APPUNTI IN CLASSE

$f(\varphi(x)) = f(x')$ GRUPPO $\quad R_{ij}$ = Mat. Trasf.

Rotazione per un asse che passa dall'O.
Il modulo è lo stesso $|E(P)| = |E(P_0)|$

$$E_i(P_0) = \sum_{j=1}^{3} R_{ij} E_j(P_0)$$

STABILIZZATORE DI P_0:
"Sottoinsieme di Trasformazioni che lasciano P_0 invariato"

L'unico vettore che gode della proprietà per cui ruotando torna in se stesso è il vettore radiale. Allora se

$$\vec{E}_i(P_{0x}) = \sum_{j=1}^{3} (R_{ij}) \vec{E}_j(\vec{P_0})$$

se il campo gode di questa condizione allora il campo elettrico è RADIALE

$$\boxed{\vec{E}(r) = E_r(r)\,\hat{r}}$$

↳ il campo $\vec{E}$ in un punto P esterno è RADIALE: Dimost. geometrica



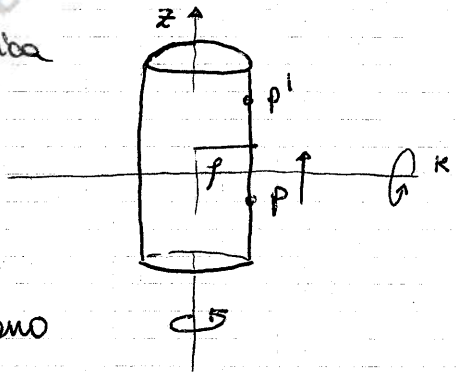
$$dq = \rho(r)\, r^2 \sin\theta \, d\theta \, d\varphi \, dr$$

$$\Phi = \int \vec{E} d\vec{A} = \frac{q_{int}}{\varepsilon_0}$$

$$E(r) = \int_V \frac{\rho(r) r^2 \sin\theta \, d\theta d\varphi dr}{4\pi R^2 \varepsilon_0}$$

Per quanto riguarda la simmetria cilindrica sono stabilizzatori:

1) ROTAZIONE su asse z
2) TRASLAZIONI lungo asse z
3) ROTAZIONI di 180° su assi ⊥ all'asse z
4) RIFLESSIONI rispetto a piani che contengono asse z

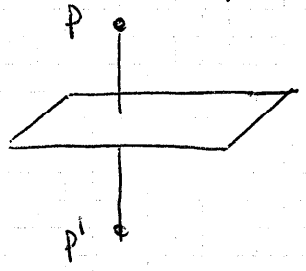


$$\vec{E}(z) = \sum_{j=1}^{3} R_{ij} E_j(z)$$ → se viene verificata questa

$$\boxed{E(r) = E_\rho(\rho)\,\hat{e}_\rho}$$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 366 9837745

- **Riflessione rispetto al piano $z=0$**



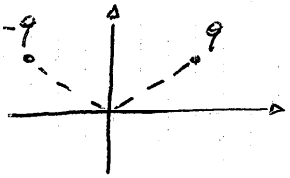
$$\begin{cases} x \to x' \\ y \to y' \\ z \to -z' \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} R_{ij} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ -c \end{pmatrix} \quad \text{con} \quad R_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

- **Coniugazione di carica**

$q_i \longrightarrow -q_i$

Operazione che cambia il segno alle cariche mantenendone il modulo



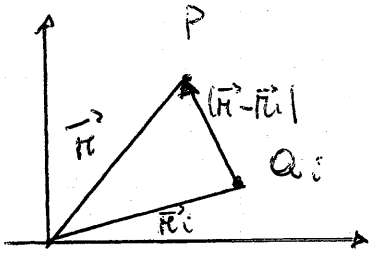
CONIUGAZIONE e RIFLESSIONE

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

Per quanto concerne il campo $\vec{E}$ si definisce

PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE: il principio secondo cui il campo $\vec{E}(\vec{r})$ è pari alla somma in $\vec{r}$ delle generiche cariche q_i discrete del sistema. Per somma si intende la somma vettoriale

$$\vec{E}_0(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{|\vec{r}-\vec{r}_i|^3} (\vec{r}-\vec{r}_i)$$



