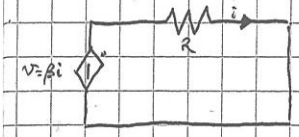
Generatori pilotati

Impongono TENSIONI o CORRENTI determinate da altre grandezze di rete.
Possono essere pilotati in tensione o in corrente, ne sono esempi i transistors e gli amplificatori operazionali.

Per studiare come questi dispositivi agiscono e influiscono sul circuito è necessario inserire tra i morsetti un GENERATORE FITTIZIO di PROVA, che permette una prima analisi non sperimentale (bensì un calcolo analitico).

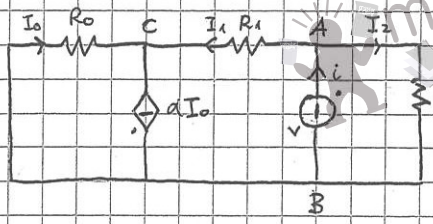


$V = Ri$

$\beta i = Ri \Rightarrow i = 0$ → Impossibile trovare R_{eq}

master COPY

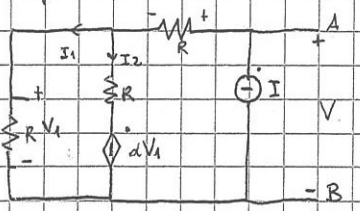
Esempio



- I principio al nodo C: $I_1 + I_0 = \alpha I_0 \Rightarrow I_1 = I_0(\alpha - 1)$
- I principio al nodo A: $i = I_1 + I_2$
- v per def. è la tensione ai capi di R_2: $I_2 = v/R_2$
- II principio alla maglia con R_0 e R_1: $v = R_1 I_1 - R_0 I_0$
  $\Rightarrow v = I_1 \left(R_1 + \frac{R_0}{\alpha - 1}\right)$

Risolvendo: $i = I_1 + I_2 = \frac{v}{\left(R_1 - \frac{R_0}{\alpha-1}\right)} + \frac{v}{R_2}$ → $R_{eq} = \frac{v}{i} = \frac{1}{\frac{1}{\left(R_1 - \frac{R_0}{\alpha-1}\right)} + \frac{1}{R_2}}$

Esempio 2

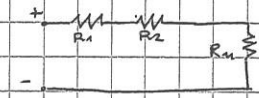


- I principio: $I = I_1 + I_2$
- II principio alla maglia con I_1 e I_2: $V_1 - \alpha V_1 - RI_2 = 0$ con $V_1 = RI_1$
  $\Rightarrow I_2 = (1-\alpha)\frac{V_1}{R} = I_1(1-\alpha)$
  $\Rightarrow I = I_1(2-\alpha)$
- II principio alla maglia grande: $V = RI + V_1 = RI_1(2-\alpha) + RI_1 = RI_1(3-\alpha)$
  $\Rightarrow R_{eq} = \frac{V}{I} = \frac{RI_1(3-\alpha)}{I_1(2-\alpha)} = \frac{R(3-\alpha)}{(2-\alpha)}$

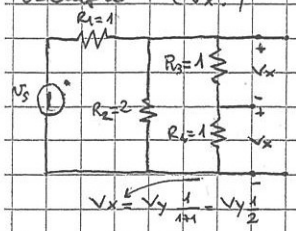
Partitore di tensione

Applicando il II principio di K. a n resistori in serie si determina come si ripartisce la tensione v sui singoli resistori:

$$v_n = R_n i = R_n \frac{v}{\sum_{i=1}^{n} R_i}$$



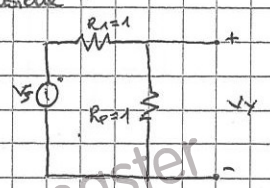
Esempio (V_x?)



