phi \\ M_\phi = -M_x\sin\phi + M_y\cos\phi \\ M_z = M_z \end{cases} \qquad \begin{cases} \hat{\imath}_x = \cos\phi\,\hat{\imath}_\rho + \sin\phi\,\hat{\imath}_\phi + 0\hat{\imath}_z \\ \hat{\imath}_y = \sin\phi\,\hat{\imath}_\rho + \cos\phi\,\hat{\imath}_\phi + 0\hat{\imath}_z \\ \hat{\imath}_z = \hat{\imath}_z \end{cases}$$

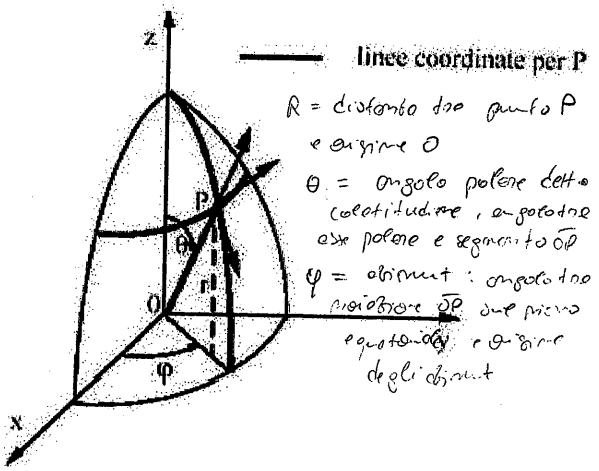
COORDINATE SFERICHE

$$\begin{cases} R = \sqrt{x^2+y^2+z^2} & 0 \le R < +\infty \\ \theta = \arctan\left(\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{z}\right) & 0 \le \theta \le \pi \\ \phi = \arctan\left(\frac{y}{x}\right) & 0 \le \phi \le 2\pi \end{cases} \qquad \begin{cases} x = R\sin\theta\cos\phi \\ y = R\sin\theta\sin\phi \\ z = R\cos\theta \end{cases} \qquad \begin{cases} \hat{\imath}_R = \sin\theta\cos\phi\,\hat{\imath}_x + \sin\theta\sin\phi\,\hat{\imath}_y + \cos\theta\hat{\imath}_z \\ \hat{\imath}_\theta = \cos\theta\cos\phi\,\hat{\imath}_x + \cos\theta\sin\phi\,\hat{\imath}_y - \sin\theta\,\hat{\imath}_z \\ \hat{\imath}_\phi = -\sin\phi\,\hat{\imath}_x + \cos\phi\,\hat{\imath}_y + 0\hat{\imath}_z \end{cases}$$

$$M = M_x\hat{\imath}_x + M_y\hat{\imath}_y + M_z\hat{\imath}_z \quad \downarrow \quad M = M_R\hat{\imath}_R + M_\theta\hat{\imath}_\theta + M_\phi\hat{\imath}_\phi$$

$$\begin{cases} M_R = M_x\sin\theta\cos\phi + M_y\sin\theta\sin\phi + M_z\cos\theta \\ M_\theta = M_x\cos\theta\cos\phi + M_y\cos\theta\sin\phi - M_z\sin\theta \\ M_\phi = -M_x\sin\phi + M_y\cos\phi \end{cases} \qquad \begin{cases} \hat{\imath}_x = \sin\theta\cos\phi\,\hat{\imath}_R + \cos\theta\cos\phi\,\hat{\imath}_\theta - \sin\phi\,\hat{\imath}_\phi \\ \hat{\imath}_y = \sin\theta\sin\phi\,\hat{\imath}_R + \cos\theta\sin\phi\,\hat{\imath}_R + \cos\phi\,\hat{\imath}_\phi \\ \hat{\imath}_z = \cos\theta\,\hat{\imath}_R - \sin\theta\,\hat{\imath}_\theta + 0\hat{\imath}_\phi \end{cases}$$