Per una generica distribuzione CONTINUA di carica

$$\vec{E}_0(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{\rho(x',y',z')}{|\vec{r}-\vec{r}_i|^3} (\vec{r}-\vec{r}_i)\, dx\,dy\,dz$$

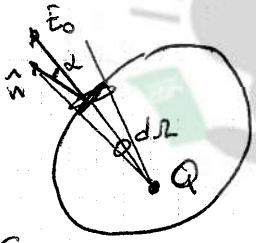
$dq = \sigma(x,y,z)\, dS$

$dq = \lambda(x,y,z)\, dl$

Teorema di Gauss (valido per qualunque campo conservativo)

$$\phi_S(\vec{E}_0) = \int_S \vec{E}_0 \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum Q^{int} = \frac{Q^{int}_{TOT}}{\varepsilon_0}$$

Dim:

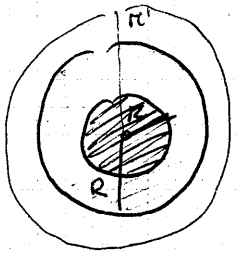


$$d\phi(\vec{E}_0) = \vec{E}_0 \cdot d\vec{S} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r^2} \cos\alpha\, dS = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} d\Omega$$

$$\Omega = \frac{dS_n}{r^2}$$

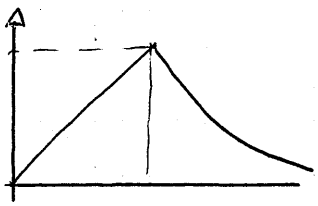
$$\phi_S(\vec{E}_0) = \int_S d\phi(\vec{E}_0) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \int_{4\pi} d\Omega = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

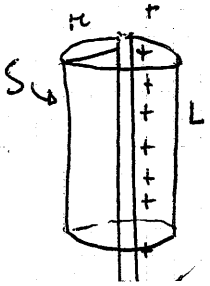
ALCUNI CASI NOTEVOLI DI CAMPI ELETTRICI

- 

$$E_0(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{R^3} r = \frac{1}{3} \frac{\rho}{\varepsilon_0} r$$

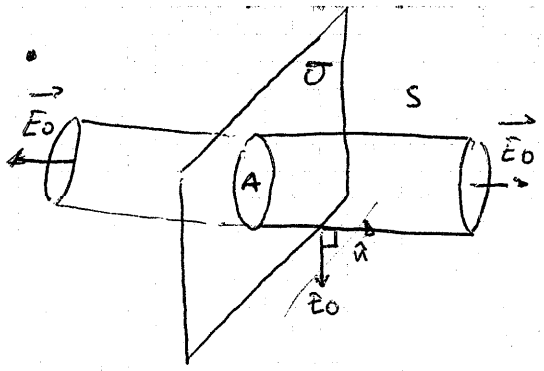
$$E_0(r') = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r^2}$$



- 

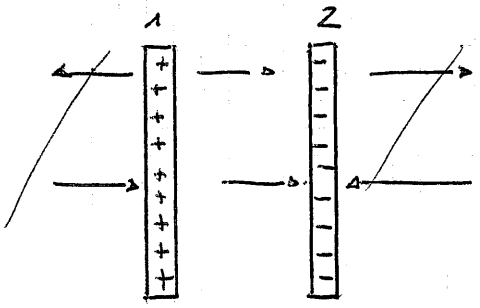
$$\phi_S(\vec{E}_0) = E_0 \cdot 2\pi r L = \frac{\lambda \cdot L}{\varepsilon_0} \rightarrow E_0(r) = \frac{\lambda}{2\pi r \varepsilon_0}$$

