Università degli Studi di Pisa - Dipartimento di Ingegneria Civile e Industriale
Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale

Fisica Generale II e Elettronica

Appello 5 - 9/01/2017

PROBLEMA I 4 piastre conduttrici

Quattro piastre conduttrici piane e sottili hanno uguale superficie S, sono poste a distanza d l'una dall'altra, con $d \ll \sqrt{S}$, e sono parallele l'una all'altra. Procedendo da sinistra verso destra, le piastre sono numerate progressivamente da 1 a 4. Le due piastre 1 e 3 possono essere connesse mediante un generatore di tensione V_0, attraverso una resistenza R, chiudendo un interruttore. Il polo positivo del generatore è connesso alla lastra 1. Le due piastre 2 e 4 sono connesse mediante un filo conduttore. Inizialmente tutte le lastre sono scariche. All'istante t = 0 si chiude l'interruttore e si attende un tempo sufficiente affinché la carica sulle piastre raggiunga il valore asintotico, ovvero non scorra più corrente sulla resistenza R.

Determinare:

1) la somma delle cariche elettriche sulle lastre 1 e 3 e la somma delle cariche elettriche presenti sulle lastre 2 e 4;
2) il campo elettrico in tutto lo spazio;
3) la densità superficiale di carica su ciascuna piastra;

Mediante una opportuna forza esterna $\boldsymbol{F_E}$, applicata alla lastra 1 in direzione ad essa perpendicolare, tale cioè da mantenere la lastra parallela alle altre, si allontana la lastra fino a raggiungere la distanza 2d dalla lastra 2.

Determinare:

3) il lavoro compiuto dalla forza $\boldsymbol{F_E}$;
4) il lavoro compiuto dal generatore.

PROBLEMA II filo conduttore

Un filo conduttore, di lunghezza totale $l + b$ e sezione circolare uniforme di raggio a, è costituito da due tratti di lunghezza complessiva l di materiale con resistività ρ_l, separati da un terzo tratto centrale di lunghezza b di materiale con resistività ρ_b. Ai capi del filo è applicata una tensione V per mezzo di un generatore di tensione continua.

Determinare:

1) la corrente e la potenza dissipata per effetto Joule in ciascun tratto di filo;
2) il lavoro compiuto dal generatore nell'intervallo di tempo ΔT;
3) il campo elettrico all'interno di ciascun tratto di filo, le cariche presenti sulle superfici di separazione tra i diversi tratti di filo e la somma di queste cariche.

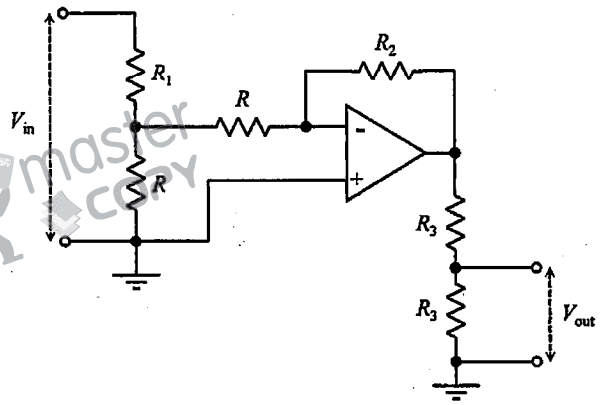
Successivamente, con una opportuna forza esterna, il filo viene messo in movimento con velocità costante di modulo v e direzione a esso perpendicolare, all'interno di un campo magnetico uniforme e costante $\boldsymbol{B}$. $\boldsymbol{B}$ ha intensità nota B ed è perpendicolare sia al filo che alla sua velocità. Il generatore di tensione continua V viene mantenuto collegato ai capi del filo.

Nelle nuove condizioni, determinare:

4) la corrente che scorre nel filo;
5) la forza esterna applicata al filo per mantenerne costante la velocità.

Elettrotecnica

PROBLEMA III



Nel circuito di figura, si supponga che l'amplificatore operazionale sia ideale e che non entri in saturazione. Tutti i valori delle resistenze sono noti.

Determinare:

1) l'impedenza di ingresso Z_{in} del circuito;
2) la transcaratteristica $V_{out} = f(V_{in})$ del circuito;
3) l'impedenza Z_{out} di uscita del circuito.