$V_x = V_y \frac{1}{1+1} = V_y \frac{1}{2}$

- Essendo $R_3 \ominus R_4$, $V_y \ominus 2V_x$ (partitore di tensione)
- $R_P = R_2 /\!/ (R_3 + R_4) = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right)^{-1} = 1\,\Omega$
- Applicando il partitore di tensione:

$$V_y = V_S \cdot \frac{R_P}{R_P + R_1} = \frac{V_S}{2} \Rightarrow V_x = \frac{V_S}{4}$$

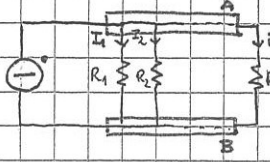


master COPY

Partitore di corrente

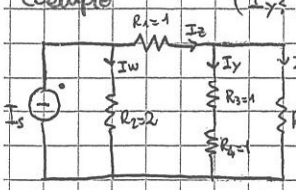
Dati n resistori in parallelo si determina come si ripartisce la corrente i sui singoli resistori:

$$I_n = V_{AB} \cdot G_n = \frac{I}{G_{TOT}} \cdot G_n$$



$$I_n = \left(\frac{1/R_n}{\frac{1}{R_1} + \dots + \frac{1}{R_n}}\right) \cdot I$$

Esempio (I_y?)



- $R_3 + R_4 \ominus R_5 = 1 \Rightarrow I_y = I_x \Rightarrow I_2 = 2I_y$ (partitore di corrente)
- $R_W /\!/ R_5 = 1$, $R_1 + (R_W /\!/ R_5) = 2 = R_2 \Rightarrow I_2 = I_W$
- $I_S = I_2 + I_W = 2I_2 = 4I_y \rightarrow I_y = I_S/4$.

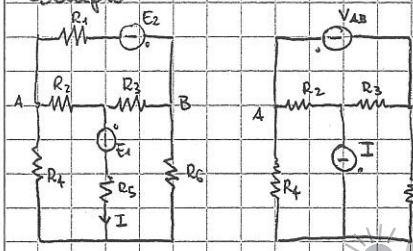
$$\rightarrow I_y = I_2 \cdot \frac{1/2}{1/2 + 1/2} = \frac{1}{2} I_2$$

master COPY

Principio di Sostituzione

Costituisce uno strumento particolarmente usato nei TEOREMI delle RETI ELETTRICHE.
Può essere utilizzato per semplificare l'analisi di un circuito.
Esso afferma che: ① se è nota I in un ramo di una rete è possibile inserire in quel ramo un generat. di corrente I uguale alla corrente che circola in quel ramo.
② se è nota V tra 2 punti di una rete è possibile applicare tra quei 2 punti un generatore di tensione V uguale alla tensione tra i 2 pti della rete.

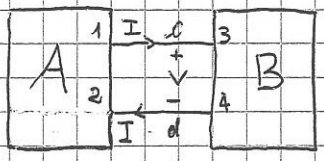
Esempio



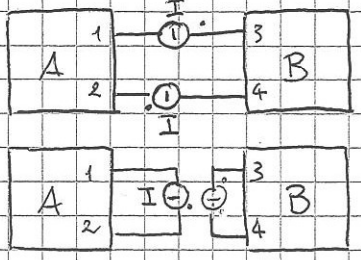
Quindi i 2 circuiti sono equivalenti se si conoscono i valori di I e V_{AB}.

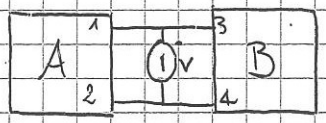
master COPY

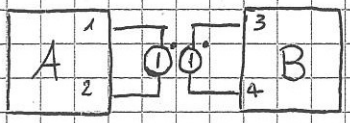
Osservazione



Utilizzando le operazioni consentite è possibile semplificare il circuito iniziale in 2 "sotto circuiti" laddove lo studio della rete non interessi le grandezze di rete di A o di B





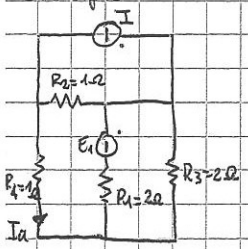


master COPY

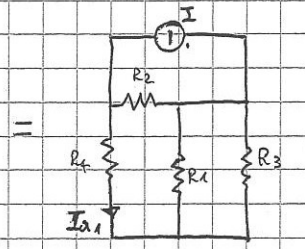
Principio di sovrapposizione degli effetti

È possibile determinare una tensione o corrente in un qualunque ramo di una rete sommando i valori di tensione o corrente in quel ramo che si ottengono facendo agire separatamente i generatori indipendenti della rete.
Si fa quindi agire un generatore alla volta, disattivando gli altri (—①— = C.A. —⊖— = C.C.).

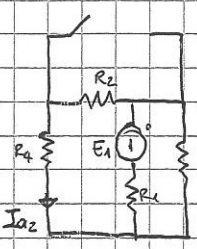
Esempio



=



+



I_a?