MASTER COPY Tel. 050 8312126 Cell. 388 9637745



$$2 \cdot A E_0 = \frac{A \cdot \sigma}{\varepsilon_0}$$

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\,\hat{n}$$



$$E_0 = E_1 + E_2 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

POTENZIALE ELETTRICO

Prima di parlare di campo elettrostatico devo vedere che $\vec{F}$ è conservativa, cioè

$$L_{A\to B} = L_{B\to A}$$

$$L^{AB} = \int_A^B \vec{F}(\vec{E})\, d\ell = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_A} - \frac{1}{R_B}\right)$$

dipende solo da Tratto iniziale e finale

$$\int_A^B \vec{E_0}\, d\vec{\ell} = V_0(A) - V_0(B)$$

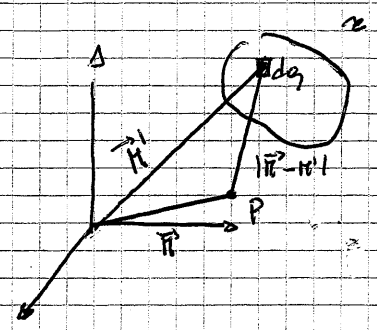
con $\boxed{V_0(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} + C}$ con r = distanza punto - carica che genera V

unità di misura $[V_0(r)] = \frac{J}{C} = \text{Volt}$

$$[E(r)] = \frac{N}{C} = \frac{V}{m}$$

essendo $\vec{E} \cdot d\vec{\ell} = -dV_0$ in coordinate cartesiane

$\vec{E} = -\vec{\nabla} V_0$ perché $d\vec{\ell} = \frac{d}{dx}\hat{i} + \frac{d}{dy}\hat{j} + \frac{d}{dz}\hat{k}$



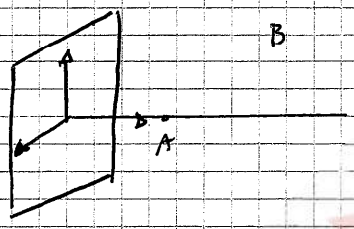
→ Principio di sovrapposizione

$$V_0(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{i}^{n} \frac{q_i}{|\vec{r}-\vec{r}_i'|} \quad \text{discreta}$$

$$V_0(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{\rho(x',y',z')\,d\tau}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \quad \text{continua}$$

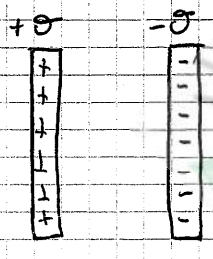
Vantaggi di calcolare V_0? → È uno scalare

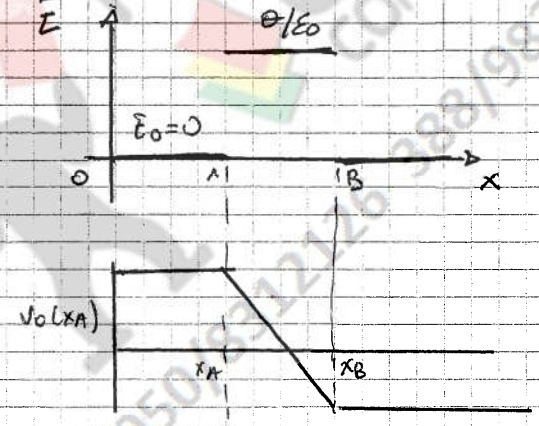
ALCUNI CASI NOTEVOLI DI POTENZIALE

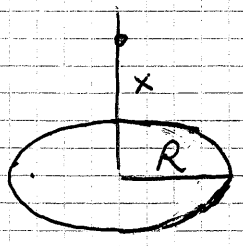


$$V_0(A) - V_0(B) = \int_A^B \vec{E}\,d\vec{\ell} = \int_A^B \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\,dx = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(x_B - x_A)$$

$$V_0(x) = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}x + \cancel{\cos t}^{\,0 \to \infty}$$







$$V_0(x) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{\lambda}{\sqrt{R^2+x^2}}\,d\ell = \frac{2\pi R\lambda}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{R^2+x^2}}$$

$$= \frac{\lambda}{2\varepsilon_0}\frac{R}{\sqrt{R^2+x^2}}$$