Cinematica → studia il moto dei corpi

- TRASLAZIONE (punto materiale: masse trascurabili)
- ROTAZIONE
- VIBRAZIONE

• VELOCITÀ ($\frac{m}{s}$)

1) Media:

$$\vec{V}_M = \frac{x_f - x_i}{\Delta t}\hat{x} = \frac{\Delta x}{\Delta t}\hat{x}$$

2) Istantanea:

$$\vec{V}_{ist} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{x}(t+\Delta t) - \vec{x}(t)}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}\hat{x}$$

→ se conosco V_{ist} e $x(t_0)$:

$$x(t) = x(t_0) + \int_t^{t_0} V_{ist}\, dt$$

• ACCELERAZIONE ($\frac{m}{s^2}$) → la velocità varia nel tempo.

1) Media:

$$\vec{a}_M = \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t}$$

2) Istantanea:

$$\vec{a}_{ist} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{V}(t+\Delta t) - \vec{V}(t)}{\Delta t} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d^2\vec{x}}{dt}$$

→ se conosco $V(t_0)$ e a_{ist}:

$$V(t) = V(t_0) + \int_{t_0}^{t} a_{ist}\, dt$$

• MOTO RETTILINEO ED UNIFORME ($V = cost$)

$$\begin{cases} x(t) = x_0 + V_0 \Delta t \\ V(t) = V_0 \end{cases}$$

• MOTO RETTILINEO UNIFORMEMENTE ACC. ($a = cost$)

$$\begin{cases} x(t) = x_0 + V_0 \Delta t + \frac{1}{2} a \Delta t^2 \\ V(t) = V_0 + a \Delta t \end{cases}$$

$$V(t) = V_0 + \int_{t_0}^{t} a(t)\, dt = V_0 + a\Delta t$$

$$x(t) = x_0 + \int_{t_0}^{t} V(t)\, dt = x_0 + \int_{t_0}^{t} V_0\, dt + \int_{t_0}^{t} a\Delta t\, dt = x_0 + V_0\Delta t + \frac{1}{2} a \Delta t^2$$

• VELOCITÁ IN FUNZIONE DELLO SPOSTAMENTO

$$\begin{cases} x(t) = x_0 + V_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \\ V(t) = V_0 + at \rightsquigarrow t = \frac{V - V_0}{a} \end{cases} \longrightarrow x = x_0 + \frac{V \cdot V_0}{a} - \frac{V_0^2}{a} + \frac{1}{2} a \left(\frac{V^2 + V_0^2 - 2 V \cdot V_0}{a^2} \right)$$

$$= x_0 + \frac{V \cdot V_0}{a} - \frac{V_0^2}{a} + \frac{V^2}{2a} + \frac{V_0^2}{2a} - \frac{V \cdot V_0}{a}$$

$$x = x_0 + \frac{V^2}{2a} - \frac{V_0^2}{2a}$$

$$x - x_0 = \frac{V^2 - V_0^2}{2a} \Rightarrow V^2 = V_0^2 + 2a(x - x_0)$$





• ACCELERAZIONE (riguardo a moto circolare).

1) Centripeta: $\vec{a}_c = V \cdot \frac{d\hat{V}}{dt}$

2) Tangenziale: $\vec{a}_T = \frac{dV}{dt} \cdot \hat{V}$

• MOTO CIRCOLARE ED UNIFORME (V=cost.)

⇝ traiettoria circolare

⇝ MOTO PERIODICO: la particella passa nello stesso posto dopo un tempo caratteristico T chiamato periodo.

a) Frequenza:

$$\nu = f = \frac{1}{T}$$ → numero di volte in cui il corpo passa dallo stesso punto in un tempo T.

b) Velocità:

$$V = \frac{2\pi r}{T}$$

c) Velocità angolare:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{V}{r} = 2\pi f$$ → angolo spazzato nel tempo T.



d) Accelerazione centripeta:

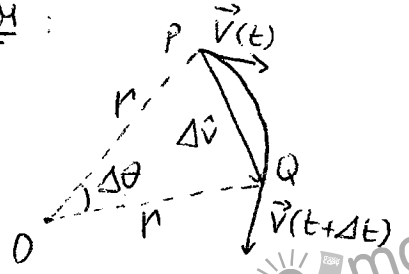
$$a_c = \frac{V^2}{r} = \omega^2 \cdot r$$



MOTO CIRCOLARE

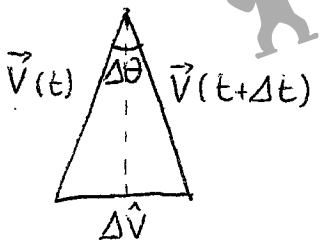
$$\vec{a}_c = V \cdot \frac{d\hat{V}}{dt} = -\frac{V^2}{r}\hat{r}$$

DIM:



$\vec{V}(t) \perp \overline{OP}$
$\vec{V}(t+\Delta t) \perp \overline{OQ}$
$P\hat{O}Q \approx \Delta\theta$
→ l'angolo tra $\vec{V}(t)$ e $\vec{V}(t+\Delta t)$ è $\Delta\theta$
$\Rightarrow \Delta\hat{V} = -\vec{V}(t) + \vec{V}(t+\Delta t)$