Si supponga ora che il circuito venga pilotato con un generatore reale di tensione, con tensione a vuoto $V(t) = V_0 \cos(\omega t)$ e resistenza interna pari all'impedenza Z_{in} del circuito. Si supponga inoltre di applicare al circuito un carico consistente in una resistenza pari a R_3. Determinare:

4) la potenza media che il circuito assorbe in ingresso;
5) la potenza media che il circuito eroga in uscita.

master COPY

Università di Pisa - Dipartimento di Ingegneria Civile e Industriale

Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale

Fisica Generale II e Elettronica

Appello 5 - 9/01/2017

Soluzioni

PROBLEMA 1 4 Piastre conduttrici

1) Le piastre inizialmente sono scariche, $Q_1 = 0$, $Q_2 = 0$, $Q_3 = 0$, $Q_4 = 0$, in ogni istante successivo alla chiusura dell'interruttore si ha $Q_1 + Q_3 = 0$ e $Q_2 + Q_4 = 0$.

2) Si possono scrivere le seguenti equazioni per le densità di carica superficiali σ_i sulle quattro superfici:

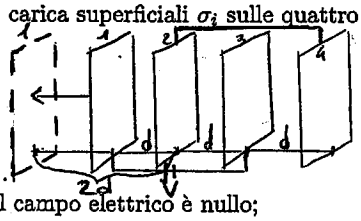
$\sigma_1 + \sigma_3 = 0$

$\sigma_2 + \sigma_4 = 0$

$\frac{(\sigma_1-\sigma_2-\sigma_3-\sigma_4)}{2\epsilon_0}d + \frac{(\sigma_1+\sigma_2-\sigma_3-\sigma_4)}{2\epsilon_0}d = V_0$

$\frac{(\sigma_1+\sigma_2-\sigma_3-\sigma_4)}{2\epsilon_0}d + \frac{(\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3-\sigma_4)}{2\epsilon_0}d = 0$

Si trova: $\sigma_1 = \frac{2}{3}\frac{\epsilon_0 V_0}{d}$, $\sigma_2 = -\frac{1}{3}\frac{\epsilon_0 V_0}{d}$, $\sigma_3 = -\frac{2}{3}\frac{\epsilon_0 V_0}{d}$, $\sigma_4 = \frac{1}{3}\frac{\epsilon_0 V_0}{d}$.



Il campo elettrico nella regione esterna alle quattro lastre: il campo elettrico è nullo;

Regione compresa tra le lastre 1 e 2: il campo elettrico è uniforme ed è diretto dalla lastra 1 alla lastra 2; il modulo è $E = \frac{2}{3}\frac{V_0}{d}$. ($E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$) prima legge di Maxwell

Regione compresa tra le lastre 2 e 3: il campo elettrico è uniforme ed è diretto dalla lastra 2 alla lastra 3; il modulo è $E = \frac{1}{3}\frac{V_0}{d}$.

Regione compresa tra le lastre 3 e 4: il campo elettrico è uniforme ed è diretto dalla lastra 4 alla lastra 3; il modulo è $E = \frac{1}{3}\frac{V_0}{d}$.

3) Si ha: $\sigma_1 = \frac{2}{3}\frac{\epsilon_0 V_0}{d}$, $\sigma_2 = -\frac{1}{3}\frac{\epsilon_0 V_0}{d}$, $\sigma_3 = -\frac{2}{3}\frac{\epsilon_0 V_0}{d}$, $\sigma_4 = \frac{1}{3}\frac{\epsilon_0 V_0}{d}$.

4) Quando la lastra 1 si trova alla distanza $d + z$ dalla lastra 2, si possono scrivere le seguenti equazioni per le densità di carica superficiali σ_i sulle quattro superfici:

$\sigma_1 + \sigma_3 = 0$

$\sigma_2 + \sigma_4 = 0$

$\frac{(\sigma_1-\sigma_2-\sigma_3-\sigma_4)}{2\epsilon_0}(d+z) + \frac{(\sigma_1+\sigma_2-\sigma_3-\sigma_4)}{2\epsilon_0}d = V_0$

$\frac{(\sigma_1+\sigma_2-\sigma_3-\sigma_4)}{2\epsilon_0}d + \frac{(\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3-\sigma_4)}{2\epsilon_0}d = 0$

Si trova: $\sigma_1(z) = \frac{2\epsilon_0 V_0}{3d+z}$, $\sigma_2(z) = -\frac{\epsilon_0 V_0}{3d+z}$, $\sigma_3(z) = -\frac{2\epsilon_0 V_0}{3d+z}$, $\sigma_4(z) = \frac{\epsilon_0 V_0}{3d+z}$.