$I_a = I_{a_1} + I_{a_2}$

Se $I = 3A$ ed $E = 1V$

$I_a = -\frac{1}{3} \cdot 3A + \frac{2}{3}A = -0{,}33\,A$

• Partitore di corrente

$R_1 /\!/ R_3 = R_P = 1\,\Omega$

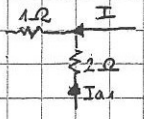
$R_P + R_4 = 2\,\Omega \Rightarrow I_{a_1} = \frac{1}{3}(-I) = -\frac{1}{3}I$

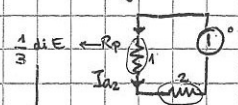
• Partitore di tensione

$(R_2+R_4) /\!/ R_3 = 1\,\Omega$

$R_P \cdot I_{a_2} = \frac{1}{3}E \qquad I_{a_2} = \frac{2E}{3R_P} = \frac{2}{3}$

$I = \frac{E_1}{R_{eq}} = \frac{E_1}{3} \qquad I_{a_2} = \frac{I \cdot 1}{\left(\frac{1}{2}+1\right)^{-1}} = \frac{2}{3}I$

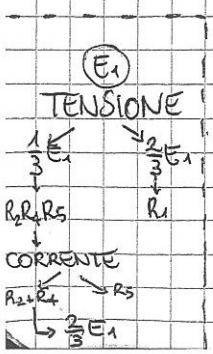




! ACHTUNG: usando il partitore I_{a_2} dovrà essere = alla corrente uscente da R_1

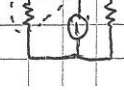
$R_P I_{a_2} + 2I_{a_2} = E_1 \quad \frac{1}{3}E_1 \text{ su } (R_2+R_4)$

Partitore: ② $\cdot \frac{1}{3}E = I_{a_2}$ (1/Rs)



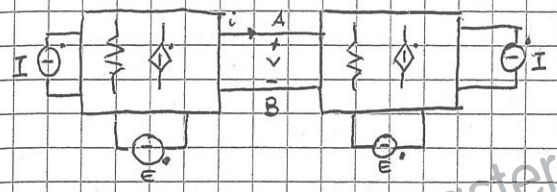
Partitore di corrente → $\frac{1}{3}$ di tensione è su $(R_2+R_4) /\!/ R_3$

Quindi la corrente relativa al solo ramo (R_2+R_4) è $\frac{E_1}{3}\,\frac{2\,(G_{R4})}{1\,(G_{TOT})} = \frac{2}{3}E_1$

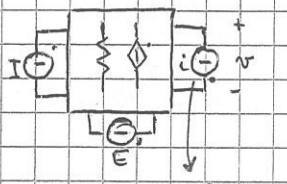


Teorema di Thevenin

Un CIRCUITO ADINAMICO (composto da elementi non reattivi), LINEARE, composto di generatori di tensione/corrente e resistenze, si comporta ai terminali A-B (ISOLATO) come un GENERATORE REALE di TENSIONE, la cui fem E_0 è pari alla tensione a vuoto in corrispondenza dei terminali A-B e la cui resistenza interna R_i è pari alla resistenza equivalente R_{eq} che il circuito presenta in corrispondenza dei terminali A-B quando vengono annullati tutti i suoi generatori tramite la sostituzione dei generatori di tensione con C.C. e dei generatori di corrente con C.A.



Ipotizzando di essere interessati a una grandezza di rete posta nella parte dx del circuito si applica il principio di sostituzione a sinistra.

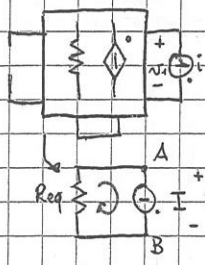


Supponendo di conoscere i tra i morsetti A-B.

Si ricerca il valore di v attraverso il principio di sovrapposizione degli effetti (CIRCUITO LINEARE) dove $v = v_1 + v_2$.

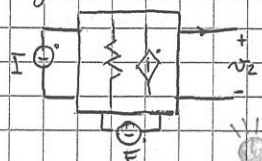
v_1: si ottiene facendo agire solo il generatore di corrente i.

v_2: si ottiene facendo agire tutti i generatori indipendenti della rete originale.