COORDINATE SFERICHE

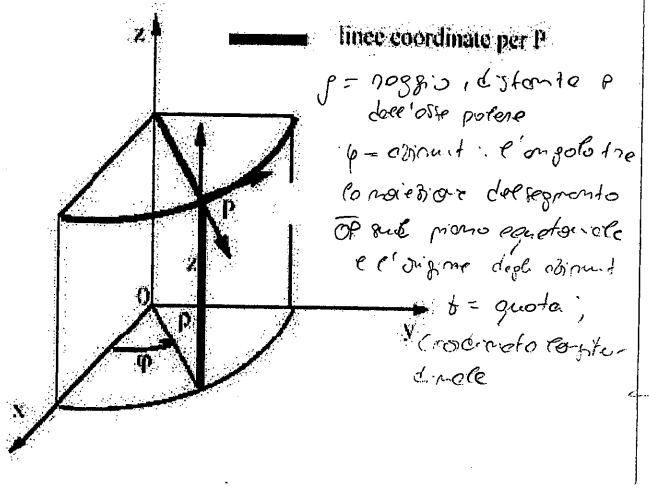


R = distanza tra punto P e origine O

θ = angolo polare detto colatitudine, angolo tra asse polare e segmento $\overline{OP}$

φ = azimut: angolo tra proiettore $\overline{OP}$ sul piano equatoriale e origine degli azimut

COORDINATE CILINDRICHE



ρ = raggio, distanza P dall'asse polare

φ = azimut: è angolo tra proiettore del segmento $\overline{OP}$ sul piano equatoriale e l'origine degli azimut

z = quota; coincide con la coordinata cartesiana

COORDINATE CILINDRICHE

$dS_\rho = \rho\, d\phi\, dz$

$dS_z = \rho\, d\phi\, d\rho$

$dS_\phi = d\rho\, dz$

$dV = \rho\, d\rho\, d\phi\, dz$

$z = R\cos\theta$

$\nabla \cdot A = \frac{1}{\rho}\left[\frac{\partial(\rho A_\rho)}{\partial \rho} + \frac{\partial(A_\phi)}{\partial \phi} + \frac{\partial(\rho A_z)}{\partial z}\right]$

- $\rho = cost$: CILINDRI A SEZIONE CIRCOLARE, ASSE = ASSE z
- $\phi = cost$: SEMIPIANI VERTICALI PASSANTI PER ASSE z
- $z = cost$: PIANI ORIZZONTALI (ORTOGONALI A ASSE z)

COORDINATE SFERICHE

$dS_R = R^2 \sin\theta\, d\theta\, d\phi$

$dS_\phi = R\, dR\, d\theta$

$dS_\theta = R \sin\theta\, d\phi\, dR$

$dV = R^2 \sin\theta\, dR\, d\phi\, d\theta$

$\nabla \cdot A = \frac{1}{r^2 \sin\theta}\left[\frac{\partial(r^2 \sin\theta\, A_r)}{\partial r} + \frac{\partial(r \sin\theta\, A_\theta)}{\partial \theta} + \frac{\partial(r A_\varphi)}{\partial \varphi}\right]$

- $R = cost$: SFERE CENTRATE NELL'ORIGINE
- $\theta = cost$: CONI AVENTI VERTICE ORIGINE E ASSE ASSE z
- $\varphi = cost$: SEMIPIANI VERTICALI PASSANTI PER ASSE z

CAMPO ELETTRICO $= \emptyset$ NEL CERCHIO $(z = \emptyset)$

GENERATO DA PIANO INDEFINITO: $\int_0^{\theta_{max}} \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \sin\theta\, d\theta = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

GENERATO DA CARICA: $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r}$

GENERATO DA SPIRA: $\int_L \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda\, dL \cos\theta}{r^2}$ $\quad dL = R\, d\phi$ $\quad r^2 = \sqrt{\rho^2 + z^2}$

$$E_x(x,y,z) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \sum_{i=1}^{k}\left[\frac{Q_i (x - x_i)}{\underbrace{[(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2 + (z-z_i)^2]^{3/2}}_{R^2}}\right] = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\sum_{i=1}^{n}\frac{\rho_c \cdot dV}{r^2}\hat{r}\right] = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_V \frac{\rho_c \cdot dV\, \hat{r}}{R^2}$$

$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} - \vec{\nabla} V$

CARICA ELETTRICA

$Q = \int_V \rho\, dx\, dy\, dz$

$Q = \int_S \sigma\, dx\, dy$

$Q = \int_L \lambda\, dx$

T. GAUSS $\quad \Phi_E(S) = \int_S \vec{E}\, d\vec{S} = \frac{Q_{INT}}{\varepsilon_0}$ $\quad$ FORMA DIFFEREN. $\vec{\nabla}\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$