Regione compresa tra le lastre 1 e 2: il campo elettrico è uniforme ed è diretto dalla lastra 1 alla lastra 2; il modulo è $E = \frac{2V_0}{3d+z}$.

La forza esterna $\mathbf{F_E}$ necessaria per allontanare la lastra 1 dalla lastra 2 ha modulo $F_E(z) = \sigma_1(z)SE(z)$. Si ottiene $F_E(z) = \frac{4\epsilon_0 V_0^2 S}{(3d+z)^2}$. Il lavoro compiuto dalla forza esterna $\mathbf{F_E}$ è $L_E = \int_0^d \frac{4\epsilon_0 V_0^2 S}{(3d+z)^2} dz$.

$\frac{2V_0}{3d+z} \cdot \frac{2\epsilon_0 V_0}{3d+z} \cdot S$

5) Il lavoro compiuto dal generatore di tensione è $L_g = V_0 \Delta Q$, dove ΔQ è la variazione di carica sulla lastra 1, connessa al polo positivo del generatore, tra la configurazione iniziale, nella quale la lastra 1 è alla distanza d dalla lastra 2, e quella finale, nella quale la lastra 1 è alla distanza $2d$ dalla lastra 2.

Nella configurazione iniziale si ha $Q_1(d) = \frac{2\epsilon_0 S V_0 S}{3d}$. Nella configurazione finale si ha $Q_1(2d) = \frac{\epsilon_0 V_0 S}{2d}$. Il

$dq = \sigma\, dS \rightarrow Q = \frac{2\epsilon_0 V_0}{3d} \cdot S$

lavoro del generatore è $L_g = -\frac{\epsilon_0 V_0 S}{6d}$.

PROBLEMA 2

1) Il filo conduttore è costituito da tre tratti connessi in serie, per i due tratti di lunghezza complessiva l e resistività ρ_l, la resistenza è data da $R_l = \frac{\rho_l l}{\pi a^2}$, per il tratto di lunghezza b e resistività ρ_b la resistenza è data da $R_b = \frac{\rho_b b}{\pi a^2}$. La resistenza complessiva del filo è $R = R_l + R_b = \frac{\rho_l l + \rho_b b}{\pi a^2}$. Di conseguenza, la corrente è la stessa in ciascun tratto del filo ed è $I = \frac{V \pi a^2}{\rho_l l + \rho_b b}$. La potenza dissipata per effetto Joule nel tratto di filo di lunghezza l è $W_l = R_l I^2$, nel tratto di filo di lunghezza b è $W_b = R_b I^2$. La potenza complessiva è $W = (R_l + R_b) I^2 = \frac{\rho_l l + \rho_b b}{\pi a^2} I^2$.

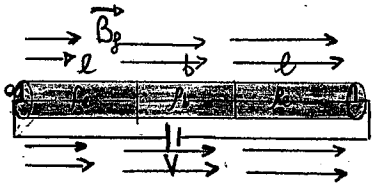
2) Il lavoro compiuto dal generatore nell'intervallo di tempo ΔT è $L_g = VI\Delta T$. Si ha $L_g = \frac{V^2 \pi a^2}{\rho_l l + \rho_b b} \Delta T$.

3) Dalla relazione $J = \frac{1}{\rho} E$, tra il campo elettrico, la resistività e la densità di corrente, applicata ai tratti di filo rispettivamente di lunghezza l e b, si determina il campo elettrico nei due tratti di filo $E_l = \frac{\rho_l I}{\pi a^2}$ e $E_b = \frac{\rho_b I}{\pi a^2}$ ed ha lo stesso verso della corrente.