$v_1 = \ominus R_{eq} i$ (riferimenti non associati)

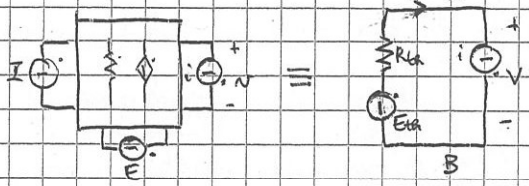
$+v_1 + R_{eq} i = 0$



$v_2 = V_0$ prende il nome di TENSIONE A VUOTO → calcolata tra 2 terminali quando non è connesso nulla

Per concludere bisogna dimostrare che:

La condizione di equivalenza è verificata se $V = v$.



$$V = \underbrace{E_{th} - R_{th} i}_{} = v = v_1 + v_2 = \underbrace{V_0 - R_{eq} i}_{}$$

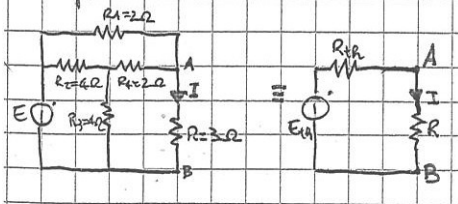
$$\Rightarrow V_0 = E_{th},\ R_{eq} = R_{th}$$

R_{th} = resistenza vista dai morsetti AB avendo disattivato tutti i generatori indipendenti all'interno della rete isolata.

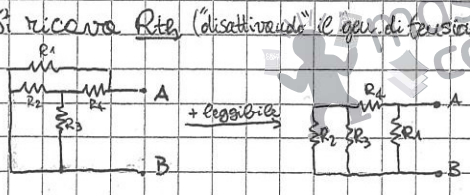
E_{th} = tensione ai morsetti della rete isolata

▽ La presenza di generatori pilotati va trattata con cautela, spesso la presenza di questi in una parte del circuito che dipendono da una grandezza pilota situata dall'altra parte del circuito rende impossibile l'applicazione del teorema di Thevenin.

Esempio I?

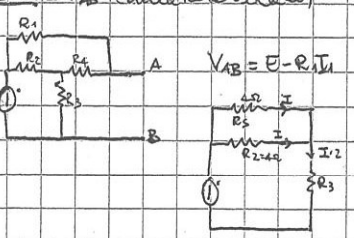


- Si ricava R_{th} ("disattivando" il gen. di tensione)



$$\Rightarrow R_{th} = \left[(R_2 /\!/ R_3) + R_4\right] /\!/ R_1 = \frac{8}{6}\,\Omega$$

- $E_{th} = V_{AB}$ (della rete isolata)

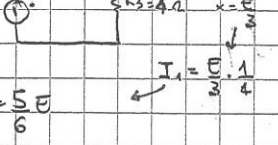


$V_{AB} = E - R_1 I_1$

$I_1 ? = \dfrac{E \text{ ripartita su } (R_S + R_{2+4}) /\!/ R_2}{(R_1 + R_4)}$

R_P

Partitore di Tensione

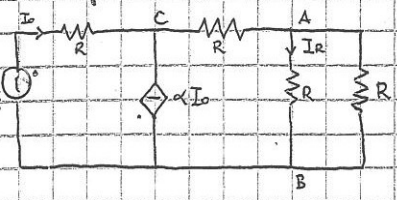


$$I_1 = \frac{E}{3} \cdot \frac{1}{4}$$

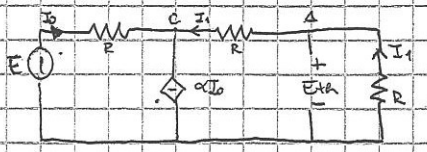
Quindi la corrente I del circuito è: $I = \dfrac{E_{th}}{R_{th} + R} = \dfrac{5E}{26}\ A$

$$V_{AB} = E - \frac{1}{6}E = \frac{5}{6}E$$

Esempio 2 (I_R?)



- Si stacca il ramo dove circola I_R e si valuta R_{th} e E_{th} dai morsetti AB.
- Gen. pilotato e grandezza pilotata stesso lato. ✓
- R_{th}: 1) disattivo i generatori indipendenti; (valutando R ai morsetti AB)
  2) inserisco gen. fittizio di prova;
  3) calcolo R come rapporto tra tensione e corrente



$E_{th} = -RI_1$

La presenza del generatore pilotato complica i calcoli, è necessario utilizzare i principi di Kirchhoff.