$\phi = E\, dS = \frac{\sigma\, dS}{\varepsilon_0} = \frac{\rho\, dV}{\varepsilon_0}$

F. DI COULOMB: $\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}\hat{r}$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

FORZA ELETTRICA (DI COULOMB) $\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{\|\vec{r}_{21}\|^2} \hat{r}_{21}$ $dl = R\,d\theta = r\,d\varphi$

$\vec{E}$ calcolato fuori: $\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[1 - \frac{R}{\sqrt{R^2+R^2}}\right]$ $F_{TOT\,q}[R] = q\,\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_V \frac{\rho_c(x',y',z')(r-r')\,dx'dy'dz'}{(r-r')^3}$

CAMPO ELETTRICO $E_x(x,y,z) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{m} \frac{Q(x-x_i)}{[(x-x_i)^2+(y-y_i)^2+(z-z_i)^2]^{3/2}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_V \frac{\rho}{r^3}\vec{r}\,dV$ σ dS

$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{\vec{f}}{q}$ DISCONTINUITÀ $\Rightarrow \Delta\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\cdot\frac{R_0^2}{R^2}$ R_0 = punto discontinuità DIPOLO: $E = \frac{2p}{4\pi\varepsilon_0 z^3}$

FILO INFINITO: $\vec{E}(x) = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{x}\hat{x}$ PIANO INFINITO $\vec{E}(x) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{x}$

$V(P) = \frac{\lambda R}{2\varepsilon_0\sqrt{R^2+y^2}}$ asse anello

SPIRA DECOLORE $\vec{E}(x) = \frac{1}{2\varepsilon_0}\frac{\lambda x r}{(x^2+r^2)^{3/2}}\hat{x}$ INTERNO PIANO INFINITO $\vec{E}(x_0) = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\left(x_0 - \frac{a}{2}\right)$

$\omega = \frac{\lambda\Phi}{2\varepsilon_0\pi R^2}$ d'uno particolare sopra spira

FLUSSO CAMPO ELETTRICO (GAUSS) $\Phi_S(\vec{E}) = \int_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$ DIVERGENZA $\vec{\nabla}\vec{E} = \frac{\rho_c}{\varepsilon_0}$

POTENZIALE ELETTROSTATICO $V(P(x,y,z)) = \int_P^{\infty} \vec{E}\,d\vec{e}$

$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 8{,}99\times10^9$ $F = qE \rightarrow E = \frac{F}{q}$

$V(\vec{r}) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$ $V(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_V \frac{\rho_c(x',y',z')}{(\vec{r}-\vec{r}')}\,dV$

LEGAME TRA $\vec{E}$ e V $\vec{E} = -\vec{\nabla}V$

POTENZIALE DIPOLO $V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{p}\cdot\vec{r}}{r^3}$ $\vec{p} = q\vec{h}$ (momento)

$F_{dipolo} = (\vec{p}\cdot\vec{\nabla})\vec{E}$

CAPACITÀ $C = Q/V$ $\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$ $\vec{E}(\text{cond}) = \frac{V}{d}$

SFERA CONDUTTRICE $C = 4\pi\varepsilon_0 R$ CONDENSATORE CILINDRICO $C = \frac{2\pi h\varepsilon_0}{\varphi_m(R_2/R_1)}$

CONDENSATORE SFERICO $C = 4\pi\varepsilon_0\cdot\frac{R_1R_2}{R_2-R_1}$ CONDENSATORE PIANO $C = \frac{S\varepsilon_0}{d}$

ENERGIA ELETTROSTATICA $U = \sum_{i\neq j,1}^{m}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_i q_j}{r_{ij}}$ $U = \frac{1}{2}(q\cdot V(\vec{r}))\,dL = dq\,V(q)$

$U = \frac{\varepsilon_0}{2}\int_V E^2\,dV$ DIPOLO: $U = \vec{p}\times\vec{E}$

$F = \vec{p}\times\vec{\nabla}\vec{E}$

GUSCIO SFERICO $U = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$ SFERA $U = \frac{3}{20}\frac{q^2}{\pi\varepsilon_0 R}$

