24/09/2012 L0

PROF. FLANDOLI

Compitino preappello ultimo giorno di lezione.
Home page del corso. Controllare spese. Ci sono gli esami
Esami simili. Completare tramite progettino. Consigliato.
Scritto + Orale. Simili. No esercizi calcolo. Stessa cosa all'orale
Corso basato su dispense. C'è la roba di statistica 2.
Cap 1: Gaussiane multidimensionali. → Ripasso → + DIFFICILI
Cap 2: Ripasso di statistica 1.
Cap 3: Processi stocastici (un pezzo) (circa 1/3)
Cap 4: Importante, tutto! Analisi serie storiche.
Cap 6: Importante, tutto! Statistica multivariata
Software "R"

MASTER COPY
Tel. 388/9837745

L1

Richiamo sulle Gaussiane unidimensionali

Gaussiana canonica o standard (normale standard)

Densità gaussiana = $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)$ $N(0,1)$

Variabile aleatoria "x" la variabile che ha quella densità

Probabilità $(X \in [a,b]) = \int_a^b f(x)\,dx$ → IN INGLESE pdf

Gaussiane generali (NON standard) → poco comune

$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$ $N(\mu, \sigma^2)$

μ = media = $E[x]$

σ^2 = varianza = $Var[x]$

Concetti rilevanti

se $X \overset{\text{è una}}{\sim} N(\mu, \sigma^2) \Rightarrow X = \sigma Z + \mu$ (dilatazione, traslazione)

Gaussiana

$Z \sim N(0,1)$

Gaussiana standard

Dim.

Si parte da una Gj. qualsiasi, si fa la standardizzazione $\frac{x-\mu}{\sigma}$; quindi $Z = \frac{x-\mu}{\sigma}$ (questo teorema lo chiede a Statistica 1), Z è Gaussiana. La media di Z è la media di $\frac{x-\mu}{\sigma} \rightarrow E[Z] = \frac{E[x]-\mu}{\sigma} = 0$ (perché $E[x] = \mu$)

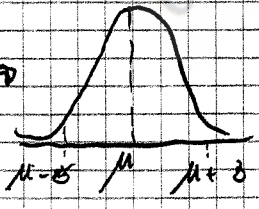
$VAR[Z] = \frac{\text{(per VAR}[x-\mu])}{\sigma^2}$ (traslazione non conta μ) $= VAR[Z] = \frac{VAR[x]}{\sigma^2} = 1$

Z è quindi una $N(0;1)$.

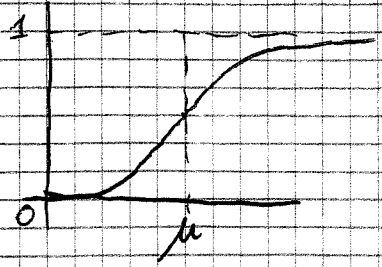
Cumulativa (funzione di ripartizione) → cdf

$$F(t) = \underset{\text{probabilità}}{P}(X \leq t) = \int_{-\infty}^{t} f(x)\,dx$$

pdf $N(\mu, \sigma^2)$ →

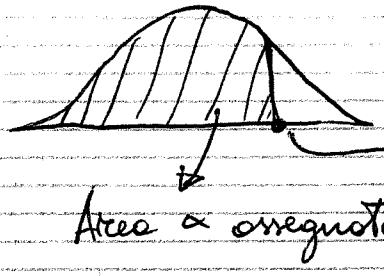


cdf



Cumulativa di una funzione standard = $\Phi(x)$

Quantile



Quantile di ordine alfa 9α punto che delimita l'area

Area α assegnato

MASTER COPY

Tel. 388/9837745

quantile e edf sono operazioni inverse.

Con "R" si ottengono col comando "NORM"

lettera va prima

p. = pnorm = edf = cumulativa

q = qnorm = quantile

d = densità = pdf

r = random = numeri gaussiani a caso.

* "NORM" (, μ, δ)

cosa caratteristica

pnorm = punto "t" - pnorm (t, μ, δ)

q = α

d = x

r = n numeri casuali

25/09/2012 L2

pnorm(t, μ, δ) ... cumulativa
qnorm(α, μ, δ) ... quantile qnorm(0.95, 0, 1) = 1.6448 ≈ 1.65

? qnorm = finestra con le istruzioni

argomenti (argument)
qnorm(log α, μ, δ)$... → comandi come approfonditi

dnorm(x, μ, δ) densità (in numero) = $\frac{1}{\sqrt{2\pi\delta^2}} \exp(\dots)$

per disegnare:
x = valore interesse
y = valore interesse = dnorm(x, μ, δ)
plot(x, y)

mi occorrono tante x, attenzione al range di x in base alla funzione
Gaussiana compreso Tra −3δ e +3δ
Come scrivo le x? ES: Tra −5δ e +5δ
A- Decido in quanti punti dividere? ES mi voglio 1000 → 1:1000
B- Questi 1000 li metto nell'intervallo 0,1 → (1:1000)/1000
C- Amplio da 0 a 10δ → (1:1000)/1000 * 10 * δ
D- Traslo Tra −5δ e +5δ → (1:1000)/1000 * 10 * δ − 5δ

rnorm restituisce numeri aleatori (random)

rnorm(100, 0, 1)
(100 = μ, 0 = δ)

x = rnorm(100, 0, 1)
hist(x) istogramma → altezza = quanti punti cadono nell'intervallo

hist(x, 10) → decido io numero intervalli

COVARIANZA

Date 2 variabili aleatorie X, Y, $\mathrm{cov}(X,Y) = E[(X-\mu_X)(Y-\mu_Y)]$ (valore medio)

$\mu_X = E[X]$ (valor medio) $\quad \mu_Y = E[Y]$

$\mathrm{cov}(X,Y) = \mathrm{cov}(Y,X)$

$\mathrm{Cov}(X,X) = \mathrm{VAR}[X]$

La covarianza è lineare (affine) in entrambi gli argomenti

$\mathrm{Cov}(\alpha X_1 + \beta X_2 + \gamma, Y)$ $\quad \alpha_1, \beta_1 \rightarrow$ numeri

$=$

$\alpha\,\mathrm{Cov}(X_1, Y) + \beta(\mathrm{ov}(X_2, Y)$

Teorema:

$\mathrm{Var}(X+Y) = \mathrm{Var}(X) + \mathrm{Var}(y) + 2\mathrm{Cov}(x,y)$ = quadrato della somma è il q.to la somma dei quadrati più doppio prodotto ...

Oss Teo:

Se X, Y indipendenti $\xrightarrow[\text{questo}]{\text{vero solo}}$ $\mathrm{Cov}(X,Y) = \emptyset$

Se uso dati sperimentali posso standardizzare la covarianza introducendo la COV divisa per il prodotto delle deviazioni standard.

$\rho(x,y) = \dfrac{\mathrm{cov}(x,y)}{\sigma_x \cdot \sigma_y}$ = CORRELAZIONE

$\sigma_x^2 = \mathrm{Var}(x)$, $\sigma_y^2 = \mathrm{Var}(y)$ } CONTROLLARE

Teo

$-1 \le \rho(x,y) \le 1$

Se (X,Y) indipendenti allora $\rightarrow \rho = \emptyset$

$\rho(\lambda X, \lambda Y) = \rho(X,Y)$ allora a livello pratico $\rho \cong 0$ sintomo di indipendenza