- II p.K. maglia + esterna: $E = RI_0 - 2RI_1$
- I p.K. nodo C: $I_1 = (\alpha - 1) I_0$

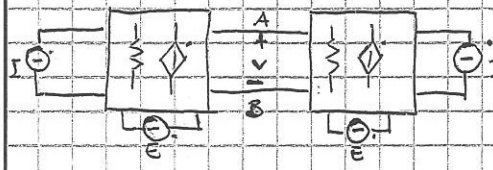
$$\Rightarrow E = RI_0 - 2R(\alpha-1)I_0 \Rightarrow I_0 = \frac{E}{R(3-2\alpha)}$$

$$\Rightarrow I_1 = I_0(\alpha-1) = \frac{E(\alpha-1)}{R(3-2\alpha)} \Rightarrow \boxed{E_{th} = -\frac{E(\alpha-1)}{(3-2\alpha)}}$$

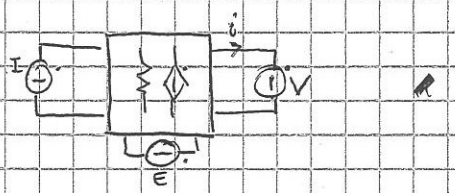
master copy

Teorema di Norton

È possibile rappresentare in modo equivalente agli effetti esterni un certo circuito sostituendolo con un circuito semplificato formato da un GENERATORE di CORRENTE con in parallelo una resistenza.



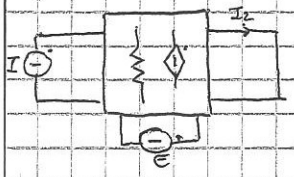
Applicando il principio di sostituzione a sx:



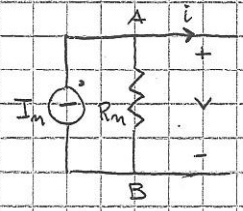
Per determinare la corrente $i = I_1 + I_2$ si applica il principio di sovrapposizione degli effetti.



Agendo solo il generatore di tensione V (gli altri sono disattivati), la corrente risulta: $I_1 = -\frac{V}{R_{eq} \to (\text{vista da AB})}$



La corrente I_2 è detta I_{cc}

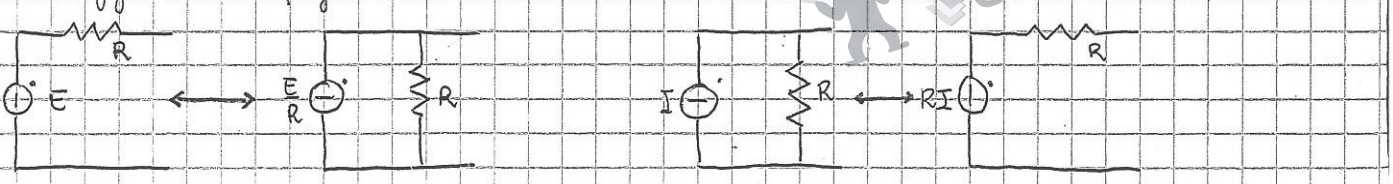


L'equivalenza tra i 2 circuiti si ottiene se $i = i_m$.

- Applicando il I principio di Kirchhoff al morsetto A si ottiene:

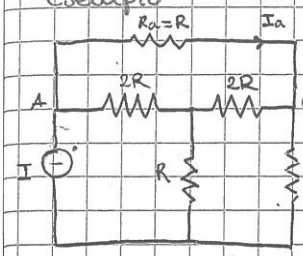
$$i = I_m - \frac{V}{R_m} \Rightarrow i = I_m - \frac{V}{R_m} = i_m = I_{cc} - \frac{V}{R_{eq}} \Rightarrow I_{cc} = I_N,\ R_{eq} = R_N$$

Passaggio tra configurazioni

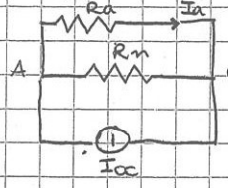


master copy

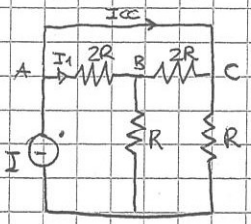
Esempio (I_a?)