DENSITÀ DI CORRENTE $\vec{J} = n\,q\,\vec{v}_0$ $\vec{v}_0 = -\frac{e}{mv}\vec{E}$

CORRENTE ELETTRICA $I = \int_S \vec{J}\,d\vec{S}$ $dI = \frac{dq}{dt}$ $Q = \int \vec{J}\,dt$

$Pot = \int \vec{J}\vec{E}\,dV$

LEGGE DI OHM: $\vec{J} = \sigma\vec{E}$ $\rho = \frac{1}{\sigma}$ (resistività) $\vec{E} = \rho\vec{J}$

$R = \frac{\rho\ell}{S} \rightarrow V = RI$

POTENZA ED EFFETTO JOULE $P = RI^2$

$P = \frac{V^2}{R}$

FEM $\mathcal{E} = RI + r_{int} I = \int_a^b \vec{E}\, d\vec{s}$

FORZA DI LORENTZ $d\vec{F} = I\, d\vec{\ell} \times \vec{B}$ <u>Generale</u> $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$

$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$

MOTO PARTICELLA <u>circolare uniforme</u> $(\vec{v} \perp \vec{B})$:

$R = \frac{m v_0}{qB}$ $v_0 = \omega R$ $v_0 = \frac{qBR}{m}$ $\omega = \frac{qB}{m}$ $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi m}{qB}$

<u>MOTO ELICO</u> $(\angle \vec{v}\vec{B} \neq \pi/2)$ $p = \frac{d \text{ percorso}}{\text{giro}}$

$R = \frac{m(v_0 \sin\theta)}{qB}$ $p = \frac{v_0 \cos\theta\, 2\pi m}{qB}$

MOMENTO FORZA $\vec{M} = IS\hat{n} \times \vec{B}$

<u>MOMENTO MAGNETICO</u>: $\vec{m} = IS\hat{n}$

<u>MOMENTO MECCANICO</u>: $\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B}$

LEGGE BIOT-SAVART $\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint_\gamma \frac{d\vec{\ell} \times d\vec{r}}{|\Delta\vec{r}|^3}$

<u>FILO INDEFINITO</u> $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$ <u>SPIRA CIRCOLARE</u> $B = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2+z^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 I}{2R}$

Teorema di: $B = \frac{\mu_0 n i}{2\pi r}$

FORZA TRA 2 CIRCUITI PERCORSI DA CORRENTE $\vec{F}_{21} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi} \oint_{\ell_2} \oint_{\ell_1} \frac{d\vec{\ell}_1\, d\vec{\ell}_2}{|\vec{r}_{21}|^3} \vec{r}_{21}$

<u>FILI PARALLELI</u> $\frac{\vec{F}_{12}}{d\ell_2} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi R}$ → d'uno sull'altro

Spira quadrata = $\frac{\sqrt{2}\, \mu_0 I}{\pi \ell}$

spira rettangolare = $\frac{2\mu_0 I}{\sqrt{B^2 + L_{spira}^2}}$

FEM INDOTTA $\varphi_i = -\frac{d\Phi(B)}{dt}$ $\varphi_i = -BLv_T$

CAMPO INDOTTO $\vec{E}_i = \vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}$

$\vec{E}$ indotto: $\oint \vec{E}\, d\vec{r} = \frac{d}{dt}\Phi(\vec{B})$

AUTO e MUTUA INDUZIONE $\Phi(\vec{B}(t)) = L \cdot I(t)$ (auto) $\rightarrow \varphi_i = -L\frac{dI}{dt}$

$\Phi_2(\vec{B}_2(t)) = MI(t)$ (mutua)

<u>EFFETTO DI 2 SU 1</u>: $\frac{\Phi_{S_1} B_2}{I_2} = M_{21}$

<u>EFFETTO DI 1 SU 2</u> $\frac{\Phi_2 B_1}{I_1} = M_{12}$

$M_{21} = M_{12}$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

$-\frac{d\Phi B}{dt} = fem = M\frac{dI}{dt}$ $\quad M = \frac{\Phi(B)}{I}$

FORMULARIO ELETTROMAGNETISMO

- ***Forza di Coulomb : forza che intercorre tra due particelle cariche***

$$\vec{f} = \frac{k\, q_1 q_2}{r^2}\hat{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}\hat{r} \qquad \varepsilon_0 = 8.8542\ 10^{-12}\frac{C^2}{Nm^2}$$