$|\vec{V}(t)| = |\vec{V}(t+\Delta t)| = 1$ → triangolo isoscele. con base: $\vec{V}(t) = |\hat{V}|$



$\Delta\hat{V} = 2 \cdot |\hat{V}| \cdot \sin\frac{\Delta\theta}{2}$

Per $\Delta\theta \to 0$, $\sin\frac{\Delta\theta}{2} \to \frac{\Delta\theta}{2}$ dunque

$\lim_{\Delta t\to 0} |\Delta\hat{V}| = 2 \cdot \frac{\Delta\theta}{2} = \Delta\theta \Rightarrow \lim_{\Delta t\to 0} \frac{|\Delta\hat{V}|}{\Delta t} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$

Per definizione dell'angolo in radianti:

$$\Delta\theta = \frac{\Delta\ell}{r}$$

Per $\Delta t \to 0$, $\Delta\ell \to |\Delta\vec{r}| \Rightarrow \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\Delta\ell}{r\Delta t} \longrightarrow \frac{|\Delta\vec{r}|}{r\,\Delta t} = \frac{V}{r} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \left|\frac{d\hat{V}}{dt}\right| = \lim_{\Delta t\to 0} \frac{|\Delta\hat{V}|}{\Delta t} = \frac{V}{r}$$

Gli angoli alla base misurano: $\alpha = \frac{\pi}{2} - \frac{\Delta\theta}{2}$
e per $\Delta t \to 0$, $\Delta\theta \to 0 \Rightarrow \alpha \to \frac{\pi}{2}$.
dunque $\frac{d\hat{V}}{dt}$ è $\perp$ a $\hat{V}(t) \Rightarrow \frac{d\hat{V}}{dt} = -\frac{V}{r}\hat{r}$

• MOTO DEL PROIETTILE (moto parabolico)

- Resistenza dell'aria trascurabile
- Accelerazione costante in ogni punto.

$$\begin{cases} V_x = V_{0x} \longrightarrow \text{moto rettilineo ed uniforme} \\ V_y = V_{oy} - g\Delta t \rightarrow \text{moto rettilineo uniformemente accelerato.} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = x_0 + V_x \Delta t \\ y = y_0 + V_{oy}\Delta t - \frac{1}{2} g \Delta t^2 \end{cases}$$

master COPY

1) Altezza massima:

$V_y = 0$

$$V_{oy} - g\Delta t = 0 \longrightarrow \Delta t = \frac{V_{oy}}{g} = \frac{V_0 \cdot \text{sin}\theta}{g}$$

$$y = h_{MAX} = V_{oy}\Delta t - \frac{1}{2} g \Delta t^2$$

$$= \frac{V_{oy}^2}{g} - \frac{1}{2}\frac{V_{oy}^2}{g} \Rightarrow h_{MAX} = \frac{V_0^2 \cdot \text{sin}^2\theta}{2g}$$

2) Gittata

$$R = 2 \cdot x(t) = 2 \cdot V_{ox} \cdot \Delta t = 2 \cdot V_{ox} \cdot \frac{V_{oy}}{g} \Rightarrow R = \frac{2 \cdot V_0^2 \,\text{sin}\theta \cdot \cos\theta}{g}$$

master COPY

Meccanica classica

↳ descrive il moto dei corpi utilizzando le leggi fondamentali della dinamica (Leggi di Newton).

- FORZA: dal punto di vista macroscopico esistono due tipi di forze:
  - FORZE DI CONTATTO (corpi a contatto)
  - FORZE A DISTANZA (es. Fgravità, elett, magnetica...)

master COPY

- LEGGI DI NEWTON:

I) Principio d'inerzia.
Se la forza totale agente su un corpo è pari a zero ($\vec{F}_{TOT}=0$) il corpo è in quiete o si muove a velocità costante.

II) $\vec{F}_{TOT}=m\vec{a}$ (con $a=cost$).

$[\vec{F}]=Kg\cdot\frac{m}{s^2}=\frac{Kg}{Kg}\cdot\frac{N}{Kg}=N$

master COPY

III) $\vec{F}_{12}=-\vec{F}_{21}$ ⇝ la forza applicata dal corpo 2 sul corpo 1 è uguale ed opposta alla forza che il corpo 1 applica sul corpo 2.

- FORZA GRAVITAZIONALE → agisce su corpi a distanza. ↳ SOLO TIPO ATTRATTIVO

$\vec{F}_g=-G\frac{m_1 m_2}{r_{12}^2}$ (per particelle puntiformi).

costante di gravitazione universale ⇝ $G=6{,}67\cdot10^{-11}\frac{N\cdot m^2}{kg^2}$

master COPY

⇝ Forza peso:
- su sup. terrestre: $F=G\frac{m\cdot M_T}{r_T}=m\cdot g$ ↳ $9{,}81\frac{m}{s^2}$
- h da sup.: $F=G\frac{m\cdot M_T}{(r_T+h)^2}$