Eq. di Norton

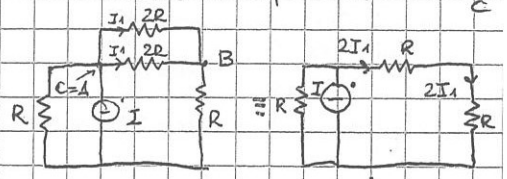


Calcolo I_{cc}



- Il principio di K al nodo A:
$I = I_{cc} + I_1 \Rightarrow \underline{I_{cc} = I - I_1}$

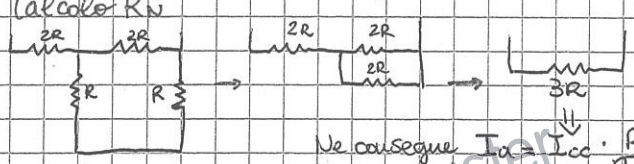
- Per calcolare I_1 si fa coincidere A e C



$2I_1 = \frac{1}{3} I \Rightarrow I_1 = \frac{1}{6} I \rightarrow I_{cc} = \frac{5}{6} I$

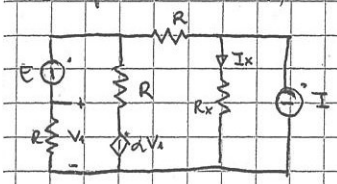
(partitore di corrente)

Calcolo R_N

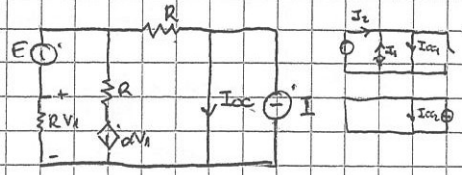


Ne consegue $I_a = I_{cc} \cdot \frac{R_n}{R_n + R_a} = I \cdot \frac{15}{24}$

Esempio 2 (I_x?)



Per calcolare I_x stacchiamo il ramo in cui si trova R_x.
Si fanno poi agire separatamente i generatori indipendenti E ed I.
Ne consegue che $I_{cc} = I_{cc_1} + I_{cc_2}$.



$I_K.: \; I_1 + I_2 = I_{cc_1}$

$II_K.: \; 1) \; E + V_1 = R I_{cc_1} \Rightarrow I_1 = I_{cc_1} - I_2 \quad V_1 = -R I_2$

$2) \; \alpha V_1 - R I_1 - R I_{cc_1}$

$3) \; \alpha V_1 = 2R I_{cc_1} + V_1$

$1)3) \Rightarrow I_{cc_1} = \frac{\alpha - 1}{R(\alpha - 3)} E \qquad I_{cc_2} = I$

Metodo del Tableau

Usa i 2 principi di K. per ottenere un sistema di eq. le cui incognite sono correnti e tensioni nei rami del circuito. Se r = numero rami e n = numero nodi:
Le $v_1, \dots, v_r + i_1, \dots, i_r$ incognite, alle luce delle eq. costitutive (relazioni) da $2r$ risultano essere (V).

Di queste r incognite le prime $(n-1)$ possono essere trovate utilizzando KCL che produce infatti $(n-1)$ eq. lin. indip.; le rimanenti $r-(n-1)$ sono affidate al KVL.

Affinché le maglie selezionate producano eq. lin. INDIPENDENTI è necessario selezionare maglie indipendenti (a differenza della scelta del nodo da escludere arbitraria).

Una prima procedura sequenziale che permette di scegliere efficacemente è il metodo del taglio (ogni maglia selezionata deve essere privata di un ramo, questo implica una limitazione nella scelta delle successive).

I GENERATORI di CORRENTE privano il n° di incognite del sistema di un'ulteriore quantità: N_I (n° di gen. di corrente) → si conosce automaticamente il valore di I in quei rami!

I GENERATORI PILOTATI incrementano il n° di incognite di una quantità pari ai gen. pilotati stessi, è infatti necessaria una nuova condizione per la risoluzione di ogni eq. costitutiva.

Teoria dei Grafi

Percorso: insieme di rami che uniscono i nodi
Grafo Connesso: grafo in cui per ogni coppia di nodi esiste un percorso che li collega
Maglia: percorso chiuso
Albero: percorso che mi permette di collegare tutti i nodi (sono $n-1$)
Corde: ramo che non appartiene al grafo $(l = r - n + 1)$
Maglia fondamentale: maglia formata da tutti i rami di albero e una sola corda.