- ***Campo elettrico*** *: quantità vettoriale generata da una carica*

$$\vec{f} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{N}\frac{q_i}{r^2_{iQ}}\widehat{r_{iQ}} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\vec{E} \;\Rightarrow\; \vec{f}(\vec{r}) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{N}\frac{q_i}{|r_i - r|^2}|r_i \hat{-} r| \rightarrow \vec{E} = \frac{\vec{f}}{q_0}$$

- ***Densità di carica superficiale, volumetrica e lineare :***

$$\rho = \frac{Q_{tot}}{\tau} \;;\; \sigma = \frac{Q_{tot}}{\Sigma} \;;\; \lambda = \frac{Q_{tot}}{l} \qquad \textit{al discreto}$$

$$Q_{tot} = \int_\tau \rho\, d\tau = \int_\Sigma \sigma\, d\Sigma = \int_l \lambda\, dl \qquad \textit{al continuo}$$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

- ***Campo elettrico a distanza x da un filo infinito carico***

$$\vec{E}(x) = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{x}\hat{x}$$

- ***Campo elettrico a distanza x da una spira di raggio r***

AL VARIARE DI X → (=z)

$$\vec{E}(x) = \frac{1}{2\varepsilon_0}\frac{\lambda x r}{\sqrt{(x^2+r^2)^3}}\hat{x}$$

- ***Campo elettrico a distanza x da un anello di raggio r***

$$\vec{E}(x) = \frac{1}{2\varepsilon_0}\frac{\lambda x r}{\sqrt{(x^2+r^2)^3}}\hat{x}$$

- ***Campo elettrico a distanza x da un disco di raggio r***

$$\vec{E}(x) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1 - \frac{|x|}{\sqrt{x^2+r^2}}\right)\hat{x} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(1 - cos(\alpha))\hat{x}$$

- ***Campo elettrico a distanza x da un piano infinito uniformemente carico***

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\cdot\int_0^{\arccos\left(\frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}\right)} sin\theta\, d\theta \qquad \vec{E}(x) = \lim_{r\to\infty}\left[\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1 - \frac{|x|}{\sqrt{x^2+r^2}}\right)\right]\hat{x} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{x}$$

- ***Flusso di un campo elettrico***

$$\Phi_\Sigma(E) = \int_\Sigma \vec{E}\cdot d\vec{\Sigma} \xrightarrow{sup.chiusa} \Phi = \oint_\Sigma \vec{E}\cdot d\vec{\Sigma}$$

- ***Flusso del campo elettrico in una sfera***

$$\Phi_\Sigma(E) = \oint_\Sigma \vec{E}\cdot d\vec{\Sigma} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}\oint ds = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

- ***Campo elettrico in una sfera piena carica (a partire dal flusso)***

$$E = \begin{cases} \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{R^3}r & se\ r < R \\ \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^2} = \frac{\rho r}{3\varepsilon_0} & se\ r > R \end{cases}$$

- ***Campo elettrico in una sfera cava carica (a partire dal flusso)***

$$E = \begin{cases} 0 & se\ r < R \\ \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^2} & se\ r > R \end{cases}$$

- ***Angolo solido: formula generalizzata***

$\Phi = M\frac{dI}{dt}$ $\quad M = \frac{\Phi(B)}{I}$

- CAMPO ELETTRICO CARICA PUNTIFORME:

$$E_x(x,y,z) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{Q(x-x_i)}{[(x-x_i)^2+(y-y_i)^2+(z-z_i)^2]^{3/2}}\right]$$

$\rightarrow E = \int_0^{\theta max}\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}sin\theta\, d\theta = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

- CAMPO ELETTRICO SPIRA RAGGIO R

$$E = \frac{1}{2\varepsilon_0}\frac{\lambda R}{r^2}cos\theta$$

r = distanza $d\vec{E}_2$ $d\vec{E}_1$

- CAMPO GENERATO DA UNA SUPERFICIE SFERICA CARICA CON DENSITÀ σ:

$$\vec{E}_{EST} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\cdot\frac{R_0^2}{R^2}$$

- CAMPO INTERNO PIANO INDEFINITO

$$E(x_0) = \frac{1}{\varepsilon_0}\left(x_0 - \frac{a}{2}\right)$$ a=estremo