Per determinare la densità carica σ presente sulla superficie che separa il tratto di filo con resistività ρ_l, a sinistra, e ρ_b, a destra, si applica il teorema di Gauss, utilizzando un cilindro con basi parallele alla superficie di separazione, $(E_b - E_l)\pi a^2 = \frac{\sigma \pi a^2}{\epsilon_0}$, dalla quale si ottiene $\sigma = \epsilon_0 (E_b - E_l)$. La carica complessiva presente sulla superficie è $Q = \pi a^2 \sigma$. Sull'altra superficie di separazione, che separa il tratto di filo con resistività ρ_b, a sinistra, e resistività ρ_l, a destra, mediante lo stesso ragionamento, si ottiene che la carica presente è $-Q$. La somma delle cariche presenti sulle superfici di separazione dei diversi tratti di filo è 0.

4) Si immagini una spira rettangolare costituita dal generatore di tensione continua V chiuso mediante due connessioni parallele al filo conduttore rettilineo di lunghezza totale $l + b$. Si può scrivere l'equazione $V - \frac{d\phi(B)}{dt} = RI$, e di conseguenza $V - vB(l+b) = RI$, dalla quale si ottiene $I = \frac{(V - vB(l+b))}{R}$.

5) La forza esercitata dal campo magnetico sul filo per unità di lunghezza è data dalla relazione $d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}$; integrando su tutto la lunghezza del filo si ottiene $F = IB(l+b)$, che in modulo è pari alla forza esterna che si deve applicare per mantenere costante la velocità del filo.



master COPY

Università degli Studi di Pisa - Dipartimento di Ingegneria Civile e Industriale
Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale

Fisica Generale II e Elettronica

Appello 6 - 27/01/2017

PROBLEMA I 3 sfere conduttrici → condensatori sferici in serie

Si consideri un sistema costituito da tre conduttori sferici concentrici e isolati. Il primo è una sfera metallica piena di raggio R_0; il secondo è un guscio di raggio interno $2R_0$ e spessore $R_0/2$; il terzo è un guscio di raggio interno $4R_0$ e spessore R_0. Si è posta la carica Q sulla sfera più interna, mentre gli altri conduttori sono entrambi scarichi.

Determinare:

1) il campo elettrico e il potenziale elettrostatico in tutte le regioni dello spazio;
2) la densità superficiale di carica elettrica presente su tutte le superfici dei tre conduttori;
3) si verifichi che questi risultati possono essere ottenuti schematizzando il sistema come due condensatori sferici in serie: si determini la capacità di ciascun condensatore e della serie dei due condensatori;

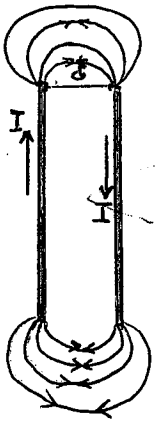
Mediante un opportuno filo conduttore si collega a terra il guscio conduttore centrale.

Determinare:

4) il campo elettrico e il potenziale elettrostatico in tutte le regioni dello spazio e la variazione di energia elettrostatica del sistema;
5) la densità superficiale di carica elettrica presente su tutte le superfici dei tre conduttori.

PROBLEMA II 2 conduttori paralleli

Due conduttori paralleli, di raggio R, i cui assi sono posti alla distanza d l'uno dall'altro, sono utilizzati per trasportare a distanza la corrente, cosicché sono attraversati da una corrente di stessa intensità I, ma di versi opposti (linea bifilare). La densità superficiale di corrente è uniforme sulla sezione trasversa del conduttore.



Determinare:

1) la densità di corrente all'interno dei due conduttori;
2) il campo magnetico in tutto lo spazio, compreso il volume interno ai conduttori;
3) i punti sulla retta congiungente i centri dei conduttori nei quali il campo magnetico è nullo;

Si vuole calcolare l'induttanza della linea bifilare per unità di lunghezza.

Determinare:

4) il flusso del campo magnetico per unità di lunghezza della linea bifilare, trascurando i contributi all'interno dei due conduttori;
5) l'induttanza della linea bifilare mediante il rapporto tra il flusso del campo magnetico determinato nel precedente punto 4) e la intensità I della corrente; si determini l'induttanza anche nel limite $R \ll d$.

per